

# 谓词模态逻辑中变量的严格指派问题

江 峰

(青岛科技大学信息与科学技术学院 青岛 266061)

**摘 要** 目前,命题模态逻辑已成为人工智能以及计算机科学等其他领域的有效工具,但谓词模态逻辑却不是。关于谓词模态逻辑还存在着很多的争议和问题。表面上看,在命题模态逻辑中添加相应的量词而得到谓词模态逻辑似乎是一件很简单的事情,但是这些新添加的量词却带来了许多的问题和麻烦,例如,变量的严格指派问题、不变论域与可变论域问题、跨界相等问题等。主要研究谓词模态逻辑中变量的严格指派问题。首先,介绍什么是变量的严格指派问题;其次,讨论对于该问题现有的解决办法及所存在的不足;最后,分析造成该问题的深层次原因,并简要介绍该问题的解决办法。

**关键词** 命题模态逻辑,谓词模态逻辑,可能世界,严格指派,本体

## Problem of Rigid Assignment to Variables in Predicate Modal Logic

JIANG Feng

(College of Information and Science Technology, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

**Abstract** Propositional modal logic is now an effective tool in artificial intelligence and other areas of computer science, but predicate modal logic is not. There exist many controversies and problems in predicate modal logic. It would seem to be a simple matter to obtain predicate modal logic by adding quantifiers to propositional modal logic. The addition of quantifiers, however, opens the door to a labyrinth full of twists and problems, such as the problem of rigid assignment to variables, the problem with constant domains versus varying domains, and the problem with transworld identity, etc. We mainly discussed the problem of rigid assignment to variables in predicate modal logic. First, we gave an introduction to the problem of rigid assignment to variables. Second, we discussed the shortcomings of existing methods for the problem of rigid assignment to variables. Finally, we proposed our method by analyzing the basic reasons behind the problem of rigid assignment to variables.

**Keywords** Propositional modal logic, Predicate modal logic, Possible world, Rigid assignment, Ontology

## 1 前言

模态逻辑主要研究由模态词所构成的模态命题(公式)以及这些命题(公式)之间的逻辑关系。模态逻辑的基本体系包括命题模态逻辑和谓词模态逻辑,其中命题模态逻辑是在经典的命题逻辑基础上增加两个模态算子:必然算子 $\Box$ 和可能算子 $\Diamond$ 所得到的;而谓词模态逻辑则是在经典的谓词逻辑基础上增加这两个算子所得到的<sup>[15]</sup>。

与命题模态逻辑不同的是,谓词模态逻辑不仅要研究命题之间的形式结构,还要研究命题内部的形式结构,所以较命题模态逻辑产生了更多的问题。目前,在谓词模态逻辑的研究中所面临的问题主要有<sup>[3,16]</sup>:(1)必然相等与偶然相等问题;(2)巴肯(Barcan)公式及其逆公式的有效性问题;(3)从物模态(de re)与从言模态(de dicto)问题;(4)对象的跨界相等性(transworld identity)和跨界识别(identification)问题;(5)项的非存在和非指示(non-designation)问题;(6)变量的严格指派问题。

在上述这些问题当中,变量的严格指派问题是目前谓词模态逻辑研究中所面临的一个主要问题。对于该问题已经提出了多种解决方案,但至今还没有一种非常好的解决办法。本文将主要围绕变量的严格指派问题来展开讨论,在分析该问题所产生的原因以及现有解决办法的基础上,给出解决思路。本文第2节阐述什么是变量的严格指派问题;第3节讨论现有的对于该问题的解决办法以及这些办法所存在的不足;第4节通过分析造成该问题的原因,进而介绍我们的解决办法;最后进行总结。

## 2 变量的严格指派问题

由于谓词模态逻辑采用可能世界语义,因此在谓词模态逻辑的框架 $F = \langle W, R \rangle$ 中,要考虑来自 $W$ 中的多个可能世界。在每个可能世界中都要对变量进行指派,对常量和谓词符号进行解释。这样就产生一个问题,即变量在不同的可能世界中所指派的值是否可以不同?如果可以不同,那么这些值之间会有什么必然的联系吗?另外,常量和谓词符号在不

同的可能世界中的解释是否也可以不同<sup>[14]</sup>?

