

基于三角模的模糊双向联想记忆网络的性质研究

曾水玲^{1,2} 杨静宇¹ 徐蔚鸿^{1,2}

(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)¹ (吉首大学数学与计算机科学学院 吉首 416000)²

摘 要 基于模糊取大算子和三角模 T 的模糊合成, 构建了一类模糊双向自联想记忆网络 Max-T FBAM。利用三角模 T 的伴随蕴涵算子, 为这类 Max-T FBAM 提出了学习算法, 并理论上证明了该学习算法确定的连接权矩阵是网络最大的连接权矩阵。对任意输入能使 Max-T FBAM 迭代一步内就进入稳定态, 该类网络具有全局稳定性和可靠的存储能力。当三角模 T 满足利普希兹条件时, 采用上述学习算法时自联想 Max-T FBAM 对训练模式的摄动全局拥有好的鲁棒性。最后用实验证实了理论研究, 也为图像的可靠存储提供了参考。

关键词 三角模, 模糊双向联想记忆网络, 学习算法, 稳定性, 鲁棒性

中图分类号 TP18 **文献标识码** A

On Properties of Fuzzy Bidirectional Associative Memories Based on Triangular Norms

ZENG Shui-ling^{1,2} YANG Jing-yu¹ XU Wei-hong^{1,2}

(College of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)¹

(College of Mathematics and Computer Science, Jishou University, Jishou 416000, China)²

Abstract Based on the fuzzy composition of max operation and any triangular norm T , a type of fuzzy bidirectional auto-associative memory (Max-T FBAM) was proposed. By means of concomitant implication operator of a triangular norm, a general learning algorithm was proposed for a class of such Max-T FBAMs. It was proved theoretically that the learning algorithm can ensure the Max-T FBAMs have maximal pair of connection weight matrices, which can be convergent to an equilibrium state in one iterative process for any input, and have reliable store capabilities. When triangular norms satisfy Lipschitz condition, Max-T FBAMs have good robustness of small perturbations of training pattern pairs by the learning algorithm. Finally the experiment is given to not only testify the theoretical research, but also provide a reference for reliable storing images.

Keywords Triangular norm, Fuzzy bidirectional associative memory, Learning algorithm, Stability, Robustness

1 引言

为神经网络提供有效学习算法是神经网络研究的关键问题, 引起了国内外学者的广泛关注^[1-6]。在给定的学习算法下, 才能研究神经网络的稳定性^[7]、收敛性^[8]、容错性^[2]、存储能力^[9]等性质, 才能将神经网络更好地应用于实际。本文, 利用三角模算子和相应伴随蕴涵算子构造模糊双向联想记忆网络(Fuzzy Bi-directional Associative Memory, FBAM), 改进文献[6]提出的学习算法, 并将该学习算法应用于这一大类模糊网络中, 然后在此基础上研究该类神经网络的收敛性、稳定性及对训练模式摄动的鲁棒性。

国内外很多学者研究了模糊推理系统的规则摄动, 从不同角度来分析各类模糊系统基于规则摄动的鲁棒性^[10-15]。因为许多模糊神经网络在本质上是模糊系统的实现, 所以对模糊神经网络的训练模式摄动的研究可以借鉴模糊推理系统

的规则摄动的研究结论。在国内已经有学者研究了训练模式的摄动对单个模糊神经网络的影响^[16,17], 但这些研究局限在某个特定的网络, 训练模式的摄动对某种类别的网络的影响没有进行一般性的分析。

2 Max-T FBAM 网络的学习算法及性质

当神经网络的拓扑结构一定时, 网络的性能就由它的连接权集合决定, 连接权又由神经网络的学习算法决定。所以, 如果能设计有效的学习算法, 使得神经网络既能完整可靠回想训练模式集, 又能同时满足多种其它性能要求, 则对拓广神经网络的应用具有一定的实际意义。本节将利用三角模及其相应的伴随蕴涵算子构建模糊双向自联想记忆网络, 将文献[6]提出的学习算法进行一般的推广, 应用在模糊双向自联想记忆网络中。

