

# Torus 连接 Petersen 图互连网络及路由算法

刘有耀 韩俊刚

(西安电子科技大学微电子学院 西安 710071) (西安邮电学院计算机系 西安 710121)

**摘要** 可扩展性和短直径是设计大规模并行计算机系统互连网络的两个重要因素。基于 Petersen 图的短直径和正规性和 Torus 拓扑结构的可扩展性,提出了一种新的互连网络拓扑结构,称为 Torus 连接 Petersen 图互连网络。该互连网络拓扑结构具有短直径、正规性、对称性和良好的扩展性。网络节点采用混合编码方法,使得路由算法设计简单。分别设计了基于混合编码的单播、广播路由算法。分析表明提出的互连网络具有较好的拓扑性质。

**关键词** Torus, Petersen 图, 网络拓扑, 节点编码, 路由算法

**中图分类号** TP393 **文献标识码** A

## Topology and Routing Algorithms of Torus Connected Petersen Graph Interconnect Network

LIU You-yao HAN Jun-gang

(School of Microelectronics, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Department of Computer, Xi'an Institute of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)

**Abstract** Two important issues in the design of interconnection networks for massively parallel computers are scalability and small diameter. A new interconnection network topology, called Torus Connected Petersen Graph (TCPH), was proposed. The TCPG network combines the small diameter and of Petersen graph and the scalability of torus topology. The TCPG network has better properties, such as small diameter, regular, symmetry and the scalability. The nodes of the TCPG network adopt the hybrid coding scheme, which can make routing algorithms simple and efficient. Both unicast and broadcasting routing algorithms were designed for the TCPG network, and it is based on the hybrid coding scheme. A detailed analysis shows that the TCPG network is a better interconnection network in the properties of topology and the performance of communication.

**Keywords** Torus, Petersen graph, Network topology, Node coding, Routing algorithms

## 1 引言

随着硬件技术的不断发展,特别是超大规模集成电路工艺的发展,使得包含成千上万处理器的大规模多处理器系统成为可能<sup>[1]</sup>。例如 CM( Connection Machine)多处理器包含多达  $2^{16}$  个处理器<sup>[2]</sup>。随着多处理器系统规模不断扩大,网络拓扑结构对如此大规模的多处理器系统的性能具有重要的影响,为了提高并行计算的通信效率,人们一直在研究结构简单、节点度小、网络直径小以及良好可扩展的互连网络拓扑结构<sup>[1,3-6]</sup>。Petersen 图互连网络和 2 维环网(Torus)互连网络的拓扑结构具有正规性、对称性、容错性、短直径、可嵌入性等特殊性质,因此深受研究者和实践者们的欢迎,是其中两种最为重要和最具吸引力的并行计算机互连网络拓扑结构<sup>[1,3-18]</sup>。

提出了许多基于 Petersen 图的互连网络。文献[12]以 Petersen 图为基础构造了一种循环 Petersen 图网络 CPN(cyclic Petersen network)。文献[13]给出了一种折叠 Petersen 图网络 FPN(folded Petersen network),其中  $k$  维的 FP 网络  $FP_k$  定义为  $k$  个 Petersen 图的卡特积。文献[14]将 Petersen

图嵌入 Hypercube 网络中,构造了一种超 Petersen 网络 HP(hyper Petersen)。文献[15]给出了 Petersen 图的一种基于环的扩展方法,并在该扩展方法的基础上提出了一种具有较好扩展性的互连网络  $RP(k)$  及其路由算法。文献[16]将  $RP(k)$  进一步扩展到多维环状 Petersen 互连网络  $RP(P, k_1, k_2, \dots, k_t)$ 。文献[17]提出了一种双环 Petersen 图互连网络 DL-CPG( $k$ ),它是将每个 Petersen 的对应节点按照双环连接构成的互连网络。文献[18]提出了一种基于超立方体环连接的 Petersen 图互连网络 RHP( $n$ ),它将 10 个  $n-5$  维的超立方体的每个对应节点按照 Petersen 图连接,然后再将 5 个该结构的对应节点连接成环形。

本文将 Torus 的可扩展性和 Petersen 图的短直径相结合,提出了一种新的互连网络——Torus 连接 Petersen 图(Torus Connected Petersen Graph, TCPG( $k, m$ ))互连网络。TCPG( $k, m$ )互连网络具有良好的可扩展性、正规性、短直径、较好的可分组性。对于 TCPG( $k, m$ )拓扑结构中的 Torus 结构采用约翰逊编码,该网络节点编码隐含互连网络的相邻节点和链路信息,使得网络扩展和路由算法较易实现。最后,本

