

# 一种基于切向细分的图像插值算法

彭小宁<sup>1,2</sup> 邹北骥<sup>1</sup>

(中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083)<sup>1</sup> (怀化学院计算机科学与技术系 怀化 418008)<sup>2</sup>

**摘要** 提出了一种基于切向细分方法的图像插值算法。使用该算法进行图像插值时无需建立中间连续模型,而且插值系数可为任意正实数。实验结果显示,该算法克服了经典插值后图像的边缘锯齿和模糊效应,应用该法插值所得图像不仅使修正优化后的图像边界清晰,而且拥有更高的信噪比。

**关键词** 图像插值,算法,切向细分方法,峰值信噪比

## New Image Interpolation Method Based on Tangent-control Subdivision

PENG Xiao-ning<sup>1,2</sup> ZOU Bei-ji<sup>1</sup>

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)<sup>1</sup>

(Department of Computer Science and Technology, Huaihua College, Huaihua 418008, China)<sup>2</sup>

**Abstract** A new image interpolation method based on tangent-control subdivision was presented. This algorithm allows us to interpolate images from discrete to discrete with an arbitrary real positive scale. Comparative experiments with several traditional image interpolation algorithms indicate that our method preserves edges to which the human visual system is sensitive successfully. Moreover, corresponding PSNR(peak signal to noise ratio) results are also shown.

**Keywords** Image interpolation, Algorithm, Tangent-control subdivision, Peak signal to noise ratio (PSNR)

### 1 引言

图像插值是图像处理中最基本、最重要的一项技术<sup>[1,2]</sup>,同时是其它众多复杂图像处理的基础步骤,如一些基本的几何变换,包括图像放大、平移和旋转等都需要用到图像放大算法<sup>[3,4]</sup>。近来,图像插值被广泛应用于图像传输、图像分析、图像显示和图像编码等领域,如医学图像处理<sup>[5]</sup>、网络视频处理以及移动电话等。由于这个古老的问题得到了越来越多的关注,因此开发一个高效而且表现良好的图像插值算法是非常必要的。

我们知道,一幅数字图像不可能被放大太多倍而不失真。因此,在图像插值过程中,最重要的是保持尽可能多的图像细节,这样该图才能更清晰地被我们所检视,所以避免模糊边界与消除锯齿是一个图像插值算法所必须考虑的两大因素。如果对一个带限信号用高于 Nyquist 频率的频率进行均匀采样,且我们选择 sinc 函数( $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ )作为插值核函数,该信号能被完美恢复。使用 sinc 函数插值也被称作理想插值。然而,理想插值正如其名,在实际应用中难以得到好的结果,因为 sinc 函数在空间域中必须被剪切到一个固定大小的区间后才能应用。为此,研究者们正试图寻找更加实用的图像插值方法。

早年应用广泛的最近邻插值方法<sup>[6,7]</sup>,尽管时间复杂度低而且易于编程实现,但其缺陷也同样显而易见——所得插值图像充满了不自然的块状区域。为了克服这个困难,双线性插值<sup>[8,9]</sup>应运而生,它使用线性模型来计算未知区域的像素值。但该法会造成放大后图像边界的模糊。另一种传统方法是双三次插值<sup>[10]</sup>,这种方法使用样条函数控制顶点加权求和的办法对待放大信号进行插值,当前被广泛应用于各种实际应用中。图1显示了这些插值函数的插值核函数。

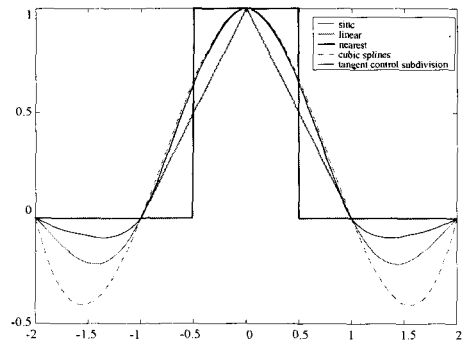


图1 各种插值核函数

Hu Min 和 Tan Jieqing<sup>[11]</sup>提出了一种基于自适应切触式有理插值的图像插值方法,该法使用连分式对理想插值核函数进行逼近,从而能保持更多的边界信息。

最近,为了减轻计算负担,提出了一种基于向量量化的图像插值方法<sup>[12]</sup>。该方法通过在传统插值方法,如双线性插值、双三次插值等所得的插值结果上加入一些高频分量来增强细节,这些高频分量由大量的图像训练集学习而得。

