

一种增强的 ON/OFF 瞬时流量模型及其仿真

史海滨 朱光喜 祝 鹏 林宏志

(华中科技大学武汉光电国家实验室 武汉 430074)

摘 要 在传统 ON/OFF 流量模型基础上,通过修改恒定速率假设为随机速率以及增加突发到达分布条件,新提出了一种增强的 ON/OFF 流量模型,克服了传统 ON/OFF 模型不能描述流量随时间动态分布的缺点。给出了任意时刻模型的流量分布式和均值表达式,并对泊松到达的突发推导出了便于计算的公式,仿真表明结果正确。

关键词 ON/OFF, 流量模型, 接纳控制, 调度

中图分类号 TN915.04 **文献标识码** A

Enhanced ON/OFF Dynamic Traffic Model and its Simulation

SHI Hai-bin ZHU Guang-xi ZHU Peng LIN Hong-zhi

(Wuhan Optical-Electronics National Laboratory, Huazhong Univ. of Sci. & Tech., Wuhan 430074, China)

Abstract Based on classic ON/OFF traffic model, a new enhanced ON/OFF traffic was introduced by revising constant traffic rate into random rate and adding a premise on burst arrival distribution, which overcame the defect in classic ON/OFF traffic model that the traffic distribution is static and can not describe the variation dynamically. The traffic distribution and mean traffic expression of enhanced ON/OFF traffic model were analyzed and given. Computable simplified formulations for poisson arrival were also deduced. Simulation testified the result.

Keywords ON/OFF, Traffic model, Admission control, Schedule

1 引言

流量模型是资源管理、流量控制、接纳控制、调度等领域不可或缺的一个研究方面。在接纳控制领域,常用的数据源模型有 5 种^[1],它们分别是:(1)ON/OFF 和间断泊松过程模型;(2)漏桶模型;(3)马尔可夫调制泊松过程和马尔可夫调制流过程;(4)自回归模型;(5)(γ, T)平滑模型。在某个模型下,多个数据源同时产生数据流,数据流到达复用器后被缓存或不缓存。研究人员从系统容量、排队延时、缓存溢出概率等角度考虑^[1-5],推导出更易于复用器处理的接纳准则数学表达式,比如等效容量、有效带宽、用户数目等,复用器就根据这些准则决定是否接纳某个新到达的数据流。这些模型中,有的模型能够描述流量状态变化情况,但计算比较复杂,见上述(3)。有的虽然计算简单但却只能描述流量静态分布而无法表示流量随时间的变化,比如 ON/OFF 模型。本文对寻找一种相对简单的能描述流量随时间动态分布的瞬时流量模型作了研究,提出了一种增强型 ON/OFF 模型。

2 增强的 ON/OFF 复合流瞬时流量模型

2.1 增强 ON/OFF 模型描述

传统的 ON/OFF 模型表示为($T_{on}, T_{off}, R_{peak}$), T_{on} 表示平均突发时间, T_{off} 为平均静默时间长度,当数据源处于 ON

状态时以峰值速率 R_{peak} 产生流量,处于 OFF 状态时不发送数据。数据源的两种状态以固定概率相互转换,如图 1 所示。ON/OFF 模型是语音业务用得最多的模型^[1]。该模型虽然简单,但以固定概率转换状态以及恒定速率产生流量的假设也使得模型不能描述业务的瞬时流量数字特征,从而在一定程度上限制了其进一步应用。本文的增强 ON/OFF 流模型就是为了试图解决这个矛盾而提出的。

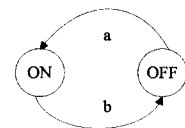


图 1 ON/OFF 模型

增强 ON/OFF 流模型描述如下:设第 i 个突发到达时刻的概率密度函数为 $f_{ai}(t)$, 突发持续时间的概率密度函数为 $f_{bi}(t)$, 并假设突发到达后在持续时间内以恒定流量占用带宽,同一种业务类型下各突发的流量是独立同分布的,其密度函数为 $g(b)$ 。图 2 显示了各个突发的到达以及持续情况,其中 T_{ai} 表示突发 i 的到达时刻, T_{hi} 为 i 的结束时刻, $T_{hi} - T_{ai}$ 为突发持续时间。从图中可以看到在时刻 T 处于发送状态(或称活动状态)的突发有突发 3 和突发 5 两个。模型的目标是求出单一业务下任意时刻复合流量的分布以及复合流量均值。这里没有将一个突发的流量描述成一个随机过程而只看