到稿日期:2008-04-03 本文受国家自然科学基金(90607008),国家“863”计划(2007AA01Z111)资助。

刘有耀(1975-),男,博士生,讲师,研究方向为 SoC 设计与验证、并行计算;韩俊刚(1943-),男,教授,博导,主要研究方向为 SoC 的形式化设计与验证、计算机应用技术等。

文设计了基于 TCPG( $k, m$ )互连网络结构的单播、广播路由算法。

## 2 Torus 连接的 Petersen 图互连网络

### 2.1 预备知识

**定义 1**(Petersen 图互连网络) Petersen 图互连网  $G(V, E)$  是具有下述性质的一种网络拓扑结构: 1)  $G(V, E)$  是连通无向图; 2)  $V = \{u_0, u_1, \dots, u_4; v_0, v_1, \dots, v_4\}$ ; 3)  $E = \{\langle u_i, v_i \rangle \mid i=0, 1, \dots, 4\} \cup \{\langle u_{i+1}, u_i \rangle \mid i=0, 1, \dots, 4\} \cup \{\langle v_i, v_{i+k} \rangle \mid i=0, 1, \dots, 4, k=2, 3\}$ 。

图 1 表示基于 Petersen 图的互连网络的拓扑结构。由图 1 可知, Petersen 图包含 10 个节点, 分别从 0~9 编号。显然, Petersen 图互连网络具有以下良好的性质: 1) 网络中任意节点的连接度均为 3, 整个网络的直径为 2, 网络具有正规性、对称性、短直径、低连接度等优良特性; 2) 网络中任意两个节点之间有 3 条无交的链路, 若两个节点直接相连, 则这 3 条链路的长度分别为 1, 4, 4, 否则为 2, 3, 3, 因此具有良好的容错性与并行性; 3) 网络具有良好的可嵌入性, 其缺点是网络不具备可扩展性。

**定义 2** 2 维 Torus 互连网络图  $G(V, E)$  是具有如下性质的一种网络拓扑结构: 1)  $G(V, E)$  是简单连通无向图; 2)  $V = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq m-1, 0 \leq y \leq n-1, x, y \in I\}$ ; 3)  $E = \{\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle \mid (0 \leq y_1 = y_2 \leq n-1, |x_1 - x_2| = 1 \pmod{m}) \cup (0 \leq x_1 = x_2 \leq m-1, |y_1 - y_2| = 1 \pmod{n})\}$ 。

图 2 表示  $4 \times 6$  的 2 维 Torus 互连网络拓扑结构。2 维 Torus 互连网是一种具有正规性、对称性以及良好扩展性的互连网络。

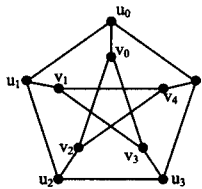


图 1 Petersen 图互连网络

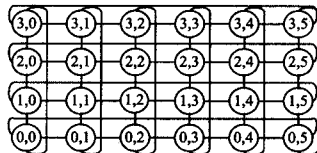


图 2  $4 \times 6$  的 2 维 Torus 互连网络拓扑结构

**定义 3**(节点组的距离)<sup>[5,6]</sup> 对于一个互连网络  $N$  中的一组节点  $G$ , 节点组  $G$  的距离定义为该组中任意两个节点距离的最大值。

**定义 4**(最优分组)<sup>[5,6]</sup> 对于给定的正整数  $\lambda$ , 在互连网络  $N$  中存在多个包含  $\lambda$  个节点的组, 称距离最短的组为包含  $\lambda$  个节点的最优分组, 记为  $G_\lambda(N)$ 。

**定义 5**(可分组性)<sup>[5,6]</sup> 对于给定的两个互连网络  $N_1$  和  $N_2$ , 若对于任意正整数  $\lambda$  有  $G_\lambda(N_1)$  的距离  $\leq G_\lambda(N_2)$  的距离, 则称互连网络  $N_1$  的可分组性优于互连网络  $N_2$  的可分组性。

**定义 6** 如果一组二进制数据序列具有如下性质: ①任意两个相邻的数据有且仅有一位不同(单位距离性质); ②数据序列的第一个和最后一个数据也有且仅有一位不同(循环性质)。这样的二进制数据序列称之为二进制单位距离循环码。

**定义 7** 对于递减整数序列  $(n-1, n-2, \dots, 2, 1, 0)$ , 采

用  $m = \lceil n/2 \rceil$  位的编码表示整数序列的每个值, 如果该编码具有定义 6 的性质并且满足: ①当整数  $k < m$  时, 则  $k$  的编码形式为  $Q = Z_{m-1} \dots Z_k 0_{k-1} \dots 0_0$ , “ $Z_{m-1} \dots Z_k$ ”代表为全“0”的序列部分, “ $0_{k-1} \dots 0_0$ ”代表全“1”的序列部分, 并且当  $k=0$  时,  $Q$  为  $m$  位的全“0”序列; ②当整数  $k \geq m$  时, 则  $k$  的编码形式为  $Q = 0_{m-1} \dots 0_{k-m} Z_{k-m-1} \dots Z_0$ , “ $Z_{k-1} \dots Z_0$ ”代表为全“0”的序列部分; “ $0_{m-1} \dots 0_k$ ”代表全“1”的序列部分, 并且当  $k=m$  时,  $Q$  为  $m$  位的全“1”序列。称该整数序列的编码为二进制约翰逊编码。