本文总假设 $I = \{1, 2, \dots, n\}$, $J = \{1, 2, \dots, n\}$, $K = \{1, 2,$

到稿日期: 2008-03-20 本课题得到国家自然科学基金项目(No. 60632050), 湖南省教育厅科研基金项目(No. 07C522)和湖南省自然科学基金项目(No. 05JJ40004)的资助。

曾水玲(1975-), 女, 博士生, 讲师, 主要研究领域为神经网络、模式识别理论和应用, E-mail: zengflsl@163.com; 杨静宇(1941-), 男, 教授, 博导, 主要研究领域为智能机器人与智能系统、模式识别理论和应用; 徐蔚鸿(1963-), 男, 博导, 教授, 博士, 主要研究领域为智能系统、模式识别和软件工程等。

..., p} 为非空有限指标集。

定义 1^[6] 映射 $T: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 称为三角模, 若其满足条件:

- (1) 边界性: $0T0=0, 1T1=1$;
- (2) 单调增: $\forall a, b, c, d \in [0, 1]$, 若 $a \leq c, b \leq d$, 则 $aTb \leq cTd$;
- (3) 交换律: $\forall a, b \in [0, 1], aTb = bTa$;
- (4) 结合律: $\forall a, b, c \in [0, 1], aT(bTc) = (aTb)Tc$ 。

定义 2^[6] 设 T 是一个三角模, 则 T 的伴随蕴涵算子定义为

$$aR_T b = \begin{cases} \bigvee_{x \in [0, 1]} \{x | aTx \leq b\}, & \text{if } \{x \in [0, 1] | aTx \leq b\} \neq \Phi; \\ 0, & \text{if } \{x \in [0, 1] | aTx \leq b\} = \Phi \end{cases} \quad [0, 1]$$

设 $\{(A_k, A_k) | k \in K, A_k \in [0, 1]^n\}$ 是训练模式对集, T 为三角模, Max-T FBAM 的带蕴涵运算的学习算法是:

第 1 步: 对每一 k 个模式对 (A_k, A_k) 求得对应的临时权矩阵对, $w_k = (a_{ki}R_T a_{kj})_{n \times n}, k \in K$, 因为是自联想记忆网络, 所以 $u_k = w_k$ 。

第 2 步: 用模糊取大运算 \bigcap 整合以上所有的 w_k, u_k , 得到最终的权矩阵对: $W = \bigcap_{k \in K} w_k = (\bigwedge_{k \in K} (a_{ki}R_T a_{kj}))_{n \times n}, U = \bigcap_{k \in K} u_k = \bigcap_{k \in K} w_k = W$ 。

定理 1 设 $set = \{(A_k, A_k) | k \in K, A_k \in [0, 1]^n\}$ 是模式集, Max-T FBAM 网络根据以上学习算法确定的连接权矩阵满足: (1) $W \circ^T W = W$, 记 $W \circ^T W = W^2$, 即 $W^2 = W$; (2) $W \circ^T A = A$ 。

证明:

(1)(a) 对于集合 set , 用以上学习算法所确定的连接权矩阵 $W = (\bigwedge_{k \in K} (a_{ki}R_T a_{kj}))_{n \times n}$, 记 $M = W \circ^T W, \forall i, j \in I$, 有

$$\begin{aligned} m_{ij} &= \bigvee_{s \in I} (w_{is} T u_{sj}) = \bigvee_{s \in I} \{ [\bigwedge_{k \in K} (a_{ki}R_T a_{ks})] T [\bigwedge_{h \in K} (a_{hs}R_T a_{hj})] \} \\ &\geq [\bigwedge_{k \in K} (a_{ki}R_T a_{ki})] T [\bigwedge_{h \in K} (a_{hi}R_T a_{hj})] \quad (\text{令 } s=i) \\ &= (\bigwedge_{k \in K} 1) T [\bigwedge_{h \in K} (a_{hi}R_T a_{hj})] = \bigwedge_{h \in K} (a_{hi}R_T a_{hj}) \quad (\text{由 } T\text{-模的性质}) = w_{ij} \end{aligned}$$