作是一随机分布是为了使模型不至于太复杂,因为这可能又要引入 Markov 过程来表示突发流量的转变情况。通过与传统的 ON/OFF 模型比较可以知道,增强模型的突发事件不再是一个简单的随机变量,而是与时间相关的一般随机过程,突发的流量也从恒定值变成为随机值。下面根据已知条件 $f_a(t)$, $f_h(t)$ 和 $g(b)$, 先求突发 i 在任意时刻 T 处于活动状态的概率,以此为基础推导模型的复合流量分布以及流量均值。

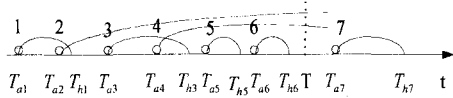


图2 随机到达的突发分布

2.2 增强 ON/OFF 模型的瞬时流量分布与均值

设 $P_i(T)$ 表示第 i 个突发在 T 时刻仍然处于发送状态的概率,要处于这个状态必须同时满足两个条件,即突发到达时刻 T_{ai} 要在 T 之前,并且突发结束时刻 T_{hi} 要在 T 之后,即

$$P_i(T) = P(T_{ai} + h_i \geq T, T_{ai} \leq T)$$

设突发到达和突发持续两种事件是相互独立的,则有

$$P_i(T) = P(T_{ai} \leq T)P(h_i \geq T - T_{ai}) = \int_0^T f_a(x) dx \int_{T-x}^{\infty} f_h(y) dy \quad (1)$$

突发 i 在 T 时刻不活动的概率为 $1 - P_i(T)$,从实际意义上看,它是由突发在 T 时刻之前就结束(称状态 1)的概率 $q_i^1(T)$ 和突发到达时刻大于 T (称状态 2)的概率 $q_i^2(T)$ 两部分组成的,即

$$1 - P_i(T) = P(T_{ai} + h_i < T) + P(T_{ai} > T) = q_i^1(T) + q_i^2(T)$$

其中

$$\begin{aligned} q_i^1(T) &= P(T_{ai} < T, T_{ai} + h_i < T) \\ &= \int_0^T f_a(x) dx \int_0^{T-x} f_h(y) dy \\ q_i^2(T) &= P(T_{ai} > T) = \int_T^{\infty} f_a(x) dx \end{aligned}$$

图 3 表示了这三个概率的含义。左下方的左斜线阴影部分表示 $P_i(T)$,其上方交叉线阴影表示 $q_i^1(T)$,右半部右斜线阴影表示 $q_i^2(T)$ 。为了简便起见,以后的这三个概率分别简称为 P_i , q_i^1 , q_i^2 。

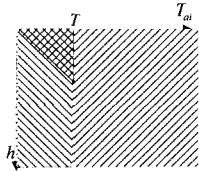


图3 突发活动性概率组成

下面求任意时刻 T 时系统中同时有一个或多个活动突发的概率。进一步假设任意时刻不存在多个突发同时到达的情况,即 $T_{ai} \neq T_{aj}$, if $i \neq j$ 。图 2 已经表示了在 T 时刻同时存在两个活动突发的一个例子。如果系统在 T 时刻突发 i, j 是活动的(设 $i < j$),那么 $[1, i-1], [i+1, j-1]$ 区间内的突发必定都处于状态 1,而 $[j+1, \infty)$ 的突发可能处于状态 1,也可能处于状态 2。设 $[j+1, k]$ 区间内的突发处于状态 1, $[k+1, \infty)$ 的突发处于状态 2,则 $[j+1, \infty)$ 的突发都处于不活动的概率为:

$$Q^{j+1} = \sum_{k=j+1}^{\infty} \left(\prod_{m=j+1}^k q_m^1 \prod_{n=k+1}^{\infty} q_n^2 \right)$$