**定义 8** 在 2 维平面上对于任意的两个节点, 如果它们两者的节点编码的二进制值当且仅当相差一位时, 这样的节点称之为相邻节点。

### 2.2 Torus 连接的 Petersen 图互连网络结构

**定义 9**(Petersen 图的编码规则)<sup>[12]</sup> 在单个 Petersen 图中, 每个节点按如图 3 所示的规则进行编码。其中, 每个节点用符号  $a, b, 0$  的不同组合构成的六元组来进行编码。对编码中符号  $a, b, 0$ , 定义操作符  $\oplus$  如下:  $a \oplus a = 0, a \oplus 0 = 0, 0 \oplus a = 0, b \oplus b = 0, b \oplus 0 = 0, 0 \oplus b = 0, a \oplus b = 1, b \oplus a = 1, 0 \oplus 0 = 0$ 。

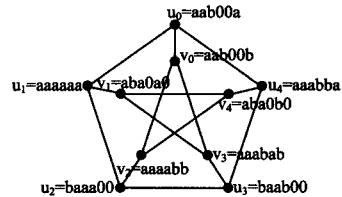


图 3 Petersen 图的编码

**定理 1**<sup>[12]</sup> 对 Petersen 图中任意两个节点  $A_j(a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1)$ ,  $B_p(b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1)$ ,  $a_j, b_j \in \{a, b, 0\}$ ,  $j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则节点  $A_p, B_p$  之间的距离  $d(A_p, B_p) = \sum_{j=0}^5 a_j \oplus b_j$ 。

**定义 10**(2 维 Torus 互连网络的编码) 根据定义 9, 用  $m$  位可以表示  $2m$  个约翰逊编码, 用  $k$  位可以表示  $2k$  个约翰逊编码。用  $m$  位的  $2m$  个约翰逊编码作为 2 维 Torus 节点的横坐标; 用  $k$  位的  $2k$  个约翰逊编码作为 2 维 Torus 节点的纵坐标。把节点的纵坐标作为高位横坐标作为低位组合成一个节点编码, 这样, 任意一个节点的编码可以表示为:  $N[m+k-1, \dots, m+1, m, m-1, \dots, 2, 1, 0]$ , 其中“ $m+k-1, \dots, m$ ”代表节点的纵坐标, “ $m-1, \dots, 2, 1, 0$ ”代表节点的横坐标, 其中  $k=2, m=3$  的二维平面约翰逊编码如图 4 所示, 相邻节点之间存在直接链路用线段连接。

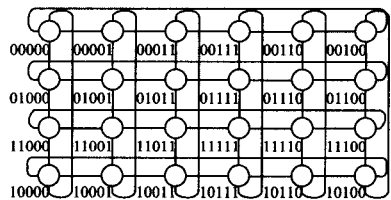


图 4 2 维 Torus 的约翰逊编码 ( $k=2, m=3$ )

由上述可以看出, 2 维 Torus 节点的约翰逊编码具有以下性质: ①每行每列的节点编码都是二进制单位距离循环码; ②任意一个节点有且仅有 4 个相邻节点(当节点编码位数大于或等于 5 时, 2 维格雷编码不满足此特性<sup>[3,4]</sup>), 自然形成了 Torus 结构; ③若  $k$  或  $m$  增加一位, 则相应的节点个数只增加

4m 个或者 4k 个(2 维格雷编码形成的节点数为  $2^k \times 2^m$ , 若  $k$  或  $m$  增加一位, 则相应的节点个数增加为原来节点数目的 2 倍); ④将任意两个节点编码异或所得“1”的个数即为两个节点间的最小距离。因此, 2 维约翰逊编码比 2 维格雷编码更适合 Torus 结构的节点编码和更容易进行网络扩展, 并且保持 Hypercube 结构简单的路由机制。

**定理 2** 对 Torus 互连网络中任意两个节点  $A(A_{m+k-1}, \dots, A_m A_{m-1}, \dots, A_1 A_0)$ ,  $B(B_{m+k-1}, \dots, B_m B_{m-1}, \dots, B_1 B_0)$ ,  $A_i, B_i \in \{0, 1\}, i \in \{0, 1, \dots, m+k-1\}$ , 则  $A, B$  之间的距离  $d(A, B) = \sum_{i=0}^m A_i \oplus B_i$ 。