即此时: $W \circ^T W \geq W$ (1)

$$\begin{aligned} (b) \quad m_{ij} &= \bigvee_{s \in I} (w_{is} T w_{sj}) = \bigvee_{s \in I} \{ [\bigwedge_{k \in K} (a_{ki}R_T a_{ks})] T [\bigwedge_{h \in K} (a_{hs}R_T a_{hj})] \} \\ &\leq \bigvee_{s \in I} \{ [(a_{ki}R_T a_{k's})] T [(a_{k'h}R_T a_{k'j})] \} \\ &\quad (\text{由 } T \text{ 的单调增性质, 且令 } k=k', h=k') \leq \bigvee_{s \in I} (a_{k'i}R_T a_{k'j}) = w_{ij} \end{aligned}$$

对 $\forall k' \in K$, 所以 $m_{ij} \leq \bigwedge_{k' \in K} (a_{k'i}R_T a_{k'j}) = w_{ij}$ 。

即此时: $W \circ^T W \leq W$ (2)

所以根据式(1)和式(2)有 $W \circ^T W = W$ 。进一步, 有 $W^2 = W$ 也成立。

(2) 因为 $W \circ^T A \circ^T A = A \circ^T A \circ^T A \circ^T A = W \circ^T W = W$, 又有 $A \circ^T A = W$, 所以 $W \circ^T A = A$ 。

推论 1 设 $set = \{(A_k, A_k) | k \in K, A_k \in [0, 1]^n\}$, 则使用上述学习算法所得到的权值矩阵 W , 对任意初始态, Max-T FBAM 系统迭代一步后就进入平衡态。

证明: 对任意的 Max-T FBAM 系统的输入 $B \in [0, 1]^n$, 根据定理 1 有 $W^2 = W$, 故以 B 为初始状态, 系统在一步迭代后就进入状态 $D = B \circ^T W$, 且有

$$D \circ^T (W \circ^T W) = (B \circ^T W) \circ^T (W \circ^T W) = B \circ^T W = D,$$

故 D 是 Max-T FBAM 系统的平衡态。此时对 $\forall t \geq 1, B \circ^T W^t = B \circ^T W$ 总成立。

自联想的 Max-T FBAM 采用上述学习算法进行训练, 计算得到的连接权矩阵, 此时该网络对任意输入 $X \in [0, 1]^n$ 经过一步迭代就收敛, 也就是该神经网络对任意一个初始模式可以收敛到网络的另一个稳定状态, 所以自联想的 Max-T FBAM 具有全局稳定性。

定理 2 设 $set = \{(A_k, A_k) | k \in K\}$ 是任意给定的训练模式集, 则自联想 Max-T FBAM 采用以上学习算法所确定的连接权矩阵 W 是该神经网络的最大连接权矩阵。

证明(参考文献[6], 略)

以上定理和推论表明, 自联想的 Max-T FBAM 采用上述学习算法进行训练, 对存储的训练模式都能完整可靠地回想。其中训练模式的维数是任意的, 训练模式的个数也是任意的, 说明该类网络具有无限存储能力。特别地, 对于二值训练模式 $A_k \in \{0, 1\}^n$, 此时该神经网络能存储 2^n 个训练模式。文献[9]研究表明, Hopfield 神经网络能存储二值模式为 $n/(4 \log n)$ 个, 所以该类神经网络的存储容量远远超过了 Hopfield 神经网络的存储容量。该类模糊双向自联想记忆网络的可靠存储能力为图像的有效存储提供了参考工具。本文提出的学习算法是有效的: (1) 算法对于所有的三角模都适用; (2) 算法确定的连接权矩阵能使神经网络具有无限的存储能力。

3 训练模式的扰动对 Max-T FBAM 的影响

训练模式扰动是指训练模式具有不确定性、不精确性或存在小幅误差。在构建模糊神经网络系统时, 系统的训练模式总存在扰动。这种扰动对该类神经网络的输出会产生怎样的影响是本节研究的重点。