$[1, i-1]$ 和 $[i+1, j-1]$ 区间内的突发都处于不活动的概率为:

$$\prod_{m=1}^{i-1} q_m^1 \prod_{n=i+1}^{j-1} q_n^1$$

因此,系统同时存在两突发的概率为:

$$P^2(T) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} (P_i P_j Q^{j+1} \prod_{m=1}^{i-1} q_m^1 \prod_{n=i+1}^{j-1} q_n^1)$$

同理可以得到系统同时存在任意个突发的概率。根据概率论结果可以知道,复合流的流量分布密度就是所有活动突发流量密度的卷积。已知单个突发在任意时刻 T 的流量为:

$$r_i(b, T) = \begin{cases} 0, & \text{if burst is not active} \\ \text{random} \sim g(b), & \text{if burst is active} \end{cases}$$

综合以上分析,可以得到系统在任意时刻 T 的流量分布密度如下:

$$r_{total}(b, T) = \begin{cases} 0, & \text{以概率 } Q^i \\ g^1 = g, & \text{以概率 } P^1 = \sum_{i=1}^{\infty} (P_i Q^{i+1} \prod_{j=1}^{i-1} q_j^1) \\ g^2 = g * g, & \text{以概率 } P^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=i+1}^{\infty} (P_i P_j Q^{j+1} \prod_{m=1}^{i-1} q_m^1 \prod_{n=i+1}^{j-1} q_n^1) \\ g^i = \underbrace{g * g * \dots * g}_{i \text{ times}}, & \text{以概率 } P^i = \sum_{a_1} \dots \sum_{a_i} (P_{a_1} P_{a_2} \dots P_{a_i} Q^{a_i+1} \prod_{l=1}^{a_1-1} q_l^1 \prod_{m=a_1+1}^{a_2-1} q_m^1 \dots \prod_{n=1}^{a_i-1} q_n^1), a_1, a_2, \dots, a_i \in N \text{ 且 } a_1 < a_2 < \dots < a_i \end{cases} \quad (2)$$

式中的上标表示活动突发数目。其中 g^i 表示同时有 i 个活动突发的流量分布密度函数, $*$ 表示卷积。

根据(2)式,可以得到系统在 T 时刻流量均值为:

$$\begin{aligned} R(T) &= E\left[\sum_{i=1}^{\infty} R^i P^i\right] = \sum_{i=1}^{\infty} E(R^i) P^i \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} P^i \int_0^{\infty} g^i(b) b db \end{aligned} \quad (3)$$

式中 R^i 表示与 g^i 对应的流量, $E(R^i)$ 表示对应的平均流量。另外,由于增强 ON/OFF 模型中任意突发在时刻 T 的活动情况已经由(1)式得到,系统流量均值也很容易表示为另外一个式子:

$$R(T) = E(R^1) \sum_{i=1}^{\infty} P_i = \left(\int_0^{\infty} g(b) b db \right) \sum_{i=1}^{\infty} P_i \quad (3)'$$

从式(2)可见,复合突发流在任意时刻的流量分布是非常复杂的,复杂度主要来自于 P^i 。考虑到泊松到达模型与指数分布的广泛性以及仿真需要,下面先推导突发到达过程为泊松过程以及突发持续时间为指数分布时模型的 P_i , q_i^1 , q_i^2 简化计算公式,然后给出仿真结果。

2.3 突发为泊松到达以及持续时间为指数分布时 P_i , q_i^1 , q_i^2 的简化计算公式

已知泊松过程的事件到达时刻服从 Erlang 分布,即

$$f_a(t) = \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{i-1}}{(i-1)!}$$