证明: 由于 Torus 互连网络和超立方体节点编码方法相似, 而且超立方体的节点之间的距离具有这种关系<sup>[12]</sup>, 因此该定理结论成立。

**定义 11** Torus 连接的 Petersen 图 TCPG( $k, m$ ) 互连网络的构造。对于  $10 \times 2k \times 2m$  个节点, 按如下方法将 Torus 的可扩展性和 Petersen 图的短直径结合起来, 构造 TCPG( $k, m$ ) 互连网络。

1) 首先, 每 10 个节点连接成一个 Petersen 图, 共得到  $2k \times 2m$  个 Petersen 图互连网络, 每个 Petersen 图互连网络节点按照定义 6 进行编码, 每个 Petersen 图称为一片;

2) 将  $2k \times 2m$  个片按照如下方法连接成 Torus;  $2k \times 2m$  个片分为  $2k$  组, 每组  $2m$  个片,  $2m$  个片用  $m$  位的约翰逊码进行编码,  $2k$  个组用  $k$  位的约翰逊码进行编码, 在每组中所有片节点编码相同的节点连接成环网, 每组共得到 10 个环网; 将  $2k$  个组的具有相同片编码及相同片内节点编码的节点连接成环网, 这样所有片的节点编码相同的节点就连接成了 Torus 互连网络;

3) TCPG( $k, m$ ) 的编码: TCPG( $k, m$ ) 采用如下编码方法, 每个节点编码由两部分 ( $A_i, A_p$ ) 组成, 其中  $A_i$  ( $k+m$  位二进制码) 为每个 Petersen 图的编码,  $A_p$  (6 位符号码) 为 Petersen 图互连网络片内各节点的编码。

**定理 3** 对 TCPG( $k, m$ ) 互连网络中任意两个节点  $A(A_{m+k-1}, \dots, A_m A_{m-1}, \dots, A_1 A_0, a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1)$ ,  $B(B_{m+k-1}, \dots, B_m B_{m-1}, \dots, B_1 B_0, b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1)$ ,  $A_i, B_i \in \{0, 1\}, i \in \{0, 1, \dots, m+k-1\}$ ,  $a_j, b_j \in \{a, b, 0\}, j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则  $A, B$  之间的距离  $d(A, B) = \sum_{i=0}^{m+k-1} A_i \oplus B_i + \sum_{j=0}^5 a_j \oplus b_j$ 。

证明: 由定理 2 可知, 节点  $A(A_{m+k-1}, \dots, A_m A_{m-1}, \dots, A_1 A_0, a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1)$  与节点  $C(B_{m+k-1}, \dots, B_m B_{m-1}, \dots, B_1 B_0, a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1)$  的距离为  $d(A, C) = \sum_{i=0}^{m+k-1} A_i \oplus B_i$ , 根据 TCPG( $k, m$ ) 的构造过程和定理 1 可知, 节点  $C(B_{m+k-1}, \dots, B_m B_{m-1}, \dots, B_1 B_0, a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1)$  和节点  $B(B_{m+k-1}, \dots, B_m B_{m-1}, \dots, B_1 B_0, b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1)$  在同一个片内, 所以,  $d(C, B) = \sum_{j=0}^5 a_j \oplus b_j$ 。因此,  $A, B$  之间的距离  $d(A, B) = \sum_{i=0}^{m+k-1} A_i \oplus B_i + \sum_{j=0}^5 a_j \oplus b_j$ 。

### 2.3 TCPG( $k, m$ ) 互连网络的性质

TCPG( $k, m$ ) 互连网络结构具有如下性质:

**性质 1** TCPG( $k, m$ ) 网络是正规互连网络, 任意节点的连接度均为 7。

由于每个 Torus 片是正规互连网络且节点连接度均为 4, 根据 TCPG( $k, m$ ) 网络的构造过程易知, 把 Torus 片看作一

个节点, 该网络就是 Petersen 图互连网络且节点连接度为 3, 所以, TCPG( $k, m$ ) 网络是正规网络, 节点连接度为  $3+4=7$ 。

**性质 2** TCPG( $k, m$ ) 网络具有良好的扩展性。

可扩展性是指在网络拓朴性能保持不变的情况下, 扩充节点的能力, 即系统有效利用所增加的处理资源能力的反映, 影响网络的路由效率。在 Torus 片内, 只要将编码位数增加一位, 即  $m$  或  $k$  增大 1, 则相应的节点个数就增加  $4k$  或  $4m$  个, 整个 TCPG( $k, m$ ) 的节点数就增加  $10 \times 4k$  或  $10 \times 4m$  个。在 Torus 片内, 除了与新增节点相连的节点外, 其它节点与连接关系没有任何变动。原来节点的 Petersen 图连接关系没有变化, 节点的连接度没有变化。