对于这些问题,目前普遍接受的观点是常量和谓词符号在不同可能世界中的解释可以不同。但是对于变量,一直存在着很大的争议。例如在克里普克(Kripke)所提出的谓词模态逻辑系统中<sup>[10]</sup>,变量在不同的可能世界中的指派都是相同的。克里普克系统是最早出现的一类谓词模态逻辑语义,该系统中对变量的指派不随可能世界的变化而变化<sup>[10]</sup>。通常,我们称这样的变量是严格的(rigid),并且称相应的变量指派为严格指派。

虽然变量被认为是严格的在很多时候都是正确的,例如自然数就是严格的,但是对变量的严格指派也会导致一些问题,例如著名的“晨星和昏星”问题<sup>[4]</sup>。所谓“晨星和昏星”问题是指:当我们在带相等符号的谓词逻辑上进行模态扩张时,就会得到如下的“必然相等”定理

$$LI: x = y \rightarrow \Box(x = y)$$

LI表示:对任意两个对象,只要它们相等,那么它们就必然相等。但实际情况并非如此,相等也可以是偶然的。比如说把早晨在天空中出现的最亮的那颗星称为晨星,把黄昏时在天空中出现的最亮的那颗星称为昏星。如果把算子 $\Box$ 解释成“古巴比伦人知道”,用 $a$ 和 $b$ 分别表示“晨星”和“昏星”,那么 $a=b \rightarrow \Box(a=b)$ 就是定理LI的一个实例。由于事实上晨星和昏星是同一个天体,因此 $a=b$ 成立。再由MP规则(即如果公式 $\varphi$ 成立,并且公式 $\varphi \rightarrow \psi$ 也成立,那么可以推出公式 $\psi$ 是成立的),可以得到 $\Box(a=b)$ ,即古巴比伦人知道晨星和昏星是同一个天体。但事实上古巴比伦人并不知道晨星和昏星是同一个天体,这就导致了一个矛盾<sup>[4,16]</sup>。

“晨星和昏星”问题产生的原因就在于克里普克系统中对变量的严格指派。事实上,并没有理由要求变量必须是严格的。在不同的可能世界中对变量指派不同的值并不会导致任何的不一致性。因此,很多学者提出应该允许变量在不同的可能世界中有不同的指派。格尔森(Garson)和休斯(Hughes)等就给出了3个理由来支持变量的非严格性<sup>[7,9]</sup>。而且在休斯等所提出的偶然相等系统中<sup>[9]</sup>,变量就是非严格的。另外,在阿洛尼(Aloni)的概念覆盖语义<sup>[1]</sup>、刘易斯的对对应物语义<sup>[11]</sup>、希尔肯(Hilken)的层模型<sup>[8]</sup>以及费廷(Fitting)的一阶内涵逻辑中<sup>[3-6]</sup>,变量都是非严格的。但是这样一来又会导致一个新问题,即如果一个变量可以在不同的可能世界中被指派为不同的对象,那么这些不同的指派之间会有什么联系吗?怎么来刻画这种联系呢?

### 3 严格指派问题现有的解决办法及其不足

为了解决变量的严格指派问题,到目前为止,逻辑学家们已经提出了多种解决办法,并给出了相应的谓词模态逻辑系统。下面将就其中几种最具代表性的方法进行介绍。

#### (1)偶然相等(Contingent Identity, CI)系统<sup>[9]</sup>

在CI系统中,对变量的指派不再是一个从变量集到对象论域 $D$ 的函数,而是一个从变量集到个体概念(individual concepts)集合的函数,而每个个体概念都是一个从可能世界集合 $W$ 到 $D$ 的全函数。由于个体概念在不同可能世界的取值可能不同,从而使得变量的取值也随着可能世界的变化而变化,即变量是非严格的<sup>[9]</sup>。

虽然CI系统极大地放松了克里普克系统对变量的严格

指派,但这种放松却带来了一些不好的副作用。在CI系统中所有的个体概念都可以作为对象来指派给一个变量。比如说在CI系统中可能会给变量指派一个这样的个体概念,它在可能世界 $w$ 中的取值为“David Lewis”,在 $w'$ 中的取值为“a rock”,而在 $w''$ 中的取值为“a blade of grass”<sup>[7]</sup>。这明显是与我们的直观相违背的,因为让一个人在某个可能世界中变成一块石头,而在另外一个可能世界中又变成一根草,是违反我们的客观实际的。