设 $A = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in [0, 1]^n, \Delta A = (\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n) \in [-1, 1]^n$, 定义模糊向量 $A + \Delta A = (a_1 + \Delta a_1, a_2 + \Delta a_2, \dots, a_n + \Delta a_n) \in [0, 1]^n$ 。其中若 $a_i + \Delta a_i > 1$, 则 $a_i + \Delta a_i$ 调整为 1; 若 $a_i + \Delta a_i < 0$, 则 $a_i + \Delta a_i$ 调整为 0。

定义 3^[16] 设 A^*, A 是 $[0, 1]$ 上的 $n \times m$ 矩阵, 称 $H(A^*, A) = \bigvee_{i \in I, j \in J} |a_{ij}^* - a_{ij}|$ 为 A^* 与 A 的最大扰动误差。显然有 $H(A^*, A) = H(A, A^*)$ 。

定义 4^[16] 当模式对 (A, B) 扰动后变为 $(A + \Delta A, B + \Delta B)$, 且 $H(A + \Delta A, A) \vee H(B + \Delta B, B) \leq \gamma$ 时, 称该模式对发生了最大 γ 扰动。

假设通过某种手段所获取的第 k 个模式对为 $(A_k, B_k) = ((a_{k1}, a_{k2}, \dots, a_{kn}), (b_{k1}, b_{k2}, \dots, b_{kn}))$, 相应的客观的或最理想的模式对为 $(C_k, D_k) = ((c_{k1}, c_{k2}, \dots, c_{kn}), (d_{k1}, d_{k2}, \dots, d_{kn}))$ 。通常, (A_k, B_k) 和 (C_k, D_k) 有一定的小幅误差。把这两个模式对彼此看成是对方小幅扰动的结果。

定义 5^[16] 假设一个模糊神经网络 FNN 采用学习算法 f , 对任意的训练模式对集合 $set = \{(A_k, B_k) | k = 1, 2, \dots, p\}$ 和 $\gamma_k > 0, k = 1, 2, \dots, p$, 当各模式对 (A_k, B_k) 发生任意最大 γ_k 扰动, 致使 set 变成新训练模式对集合 new_set 。若对一切输入 $X \in [0, 1]^n$, 基于原训练模式对集该 FNN 产生的输出序列 $\{f_i(X, set) \in [0, 1]^m | i \in I\}$ 和基于扰动后的训练模式对集 FNN 产生的输出序列 $\{f_i(X, new_set) \in [0, 1]^m | i \in I\}$ 总满

足 $H(f_i(X, set), f_i(X, new_set)) \leq \prod_{k=1}^p \gamma_k$, 则称采用学习算法 f 的该 FNN 对训练模式对集扰动全局拥有好的鲁棒性(即 FNN 不放大训练模式对集的最大扰动幅度), 其中 $T = \{1\}$ 或 $T = \{1, 2, 3, \dots\}$ 。

定义 6 若三角模 T 及其伴随蕴涵算子 R_T , 存在常数 $\alpha \geq 1, \beta \geq 1$, 对于 $\forall a, b, c, d \in [0, 1]$ 使得 $|aTb - cTd| < \alpha(|a - c| \vee |b - d|)$, $|aR_Tb - cR_Td| < \beta(|a - c| \vee |b - d|)$ 都成立, 则称三角模 T 满足利普希兹条件。

定理 3 当三角模 T 满足利普希兹条件时, 采用上述学习算法时的自联想 Max-T FBAM 对训练模式对集的扰动全局拥有好的鲁棒性。

证明: 记 $\gamma = \prod_{k=1}^p \gamma_k$, 任给训练模式对集 $set = \{(A_k, A_k) | k=1, 2, \dots, p\}$, 采用上述学习算法, 完成 FBAM 训练, 让网络开始工作。任意输入 $X \in [0, 1]^n$, 由网络得到状态序列 $\{Y_t = Y \circ (W^T \circ W)^t\}$ 。假定 set 扰动后的训练模式对集变为 $new_set = \{(B_k, B_k) | k=1, 2, \dots, p\}$, 其中 (A_k, A_k) 发生了最大 γ_k 扰动, 即 $H(A_k, B_k) \leq \gamma_k, k=1, 2, \dots, p$ 。依然采用该学习算法, 由于模式对集合的变化, 此时 FBAM 网络的权值会有某些变化。现让网络开始工作, 对同一输入 X , 由网络得到新的状态序列 $\{Y_1, Y_1 = Y \circ (W_1^T \circ W_1)^t\}$