**性质 3** TCPG( $k, m$ ) 网络中任意两个节点间的距离最大值(网络直径)为  $k+m+2$ 。

由于 Torus 片的直径为  $m$  个节点环的直径和  $k$  个节点环的直径之和, 即为  $m+k$ , 根据 TCPG( $k, m$ ) 网络的构造过程易知, 把 Torus 片看作一个节点, 该网络就是 Petersen 图互连网络, 其直径为 2。所以, TCPG( $k, m$ ) 的网络直径为 Torus 直径和 Petersen 图直径之和, 即  $m+k+2$ 。

**性质 4** TCPG( $k, m$ ) 网络是对称网络。

根据 TCPG( $k, m$ ) 网络的构造过程易知, 该网络中任何节点标识为原点都同构于本身, 即从任何节点观察网络都是一样的。简化了路由算法的实现, 即路由算法与节点位置无关系。

**性质 5** TCPG( $k, m$ ) 网络的成本(链路数)为  $140 \times k \times m$ 。

TCPG( $k, m$ ) 网络的链路数为  $2k \times 2m$  个 Petersen 图链路数 15 和 10 个  $2k \times 2m$  的 Torus 链路数  $2 \times 2k \times 2m$  之和,  $2k \times 2m \times 15 + 10 \times 2 \times 2k \times 2m = 140 \times k \times m$ 。

**性质 6** TCPG( $k, m$ ) 网络的等分宽度为  $20 \times k \times m$ 。

网络等分宽度是把网络分成两个相等网络时, 必须删去的最小通信链路数。是将  $2k \times 2m$  个 Petersen 图等分, Petersen 图等分宽度为 5, 所以等分宽度为  $5 \times 2k \times 2m = 20 \times k \times m$ 。

为了进一步说明 TCPG( $k, m$ ) 网络的优良特性, 表 1 给出了 TCPG( $k, m$ ) 互连网络和 2 维 Torus, RP( $k$ ) 互连网络的对比, 其中  $N=10 \times 2k \times 2m$ 。

表 1 3 种静态网络的性能特征

网络类型	度	链路数	网络直径	等分宽度
TCPG( $k, m$ )	7	$140 \times k \times m$	$k+m+2$	$20 \times k \times m$
2 维 Torus	4	$80 \times k \times m$	$10 \times k \times m$	$2\sqrt{N}$
RP( $k$ )	5	$100 \times k \times m$	$2k \times m + 2$	$20 \times k \times m$

如果互连网络  $N_1$  的可分组性优于  $N_2$  的可分组性, 则利用  $G_1(N_1)$  作为一组计算节点的通信开销就小于  $G_1(N_2)$  作为一组计算节点的通信开销, 因此考虑互连网络的可分组性具有重要意义<sup>[5,6]</sup>。根据 TCPG( $k, m$ ) 的构造过程及定义 3、定义 4 和定义 5, TCPG( $k, m$ ), Torus 和 RP( $k$ ) 的最优分组距离分别为式(1)~式(3)。

$$d(G_1(\text{Torus})) = 2(\lfloor \sqrt{\lambda} - 1 \rfloor) \quad (1)$$

$$d(G_1(\text{TCPG})) = \begin{cases} 1, & \text{若 } \lambda=2 \\ 2+2 \times (\sqrt{(\lambda \div 10) + 1} - 1), & \text{若 } \lambda \geq 3 \end{cases} \quad (2)$$

$$d(G_k(RP)) = \begin{cases} 1, & \text{若 } \lambda=2 \\ 2+(\lambda-1)\text{div } 10, & \text{若 } \lambda \geq 3 \end{cases} \quad (3)$$

("div"表示取商运算符)。

**性质 7** TCPG( $k, m$ )的可分组性优于 Torus 和 RP( $k$ )的可分组性。

由上述性质可知, TCPG( $k, m$ )互连网络具有较好的拓扑性质和通信性能。

### 3 TCPG( $k, m$ )互连网络上的路由算法

路由算法是影响并行计算效率的重要因素。这里我们主要对单播和多播路由算法及性能进行分析。

#### 3.1 TCPG( $k, m$ )的单播路由算法及性能分析

##### 1) 单播路由算法

假设  $A(A_{m+k-1}, \dots, A_m A_{m-1}, \dots, A_1 A_0, a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1)$  节点向  $B(B_{m+k-1}, \dots, B_m B_{m-1}, \dots, B_1 B_0, b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1)$  节点发送数据。由 Petersen 图和 Torus 节点的编码方法以及 TCPG( $k, m$ )互连网络的构造过程可知, TCPG( $k, m$ )的每个片的编码有且仅有一位不同, 而且片内相邻节点编码的运算结果是 1, 因此, TCPG( $k, m$ )节点编码隐含了全局的路由信息。路由过程如下:

①如果  $A$  和  $B$  在同一个片内, 那么由 2.2 节可知,  $A$  节点和  $B$  节点的 Torus 编码是相同的, 即  $\sum_{i=0}^m A_i \oplus B_i \equiv 0$ , 只要进行  $A_p = a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1, B_p = b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1$  的 Petersen 图片内路由, 源节点  $A$  和目的节点  $B$  的距离是 1 或者 2。如果节点  $A_p, B_p$  之间的距离  $d(A_p, B_p) = \sum_{j=0}^5 a_j \oplus b_j = 1$ , 那么节点  $A$  直接向节点  $B$  发送数据; 否则, 计算  $A_p$  的 3 个相邻节点为  $A_{p1}, A_{p2}, A_{p3}$  与  $B_p$  的距离, 将节点  $A_p$  的数据发送到与目的节点距离为 1 的节点, 然后再从相邻节点发送到目的节点  $B$ 。

②如果  $A$  和  $B$  在同一个 Torus 中, 那么由 2.2 节可知,  $A$  节点和  $B$  节点的 Petersen 图的节点编码是相同的, 即  $\sum_{j=0}^5 a_j \oplus b_j \equiv 0$ , 只进行  $A_T = A_{m+k-1}, \dots, A_m A_{m-1}, \dots, A_1 A_0$  节点向  $B_T = B_{m+k-1}, \dots, B_m B_{m-1}, \dots, B_1 B_0$  的 Torus 网络的路由。Torus 网络左右相邻节点编码只有横坐标相差一位, 上下相邻节点只有纵坐标相差一位, 节点  $A_T$  的左相邻节点编码为  $A_L = S_{m+k-1} \dots S_l \dots S_{k+1} S_k \overline{S_0} S_{k-1} \dots S_p \dots S_1$ , 右相邻节点编码为  $A_R = S_{m+k-1} \dots S_l \dots S_{k+1} S_k S_{k-2} \dots S_p \dots S_1 S_0 \overline{S_{k-1}}$ , 上相邻节点编码为  $A_U = \overline{S_{m+k-1}} \dots S_l \dots S_{k+1} S_k \dots S_p \dots S_0$ , 下相邻节点编码为  $A_D = S_{m+k-2} \dots S_l \dots S_{k+1} S_k \overline{S_{m+k-1}} S_{k-2} \dots S_p \dots S_1 S_{k-1}$ , 那么  $A_T$  相邻节点与  $B_T$  的距离为  $d_L = \text{Hamming}(A_L \oplus B_T), d_R = \text{Hamming}(A_R \oplus B_T), d_U = \text{Hamming}(A_U \oplus B_T), d_D = \text{Hamming}(A_D \oplus B_T)$ 。  $d_{\min} = \min\{d_L, d_R, d_U, d_D\}$ , 将包发送到  $d_{\min}$  所对应的相邻节点并且将  $A$  修改为该相邻节点的编码, 然后计算  $d$  值, 如果  $d \equiv 0$ , 那么  $A$  标识的节点即为目标节点, 否则重复前面的过程。

③如果  $A$  和  $B$  既不在同一个 Torus 网络中, 也不在同一个 Petersen 图网络中, 是任意的两个节点, 那么首先按①的方式将数据包路由在同一个 Torus 中, 即到达节点  $A'(A_{m+k-1}, \dots, A_m A_{m-1}, \dots, A_1 A_0, b_6 b_5 b_4 b_3 b_2 b_1)$ , 然后按②的方式将包路由到目的节点  $B$ 。

##### 2) 算法性能分析

TCPG( $k, m$ )的路由算法优点主要在于 Torus 网络采用约翰逊编码方法, 使得 Torus 网络中任意两个节点编码异或所得“1”的个数即为两个节点间的最小距离, 并且该编码隐含了全局的路由信息和相邻节点间的关系。使得网络节点转发数据时, 只要存储当前节点和目的节点的编码就可以正确地路由数据。Petersen 图网络节点编码方法也使得网络路由变得简单。

根据 TCPG( $k, m$ )单播路由算法, 数据在 Petersen 图中传播最坏情况下需要 2 轮通信操作, 在同一个 Torus 中传播最坏情况下需要  $k+m$  轮通信操作, 因此, 最坏情况下总共需要  $k+m+2$  轮通信操作。算法能沿着越短的路径将数据从源节点发送到目的节点, 算法的通信效率就越高。以上单播路由算法的每一次转发数据是按最短路径进行的, 所以, 最坏情况下, 路由的路径不会超过网络的直径  $k+m+2$ , 算法的通信效率为  $1/(k+m+2)$ 。