细分是一种依照某种特定规则,通过不断加密给定控制

到稿日期:2008-02-29 本文受国家自然科学基金(No. 60673093),湖南省自然科学基金(No. 06JJ2065),长江学者和创新团队发展计划资助。  
彭小宁(1962—),男,CCF会员,博士研究生,副教授,研究方向为图像处理与视频分析技术、网络数据库应用、软件工程, E-mail: hhpzn@163.com; 邹北骥(1961—),男,博士,教授,博士生导师,研究方向为计算机图形学与CAD技术、数字图像处理。

顶点,生成曲线曲面的方法。在插值型细分过程中,新点被逐步插入两个相邻的老点中,使得最终的极限曲线通过所有原始控制顶点,并且达到一定的连续性(G·1或C·1,甚至更高)和其他特定造型要求。对于图像插值来说,连续性已不是最重要的条件,怎样尽可能多地保持边缘细节才是最需要关注的问题。

基于经典四点细分<sup>[13]</sup>,我们提出了一种几何控制的细分格式,其中新点的位置由临近点的切向量所控制。这样,该格式可以缓解传统四点细分所引起的过光滑现象。通过使用此细分格式作为图像插值工具,我们开发了一种新的图像插值算法——基于切向细分的图像插值算法(Interpolation Based on Tangent-control Subdivision,以下简称IBTS),该算法克服了经典插值后图像的边缘锯齿和模糊效应。应用该法插值所得图像不仅使修正优化后的图像边界清晰,而且拥有更高的信噪比。

## 2 切向细分格式

### 2.1 格式

一般来说,二进制细分格式都可以划分为两步:分裂和偏移。每一次迭代,对应于边 $p_{i-1}^k p_i^k$ 的新点 $p_{2i-1}^{k+1}$ ( $i=0,1,2,\dots$ )都会被加入到上一层控制顶点序列中。这里,切向控制细分定义为如下。

设 $P_i^0$ ( $i=0,1,2,\dots$ )为初始控制顶点序列,则有

$$\begin{cases} p_{2i+1}^{k+1} = p_i^k \\ p_{2i+1}^{k+1} = p_m^k + d_i^k \end{cases} \quad (1)$$

这里, $p_m^k$ 是边 $p_i^k p_{i+1}^k$ 的中点, $d_i^k = \omega(T_i^k | p_{i-1}^k p_i^k | - T_{i+1}^k | p_i^k p_{i+1}^k |)$ 是对应的偏移量,其中 $T_i^k$ 为 $p_i^k$ 点的单位切向量,而 $\omega$ 为张量参数。实际应用中,对于 $T_i^k$ 和 $\omega$ 的选择将在下小节介绍。

### 2.2 偏移量的计算

在经典四点细分中<sup>[13]</sup>,新插入点的位置由下式给出:

$$p_{2i+1}^{k+1} = (p_i^k + p_{i+1}^k)(\omega + \frac{1}{2}) - \omega(p_{i-1}^k + p_{i+2}^k)$$

我们可以把上式改成一个类似式(1)的形式:

$$p_{2i+1}^{k+1} = \frac{1}{2}(p_i^k + p_{i+1}^k) - \omega[(p_i^k - p_{i-1}^k) + (p_{i+1}^k - p_{i+2}^k)]$$

这里,偏移量

$$d_i^k = \omega[(p_i^k - p_{i-1}^k) + (p_{i+1}^k - p_{i+2}^k)] \quad (2)$$

为周边老点的线性组合。在式(2)中,张量参数 $\omega$ 控制着 $d_i^k$ 的长度。虽然用该格式产生的极限曲线能保证C·1连续,但是有时会出现一些用户不需要的现象,如图2出现的自交。

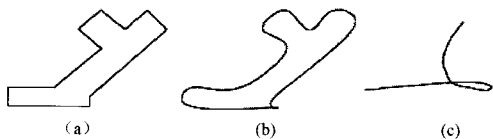


图2 (a)原始控制多边形;(b)经典四点细分结果,取 $\omega = \frac{1}{12}$ ;(c)子图(b)的右下角区域放大

为了解决这个问题,我们提出了切向控制的细分格式,其中新点偏移量由周边旧点的切向量控制。事实上,对弧长进行泰勒展开,可得

$$\begin{cases} p_i^k p_{i-1}^k = T_i^k \Delta S_i^k + O((\Delta S_i^k)^2) \\ p_{i+1}^k - p_{i+2}^k = -T_{i+1}^k \Delta S_{i+1}^k + O((\Delta S_{i+1}^k)^2) \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\Delta S_i^k$ 是弧 $\widehat{p_{i-1}^k p_i^k}$ 的长度。省略高阶无穷小并将式(3)带入(2)式,有

$$d_i^k \approx \omega(T_i^k \Delta S_i^k - T_{i+1}^k \Delta S_{i+1}^k) \quad (4)$$