$$\begin{aligned} H(W, W_1) &= \bigvee_{i \in I, j \in J} |w_{ij} - w_1|_{ij} = \bigvee_{i \in I, j \in J} |[\bigwedge_{k=1}^p (a_{ki} R_T a_{kj})] \\ &\quad - [\bigwedge_{k=1}^p (b_{ki} R_T b_{kj})]| \\ &\leq \bigvee_{i \in I, j \in J} \bigvee_{k=1}^p |(a_{ki} R_T a_{kj}) - (b_{ki} R_T b_{kj})| \quad (|\bigwedge_{i \in I} a_i' \\ &\quad - \bigwedge_{i \in I} a_i| \leq \bigvee_{i \in I} |a_i' - a_i|) \\ &\leq \bigvee_{i \in I, j \in J} \bigvee_{k=1}^p \beta (|a_{ki} - b_{ki}| \vee |a_{kj} - b_{kj}|) \quad (\text{三角} \\ &\quad \text{模 } T \text{ 满足利普希兹条件}) \\ &\leq \bigvee_{i \in I, j \in J} \bigvee_{k=1}^p \beta \cdot \gamma_k = \beta \cdot \gamma \end{aligned}$$

有 $H(W \circ^T W, W_1 \circ^T W_1) = H(W, W_1) \leq \beta \gamma$, 又有 $H((W \circ^T W)^t, (W_1 \circ^T W_1)^t) = H(W, W_1) \leq \beta \gamma$, 又 $H(X, X) = 0 \leq \gamma$, 则 $H[X \circ^T (W \circ^T W)^t, X \circ^T (W_1 \circ^T W_1)^t] = H(X \circ^T W, X \circ^T W_1) \leq \beta \gamma$, 即此时输出序列 $\{Y_t\}$ 和 $\{Y_1\}$ 总使得 $H(Y_t, Y_1) \leq \beta \gamma, \forall t \geq 1$ 成立。证毕。

该定理表明, 自联想 Max-T FBAM 对训练模式对集的扰动全局拥有好的鲁棒性, 这也说明训练模式的适度“粗糙”对后续处理副作用不大, 则无须费时费力地去找一个有精确隶属度的训练模式, 对训练数据的采集设备精度要求可以适当降低, 进而可以降低预处理数据的硬件成本。

4 仿真实验

实验的目的是考察采用本文提出的学习算法时模糊双向自联想记忆网络的存储能力, 以及训练模式发生扰动时对神经网络产生的影响。实验中采用大小为 64×64 、灰度级为 256 的图像。为验证理论研究的结论, 实验中选用三角模中的 Lukasiewicz 算子。显然, 该算子满足利普希兹条件, 该算子的运算为 $aT_L b = (a+b-1) \vee 0$, 其相应的伴随蕴涵算子根据定义有 $aR_L b = (1-a+b) \wedge 1$ 。

图 1 为不含噪声的 3 张不同的人脸图像, 作为训练模式集, 采用本文的学习算法进行训练, 得到 Max-T FBAM1。图 2 是图 1 中的图像加入随机噪声而得到的, 即训练模式发生扰动, 也采用本文的学习算法进行训练, 得到 Max-T FBAM2。将图 1 的图像像素灰度值增大, 变成图 3 的图像。