式中 λ 表示突发到达速率, i 表示第 i 个突发。设突发长度服从参数为 λ_1 的指数分布,则

$$\begin{aligned} P_i(T) &= \int_0^T \lambda e^{-\lambda x} \frac{(\lambda x)^{i-1}}{(i-1)!} dx \int_{T-x}^{\infty} \lambda_1 e^{-\lambda_1 y} dy \\ &= \lambda e^{-\lambda_1 T} \int_0^T e^{-(\lambda-\lambda_1)x} \frac{(\lambda x)^{i-1}}{(i-1)!} dx \end{aligned}$$

$$= \left[\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_1} \right]^i e^{-\lambda_1 T} \int_0^T (\lambda - \lambda_1) e^{-(\lambda - \lambda_1)x} \frac{[(\lambda - \lambda_1)x]^{i-1}}{(i-1)!} dx$$

可以看到,当 $\lambda - \lambda_1 > 0$ 时积分部分仍然是 Erlang 分布。利用分部积分法可得

$$\int_0^T (\lambda - \lambda_1) e^{-(\lambda - \lambda_1)x} [(\lambda - \lambda_1)x]^{i-1} dx = (i-1)! - e^{-(\lambda - \lambda_1)T} \{[(\lambda - \lambda_1)T]^{i-1} + (i-1)[(\lambda - \lambda_1)T]^{i-2} + \dots + (i-1)!\}$$

再利用公式 $e^x = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$, 则

$$\begin{aligned} P_i(T) &= \left[\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_1} \right]^i \{ e^{-\lambda_1 T} - e^{-\lambda T} \left\{ \frac{[(\lambda - \lambda_1)T]^{i-1}}{(i-1)!} + \frac{[(\lambda - \lambda_1)T]^{i-2}}{(i-2)!} + \dots + 1 \right\} \} \\ &= \left[\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_1} \right]^i \{ e^{-\lambda_1 T} - e^{-\lambda T} \{ e^{(\lambda - \lambda_1)T} - \sum_{j=i}^{\infty} \frac{[(\lambda - \lambda_1)T]^j}{j!} \} \} \\ &= \left[\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_1} \right]^i e^{-\lambda T} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{[(\lambda - \lambda_1)T]^j}{j!} \end{aligned}$$

为避免阶乘过大无法计算,再利用 Stirling 公式,即 $n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$, 最后有

$$P_i(T) = \left[\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_1} \right]^i \frac{e^{-\lambda T}}{\sqrt{2\pi} j^{1/2}} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{1}{j} \left[\frac{(\lambda - \lambda_1)eT}{j} \right]^j \quad (4)$$

通常 j 只取 i 后的部分项数就可以满足精度要求。同理可以求得:

$$\begin{aligned} q_i^1(T) &= e^{-\lambda T} \left\{ \sum_{j=i}^{\infty} \frac{(\lambda T)^j}{j!} - \left(\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_1} \right)^i \sum_{j=i}^{\infty} \frac{[(\lambda - \lambda_1)T]^j}{j!} \right\} \\ &= \frac{e^{-\lambda T}}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \sum_{j=i}^{\infty} \frac{1}{j^{1/2}} \left(\frac{\lambda eT}{j} \right)^j - \left(\frac{\lambda}{\lambda - \lambda_1} \right)^i \sum_{j=i}^{\infty} \frac{1}{j^{1/2}} \left(\frac{(\lambda - \lambda_1)eT}{j} \right)^j \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$q_i^2(T) = 1 - \frac{e^{-\lambda T}}{\sqrt{2\pi} j^{1/2}} \sum_{j=i}^{\infty} \frac{1}{j} \left(\frac{\lambda eT}{j} \right)^j \quad (6)$$

根据(4)~(6)式,可以方便地求出(2)式中各流量密度的概率。再根据式(3)',可得系统的流量均值为

$$\begin{aligned} R(T) &= E(R^1) \sum_{n=1}^{\infty} P_i = E(R^1) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda e^{-\lambda_1 T} \int_0^T e^{-(\lambda - \lambda_1)x} \frac{(\lambda x)^{i-1}}{(i-1)!} dx \\ &= E(R^1) \lambda e^{-\lambda_1 T} \int_0^T e^{-(\lambda - \lambda_1)x} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\lambda x)^{i-1}}{(i-1)!} dx \\ &= E(R^1) \frac{\lambda}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 T}) \end{aligned}$$