### 2.3 单位切向量的估计方法

由式(4),我们可以算得每轮次的新点偏移量 $d_i^k$ ,但在此之前我们首先得估计出各点的单位切向量。在此,我们采用类似于中心差分的方法估算单位切向量:

$$T_i^k = \frac{p_{i+1}^k - p_{i-1}^k}{\|p_{i+1}^k - p_{i-1}^k\|}$$

将使用该种估计方法得到的离散切向量代入式(4)计算偏移量,并把所得细分格式仍应用在图2(a)所示原始控制多边形上,得到图3所示效果。

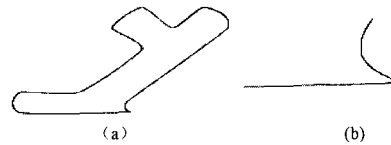


图3 取 $\omega=0.05$ 并使用切向控制细分得到的结果

## 3 基于切向细分的图像插值

在这一节中,我们把式(1)所定义的切向控制细分格式应用到图像插值中,提出基于切向控制细分的图像插值方法。

我们将一幅图像视为一个 $m \times n$ 的像素矩阵,其中 $(x, y)$ 点( $x \in [1, m], y \in [1, n]$ )的像素值为 $f(x, y)$ 。插值一幅图像也就是计算新插入点的像素值。假设需要将图像放大 $k$ 倍,我们将得到一个 $(k \times m) \times (k \times n)$ 的新图像。类似地,我们也定义新图像中 $(x', y')$ 点的像素值为 $f'(x', y')$ 。

在我们的方法中,把原始待放大图像视为需要被细分的控制多边形。在原图中,对应于新图 $(x', y')$ 点的像素点位置为

$$\begin{cases} x = x'/k \\ y = y'/k \end{cases} \quad (6)$$

但这里的 $x$ 和 $y$ 不一定是整数,于是需要有进一步的插值。整个插值可以分为以下4种情况。

第一种情况:当 $x$ 和 $y$ 都是整数时, $f'(x', y') = f(x, y)$ ;

第二种情况:当 $x$ 是整数,而 $y$ 不是整数时,新点将插值在原图中 $(x, y)$ 点和 $(x, y+1)$ 中。这里,我们选择 $x$ 方向上4个连续的点 $(y-1, f(x, y-1)), (y, f(x, y)), (y+1, f(x, y+1))$ 和 $(y+2, f(x, y+2))$ 使用切向控制细分进行插值;

第三种情况:当 $y$ 是整数,而 $x$ 不是整数时,新点将插值在原图中 $(x, y)$ 点和 $(x+1, y)$ 中。这里,我们选择 $y$ 方向上4个连续的点 $(x-1, f(x-1, y)), (x, f(x, y)), (x+1, f(x+1, y))$ 和 $(x+2, f(x+2, y))$ 使用切向控制细分进行插值;

第四种情况:当 $x$ 和 $y$ 都不是整数时,我们沿对角线选择4个连续的点 $(x-1, f(x-1, y-1)), (x, f(x, y)), (x+1, f(x+1, y+1))$ 和 $(x+2, f(x+2, y+2))$ 使用切向控制细分进行插值。

该算法可以将原图放大任意倍。但这里仍然有个小问题,当放大倍数太大时,会有过多的点落于原图的同一插值区间中。在实际应用中,我们首先将大的放大系数分解成一些

(下转第226页)

高效率。但最佳影响力因子指数的最佳定位仍需要作进一步研究。另外,通过比较我们还发现,聚类成功的情况下,两种形式的 AHCMef 算法的聚类效果基本相同,但两阶段聚类方式的 AHCMef 算法在成功率和效率方面更优越。C 均值聚类是模糊 C 均值聚类的一种特例,因此今后可对含影响力因子的自适应 C 均值作进一步的推广研究。

### 参考文献

[1] Jacobs R. Adaptive mixtures of local experts[J]. Neural Computation, 1991, 3(1):79-87  
 [2] Langari R, Wang L. Fuzzy models, modular networks, and hybrid learning[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(2):141-150  
 [3] 金龙,林熙,金健,等. 模块化模糊神经网络的数值预报产品释用预报研究[J]. 气象学报, 2003, 61(1):78-84  
 [4] 王晶晶,金健,邱新法. 模块化模糊神经网络训练策略研究[J]. 南京气象学院学报, 2007, 30(2):274-278  
 [5] Jin L, Jin J, Yao C. A Short-term Climate Prediction Model

Based on a Modular Fuzzy Neural Network [J]. Advances in Atmospheric Sciences, 2005, 22(3):428-435