以图 3 的图像作为输入模式集, 分别输入 Max-T FBAM1, Max-T FBAM2, 两神经网络产生的输出分别构成图 4 和图 5 所示的图像。



图 1 不含噪声的训练模式



图 2 训练模式发生扰动, 加入随机噪声



图 3 输入图像



图 4 FBAM1 的输出



图 5 FBAM2 的输出

在实验中, 能得出以下结论: (1) Max-T FBAM1 和 Max-T FBAM2 能完整可靠地回想出所存储的模式集。(2) 采用相同的网络模型, 相同的学习算法, 相同的输入, 仅仅在神经网络训练时的训练模式存在扰动。此时图 4 和图 5 两者图像灰度值差异的最大值总是小于图 1 和图 2 两者图像灰度值差异的最大值。存在这种差异是训练模式的扰动引起的。但是神经网络对这种扰动没有放大作用, 输出的差异总小于训练模式的扰动, 这说明该网络对训练模式的扰动具有好的鲁棒性。

结束语 本文的研究是文献[16]的一种推广, 将对一种特定的神经网络性质的研究推广到一个神经网络簇性质的研究, 并且研究结论具有一般性和通用性。本文是针对模糊双向自联想记忆网络展开研究, 在此基础上可以进一步研究模糊双向自联想记忆网络的收敛性、稳定性及对训练模式扰动的鲁棒性等, 这些值得我们进一步思考。

参考文献

- [1] Kosko B. Bidirectional associative memory. IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, 1988, 18(1): 49-60
- [2] 刘普寅. 模糊双向联想记忆的一个基于容错性的学习算法[J]. 电子学报, 1998, 21

(下转第 267 页)

腐蚀可以把小于结构元素的物体去除,同时使大于结构元素的物体缩减。本文选取结构元素为 3×3 的黑块点,即可有效去除图像中的噪声,同时使目标物体的边界沿周边减少一个像素。为了不影响目标物体的分割效果,可以在腐蚀后用同样大小的结构元素对图像实施膨胀处理,其效果是缩减的目标物体沿周边增长出一个像素,使其与初始分割后的目标大小一致。而原来的噪声点由于已经消除,则不会再出现新的噪声。

5 实验

实验系统由一台 CCD 摄像机、标准图像采集卡和一台奔腾 1.7G,256M 内存的 PC 机组成,在 VC 环境下用 C++ 编写图像分割程序,对不同颜色的目标物体进行彩色图像的实时分割实验。图 4(a)显示了以绿色的网球作为分割目标的前期分割效果。图 4(b)显示了以黄色的积木块作为分割目标的前期分割效果。

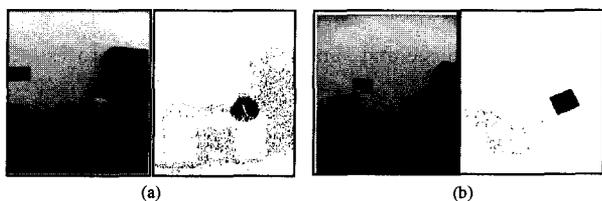


图 4 彩色图像前期分割效果

由图 4 的分割效果可以看出图像中除目标物体外还有很多的噪声点,为了去除这些噪声点我们采用腐蚀和膨胀相结合的方法对分割图像进行后期处理。图 5(a)显示了以绿色的网球作为分割目标去除噪声后的分割效果。图 5(b)显示了以黄色的积木块作为分割目标去除噪声后的分割效果。可以看到通过腐蚀和膨胀处理,在去除噪声点的同时,比较完好地保持了目标物体的分割效果。

实验结果显示在 HSV 颜色空间用上述分割算法对一幅大小为 384×288 像素的彩色图像进行分割,耗时约 70ms,而

在本文定义的 $\tilde{H}SV$ 颜色空间中耗时平均不到 30ms,节省计算时间 40ms 以上。

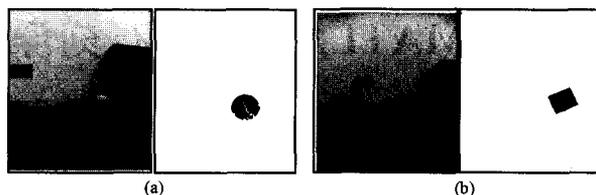


图 5 去除噪声后的分割效果

结束语 针对视觉伺服中对图像处理快速性的要求,在原有 HSV 颜色空间模型的基础上,提出了一种自定义的 $\tilde{H}SV$ 颜色空间模型,实现了 RGB 到 $\tilde{H}SV$ 的快速变换,大大减小了计算量,提高了处理速度。并针对 $\tilde{H}SV$ 颜色模型采用一种对不同颜色分量进行序列分割的彩色图像分割方法,实现了彩色图像的快速分割,对视觉伺服研究具有重要的参考意义和实用价值。实验验证了这种方法的有效性。