#### 3.2 TCPG( $k, m$ )的广播路由算法及性能分析

##### 1) 广播路由算法

假设由节点  $A$  发送数据到其它所有节点。首先, 将节点  $A$  的数据在所在的 Petersen 片内广播到所在片的所有节点, 然后收到数据信息的节点将数据采用递归加倍方法扩散给各自所在的超立方体之内的所有节点。

##### 2) 算法性能分析

以这种方式进行广播路由, 节点  $A$  将数据广播给所在 Petersen 图网络片内的所有节点需要 2 轮通信操作, 然后数据在超立方体之内进行广播需要  $k+m$  轮通信操作。所以, 整个广播需要  $k+m+2$  轮通信操作, 算法的通信效率为  $1/(k+m+2)$ 。

**结束语** Torus 互连网络和 Petersen 图互连网络是两种最为重要和最具吸引力的并行计算机互连网络拓扑结构。但是 Petersen 图网络不具有可扩展性, 在多处处理器系统互连网络的实际应用中受到了限制。因此, 本文将 Torus 互连网络的可扩展性和 Petersen 图互连网络的短直径结合, 提出了一种简单的可扩展的 TCPG( $k, m$ ), 互连网络结构。该互连网络是一种节点度为 7 的正规对称可扩展的互连网络, 可以在保持节点度不变进行网络的扩展, 网络节点编码采用混合编码方法, 使得路由算法简单高效。TCPG( $k, m$ )互连网络的可分组性优于 Torus 和 RP( $k$ )的可分组性, 基于 TCPG( $k, m$ )互连网络结构单播、广播路由算法需要  $k+m+2$  轮通信操作, 是一种适合大规模并行计算的互连网络拓扑结构。

### 参考文献

- [1] Wu R-Y, Chang J G, Chen G-H. Node-disjoint paths in hierarchical hypercube networks[C]//20th International Parallel and Distributed Processing Symposium. April 2006;5
- [2] Hillis W D. The Connection Machine [M]. Cambridge, MA, MIT Press, 1985
- [3] Dally W, Towles B. Principles and Practices of Interconnection Networks[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Press, 2004
- [4] Grama A, Gupta A, Karypis G, et al. Introduction to Parallel Computing (Second Edition)[M]. Addison-Wesley Press, 2003
- [5] Liu F A, Liu Z Y, Qiao X Z. A practical interconnection network RP( $k$ ) and its routing algorithms[J]. Science in China (Series F), 2001, 44(6): 461-473

(下转第 85 页)

MLCP	Queue Rate Link Utilization	Load Factor (负载因子)	4 位	<80%:MI <95%:AI <100%:II >100%:MD
------	--------------------------------	-----------------------	-----	--

## 参考文献

综上,已有的显式拥塞反馈具备了一些成熟的拥塞控制方法,但它们所反馈的拥塞测度都来自路由器,不能体现无线链路路上的拥塞情况。我们提出了跨层设计的 TCP 模型,它能够将这些显式拥塞反馈机制延伸到底层,增强了 TCP 协议中拥塞感知的范围。最重要的是,由于该模型中 TCP 响应的各层反馈是“或”的关系,即使某个节点不支持某层的反馈,也不会影响其他层反馈发生作用,因此这种跨层显式反馈具备较好的兼容性和可扩展性。

**结束语** 本文首先研究了无线网络 TCP 协议中的跨层设计问题,然后在充分考虑与有线网络已有的拥塞控制机制相融合的基础上,提出了一种跨层的显式拥塞通告方法以及相应的 TCP 协议设计模型,并且详细分析了几种具体的实施方案。

对于该设计模型的进一步研究包括:底层拥塞测度的分析和提取;显式反馈机制的跨层扩展和实现。我们已经实现了基于 MAC 层重传次数的跨层 ECN 机制,并取得了预期的效果<sup>[15]</sup>。接下来需要从这两个角度进行更加广泛的研究和应用,尤其需要将本文提出的模型扩展到已有的 TCP 协议中,考察跨层的显式拥塞反馈与原有的拥塞控制之间的相互作用。

总之,传统的网络体系结构协议栈不同层之间相对独立,便于标准化和配置,而跨层设计结构主要通过增加协议栈中不同协议层的直接通信,共享有效信息来提高网络性能,需要协议栈内部不同层之间的相互作用。这两种结构的互联互通面临着巨大的挑战,因此设计具有弹性的松散耦合的跨层设计结构,在保持传统网络各层相对独立性的同时,优化网络的性能是未来的发展方向。