[6] Bensaid A M, Hall L O, Bezdek J C, et al. Partially Supervised Clustering for Image Segmentation [J]. Pattern Recognition, 1996, 29(5):859-871  
 [7] 刘小芳,曾黄麟,吕炳朝. 部分监督加权模糊 C-均值算法的聚类分析 [J]. 计算机仿真, 2005, 22(003):114-116  
 [8] 钮永莉,陈水利, Niu Y, 等. 模糊 C 均值算法的改进 [J]. 模糊系统与数学, 2004, 18:304-308  
 [9] Jin J, Wang J-J, Huang G-X, et al. Study on Influence of Effectiveness Factors on Modular Fuzzy Neural Network Based Prediction Model[C]//Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation, Conference Proceedings (WCICA 2006). Dalian, China, 2006  
 [10] 金健,黄国兴,梁道雷. 二维空间中硬聚类算法影响力因子的作用研究[J]. 计算机科学, 2006, 33(10):182-185

(上接第 217 页)

小的系数的连乘积,然后再逐次放大。如果有  $n$  个较小系数,前  $n-1$  个取为 2,最后一个为大于 1 小于 2 的正整数。例如当  $k=5$  时,我们可以分解为  $k=2 \times 2 \times 1.25$ ,这样我们需要进行 3 次插值。

### 4 实验结果

我们通过截取一幅大图像中的模糊细节部分(见图 4 用白框选择的部分)进行放大,来检测本文算法的效果。通过比较最近邻插值方法、双线性插值方法、双三次插值和本文算法,结果表明我们提出的算法克服了经典插值后图像的边缘锯齿和模糊效应,使修正优化后的图像边界清晰(图 5)。

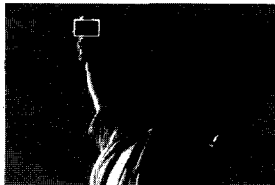
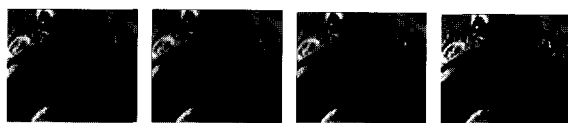


图 4 待放大的源图像



(a)最近邻插值结果 (b)双线性插值结果 (c)双三次插值结果 (d)本文算法结果

图 5 局部被放大后得到的图像

**结束语** 经典插值算法的平滑功能使放大后的图像边缘区域变宽,产生模糊和锯齿效应。本文针对此缺陷,充分挖掘经典插值算法放大后图像自身所包含的信息,提出了一种基于切向量控制细分格式的图像插值算法,它不仅可以放大图像到任意倍数,而且可以较好地保持图像的边缘特征,解决了传统方法中出现的插值所得图像边界模糊,有阶梯块状的问题。

### 参考文献

[1] Thvenaz P, Blu T, Unser M. Image Interpolation and Resam-

pling. Handbook of medical imaging, Orlando, FL, USA: Academic Press, Inc., 2000

[2] Watson D F. Contouring: A Guide to the Analysis and Display of Spatial Data. New York: Pergamon Press, 1992  
 [3] Smith M R, Nichols S T. Efficient algorithms for generating interpolated (zoomed) mr images. Magnetic Resonance in Medicine, 1988, 1:156-171  
 [4] Unser 1988, Aldroubi A, Eden M. Enlargement or reduction of digital images with minimum loss of information. IEEE Transactions on Image Processing, 1995, 4:247-258  
 [5] Lehmann TM, Gonner C, Spitzer K. Survey: Interpolation methods in medical image processing. IEEE Transaction on medical imaging, 1999, 18:1049-1075  
 [6] Meijering E, Zuiderveld K J, Viergever M A. Image reconstruction by convolution with symmetrical piecewise nth order polynomial kernels. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8:192-201  
 [7] Caselles V, Morel J M, Sbert C. An axiomatic approach to image interpolation. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7:376-386  
 [8] Jensen K, Anastassiou D. Subpixel edge localization and the interpolation of still images. IEEE Transactions on Image Processing, 1995, 4:285-295  
 [9] Leung W Y V, Bones P J, Lane R G. Statistical interpolation of sampled images. Optical Engineering, 2001, 40:547-553  
 [10] Hou H, Andrew H. Cubic splines for image interpolation and digital filtering. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1978, 26:508-517  
 [11] Hu M, Tan J Q. Adaptive oscillatory rational interpolation for image processing. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2006, 195:46-53  
 [12] Hong S-H, Park R-H, Yang S J, et al. Image interpolation using interpolative classified vector quantization. Image Vis. Comput., 2007, doi:10.1016  
 [13] Dyn N, Levin D, Gregory J A. A 4-point interpolatory subdivision scheme for curve design. Computer Aided Geometric Design, 1987, 4:257-268