参考文献

- [1] 林开颜,吴军辉,徐立鸿. 彩色图像分割方法综述[J]. 中国图像图形学报,2005,10(1):1-10
- [2] Cardani D. Adventures in HSV Space,2001. <http://www.buena.com/articles/hsvspace.pdf>, accessed 28 Sep. 2004
- [3] 贾云得. 机器视觉[M]. 科学出版社,2000:150-155
- [4] Deshmukh K S, Shinde G N. An Adaptive Color Image Segmentation [A]. Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis [C]. Spain: Barcelona, 2005, 5(4): 12-23
- [5] Zhang Chi, Wang P. A New Method of Color Image Segmentation Based on Intensity and Hue Clustering [A]// International Conference on Pattern Recognition [C]. Spain: Barcelona, 2000: 3617-3620
- [6] Gonzalez R C, Woods R E. Digital Image Processing Second Edition [M]. Publishing House of Electronics Industry, 2002: 519-566
- [7] Liu Puyin. Max-min fuzzy Hopfield neural networks and an efficient learning algorithm. Fuzzy Sets and System, 2000, 112: 41-49
- [8] Stamou G B, Tzafestas S G. Neural fuzzy relational systems with a new learning algorithm. Mathematics and Computers in Simulation, 2000, 51: 301-314
- [9] 李换琴, 万百五. 大规模前馈神经网络的一种有效学习算法及其应用[J]. 信息与控制, 2003, 32(5): 403-407
- [10] 曾水玲, 徐蔚鸿. 基于 Lukasiewicz t-模的模糊双向联想记忆网络的有效学习算法. 计算机应用, 2006, 26(12): 2988-2990
- [11] Cheng Qiansheng, Fan Zhou - Tian. The stability problem for fuzzy bi-directional associative memories. Fuzzy sets and systems, 2002, 132: 83-90
- [12] 范周田, 钟义信. 模糊双向联想记忆网络的收敛性[J]. 电子学报, 2000, 28(4): 127-130
- [13] McElicee R J, Posner E C, Rodemich E R, et al. The capacity of the Hopfield associative memory. IEEE Transaction on Information Theory, 1987, IT-1(1): 33-45
- [14] 徐蔚鸿, 陈国平, 杨静宇, 等. 规则摄动时模糊蕴涵算子对模糊推理的鲁棒性的影响[J]. 计算机学报, 2005, 28(10): 1700-1707
- [15] Wang Li-Xin. A Course in Fuzzy Systems and Control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1997
- [16] Cai Kai-Yuan. Robustness of Fuzzy Reasoning and δ Equations of Fuzzy Sets. Trans. on Fuzzy Systems, 2001, 9: 738-750
- [17] Stamou G B, Tzafestas S G. Resolution of composite fuzzy relation equations based on Archimedean triangular norms. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 120: 395-407
- [18] Zhang Lei, Cai Kai-Yuan. Optimal Fuzzy Reasoning and Its Robustness Analysis. Int. J. of Intelligent Systems, 2004, 19: 1033-1049
- [19] Li Yongming, Li Dechao, Pedycz W, et al. An Approach to Measure the Robustness of Fuzzy Reasoning. Int. J. of Intelligent Systems, 2005, 20: 393-413
- [20] 徐蔚鸿, 宋鸾姣, 李爱华, 等. 训练模式对的摄动对模糊双向联想记忆网络的影响及其控制. 计算机学报, 2006, 25(2): 153-157
- [21] 曾水玲, 徐蔚鸿, 杨静宇. 训练模式对的摄动对最大-乘积型模糊联想记忆网络的影响. 计算机应用, 2007, 27(2): 346-348

(上接第 240 页)