- [1] 俞一帆. 第四代移动通信系统的跨层设计研究. 博士论文. 北京:北京邮电大学电信工程学院,2006
- [2] Raghunathan V, Kumar P R. A Counterexample in Congestion Control of Wireless Networks. *Performance Evaluation*, 2007, 64(5):399-418
- [3] Chen Lijun, Low S H, Doyle J C. Joint Congestion Control and Media Access Control Design for Ad Hoc Wireless Network. Infocom, 2005
- [4] 冀晓亮, 衡伟. 结合自适应调制和自动请求重发的无线跨层设计 // 2006 北京地区高校研究生学术交流会——通信与信息技术会议论文集(上). 北京, 2006
- [5] 卢先领, 孙亚民, 周灵, 等. Ad Hoc 无线网络跨层设计综述. *计算机科学*, 2007, 34(10)
- [6] Srivastava V, Motani M. Cross-Layer Design: A Survey and the Road Ahead. *IEEE Communications Magazine*. December 2005: 112-119
- [7] Dimic G, Sidiropoulos N D, Zhang R. Medium Access Control - Physical Cross-Layer Design // *IEEE Sig. Proc.* 2004, 21(5):40-50
- [8] Singh A K, Iyer S. ATCP: Improving TCP performance over mobile wireless environments. *Mobile and Wireless Communications Network // 2002 of the 4th International Workshop*. 2002: 239-243
- [9] 叶进, 王建新. 混合网络中一种基于拥塞概率预测的 TCP 协议. 小型微型计算机系统(已录用)
- [10] Floyd S. TCP and Explicit Congestion Notification. <http://www.icir.org/floyd/ecn.html>
- [11] Katabi D, Hanley M, Rohrs C. Congestion Control for High Bandwidth-Delay Product Networks. SIGCOMM, 2002
- [12] 陶小梅. XCP 协议的改进研究. 硕士论文. 广西:广西师范大学, 2005
- [13] Xia Yong, Subramanian L, et al. One More Bit Is Enough. SIGCOMM, 2005
- [14] Aazi I A, et al. On the Design of Load Factor based Congestion Control Protocols for Next Generation Networks. to be appeared in *IEEE Infocom 2008*
- [15] 叶进, 王建新. 融合 MAC 层拥塞通告的 TCP 协议设计. 高技术通讯(已录用)

(上接第 81 页)

- [6] Wang L, Chen Z P, Jiang X H. Ringed Petersen spheres connected hypercube interconnection networks[C] // 10th IEEE International Conference on Engineering of Complex Computer Systems. June 2005:127-131
- [7] Abachi H, Walker A-J. Network Expandability and Cost Analysis of Torus, Hypercube and Tree Multi-Processor Systems[C] // Proceedings of the 28th Southeastern Symposium on System Theory (SSST'96). 1996:426-430
- [8] Ould-Khaoua M. On the Optimal Network for Multicomputers: Torus or Hypercube? [C] // Proceedings of the 4th International Euro-Par Conference on Parallel Processing. 1998:889-992
- [9] Shahabi A, Honarmand N, Navabi Z. Programmable Routing Tables for Degradable Torus-Based Networks on Chips[C] // IEEE International Symposium on Circuits and Systems. May 2007:1065-1068
- [10] Lusala A K, Manet P, Rousseau B, et al. NoC Implementation in FPGA using Torus Topology[C] // International Conference on Field Programmable Logic and Applications. Aug. 2007:778-781
- [11] Wu Chang, Li Yubai, Chai Song. Design and simulation of a torus structure and route algorithm for network on chip[C] // 7th

- International Conference on ASIC. Oct. 2007:1289-292
- [12] Yeh C H, Behrooz P. Routing and embeddings in cyclic Petersen network; An efficient extension of the Petersen graph[C] // Higaki H, Page TW, eds. Proc. of the Int'l Conf. on Parallel Processing. Fukushima: IEEE Computer Society, 1999:58-65
- [13] Ohring S, Das S K. Folded Petersen cube networks; New competitors for the hypercubes[J]. *IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems*, 1996, 7(2):151-68
- [14] Das S K, Banerjee A K. Hyper Petersen network; Yet another hypercube-like topology[C] // Siegel H J, ed. Proc. of the 4th Symp. On the Frontiers of Massively Parallel Computation. Virginia: IEEE Computer Society, 1992:70-77
- [15] 刘方爱, 刘志勇, 乔香珍. 一种实用的互联网络拓扑结构 RP(k) 及路由算法[J]. *中国科学(E 辑)*, 2002, 32(3):380-385
- [16] 刘方爱, 刘志勇, 乔香珍. 一类层次环网络的构造及路由算法. *计算机学报*[J], 2002, 25(12):1397-404
- [17] 王雷, 林亚平, 夏巍. 双环 Petersen 图互联网络及其路由算法研究[J]. *软件学报*, 2006, 17(5):1115-1123
- [18] 王雷, 林亚平. 基于超立方体环连接的 Petersen 图互连网络研究[J]. *计算机学报*, 2007, 9(6):339-343