2.4 仿真结果

下面对上节得到的系统流量理论均值做仿真,假设各突发的流量服从高斯分布。基本仿真参数取: $\lambda = 3, \lambda_1 = 3, \sigma = 2$ 。为了考察这3个参数对实际结果的影响,分别对每个参数设置一大一小两个值,以便做比较。尽管流量方差参数从式子上看对结果没有影响,仿真仍然有意使用了不同的方差,以

检验表达式的正确性,限于篇幅这里没有给出图形。仿真结果如图4~图7所示,图中细虚线表示流量实际平均值,粗虚线表示理论值。

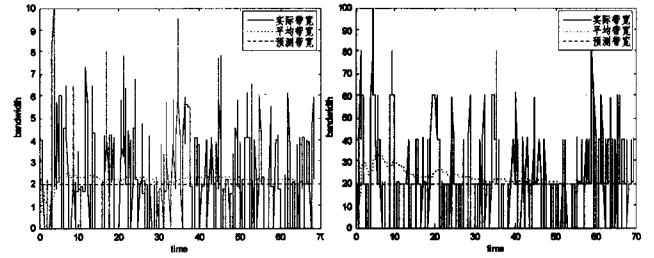


图4 $\lambda=3, \lambda_1=3, E(C^1)=2$

图5 $\lambda=3, \lambda_1=3, E(C^1)=20$

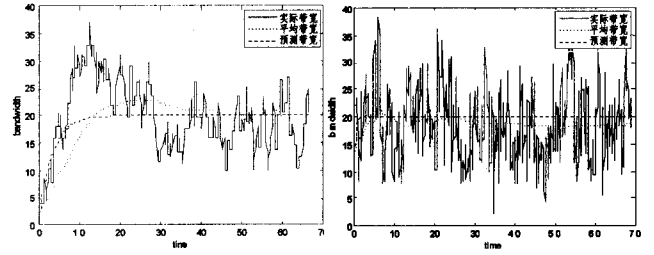


图6 $\lambda=3, \lambda_1=0.3, E(C^1)=2$

图7 $\lambda=30, \lambda_1=3, E(C^1)=2$

从仿真结果可以看到,理论曲线与实际曲线是十分吻合的,时间越长理论均值越接近实际均值,参数的变化对预测几乎没有影响。实验还表明流量方差的变化对理论均值也几乎没有影响,说明理论结果是准确的。

结束语 本文对寻找一种相对简单的能描述流量随时间动态变化的模型作了研究,通过改进传统的 ON/OFF 流量模型,得到了一种能表示流量动态分布的新模型,称为增强 ON/OFF 流模型,并给出了流量分布与均值数学表达式。考虑到泊松模型的广泛应用以及仿真需要,文中还进一步给出了泊松到达模型下的简便概率计算式以及系统流量理论均值,仿真表明结果正确。本文的增强模型目前还只考虑了单业务下的复合流,同时包含多种业务流的模型将在下一步研究中考虑。

参考文献

- [1] Adas A. Traffic models in broadband networks[J]. Communications Magazine, IEEE, 1997, 35(7): 82-89
- [2] Guerin R, Ahmadi H, Naghshineh M. Equivalent capacity and its application to bandwidth allocation in high-speed networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1991, 9(7): 968-981
- [3] Kelly FP. Effective bandwidths at multi-class queues[J]. Queueing Systems, 1991, 9(1): 5-15
- [4] Elwalid A I, Mitra D. Effective bandwidth of general Markovian traffic sources and dmission control of high speed networks[J]. Networking, IEEE/ACM Transactions on, 1993, 1(3): 329-343
- [5] Sohrawy K. On the asymptotic behavior of heterogeneous statistical multiplexer with applications[C]. Florence, Italy: Publ. by IEEE, Piscataway, NJ, USA, 1992