休斯等在文章中也提到,如果不加选择的把所有的从 $W$ 到 $D$ 的函数都看作个体概念是不合适的<sup>[9]</sup>。那么怎么来选择个体概念呢?他们给出的解决方法是让模型本身来决定什么样的从 $W$ 到 $D$ 的函数应该看作个体概念。但是,让模态逻辑的模型本身来决定个体概念是不现实的,因为这不是模态逻辑本身所能解决的问题,它超出了逻辑所讨论的范围<sup>[14]</sup>。

#### (2)概念覆盖(Conceptual Cover)语义<sup>[1]</sup>

在概念覆盖语义中,一个概念覆盖是满足这样条件的一组个体概念的集合:对于每个概念覆盖CC以及任意一个可能世界 $w$ ,对象论域中的每个对象在 $w$ 中都实例化CC中唯一的一个概念。因此,概念覆盖是由那些完全且唯一覆盖对象论域的概念所组成的集合。在一个概念覆盖中,每个对象在每个可能世界中都有且仅有一个概念和它存在映射<sup>[1]</sup>。

因此,在概念覆盖语义中,对变量指派的限制比CI系统有所增强。但是它只是要求在每个可能世界 $w$ 中每个概念覆盖中的概念 $c$ 和对象论域 $D$ 中的唯一的一个对象 $d$ 存在着对应关系,但对于这个 $d$ 本身仍然没有做任何限制,即 $d$ 仍然可以是 $D$ 中的任意对象。这里仍然没有考虑 $c$ 在其他可能世界的取值对 $d$ 是否有影响、如何影响等问题。所以在概念覆盖语义中,仍然会出现违背直观的情形。

#### (3)对应物(Counterpart)语义<sup>[11]</sup>

刘易斯所提出的对应物语义不要求当前可能世界中的对象在其他可能世界中也必须存在,而是有一些和它相对应的对应物存在于这些世界中。该对象和它的对应物之间具有跨越不同可能世界的对应物关系。当前可能世界中的一个对象在其他可能世界中可以有多个对应物,也可以是多个对象对应于其他可能世界中的一个对应物。这就在语义上提供了更大的灵活性<sup>[4,11]</sup>。

对应物语义的不足之处在于它无法用形式的模态语言来说明为什么不同的可能世界中的对象之间会有这样的和那样的对应物关系。我们无法对对应物关系进行合理的限制<sup>[14]</sup>。Lewis认为对应物关系是一种近似关系<sup>[11]</sup>,但是近似关系通常是无法确定的,所以对对应物关系也是无法确定的。因此,在对应物语义中仍然会出现违背直观的情形。

#### (4)层(sheaf)模型<sup>[8]</sup>

希尔肯等认识到现有的谓词模态逻辑语义在处理变量的严格指派问题上存在着困难。这是因为现有的语义在处理该问题时通常采取的做法只是限制模态逻辑的模型,例如对模型的论域施加限制,而缺少一种逻辑工具来处理变量的非严格指派<sup>[8]</sup>。为此,他们提出层模型。

层模型可以有效地避免现有的谓词模态逻辑语义中对论域所施加的种种不合理限制,其关键思想是引入另外一种语法机制,通过提供一种语言来描述不同可能世界中的对象之

间的联系。这在一定程度上解决了变量的严格指派问题,但是希尔肯并没有讨论如何来获取不同可能世界中的对象之间的联系<sup>[8]</sup>。

(5) 一阶内涵逻辑 (First-order Intensional Logic, FOIL)<sup>[5,6]</sup>

在 FOIL 中,量词的量化论域中除了包括个体对象之外,还包括内涵。因此,在一个 FOIL 的模型中存在两个论域:对象论域  $D_o$  和内涵论域  $D_I$ ,其中  $D_I$  中的每个内涵都是一个从可能世界集合  $W$  到对象论域  $D_o$  的函数。另外在 FOIL 中有两种类型的变量:对象变量和内涵变量。对象变量的取值为对象论域,内涵变量的取值为内涵论域。由于内涵在不同的可能世界中可以有不同的取值,因此内涵变量在不同的可能世界中也可以指派不同的对象,即内涵变量是非严格的。

然而,FOIL 与 CI 系统存在同样的问题,即到底哪些从  $W$  到  $D_o$  的函数可以看作是内涵。费廷在文章中也提到,不应该要求内涵论域包括所有从  $W$  到  $D_o$  的函数<sup>[5]</sup>。既然不能把所有从  $W$  到  $D_o$  的函数都看作内涵,那么应该选择哪些函数呢?费廷并没有给出一个好的解决方法。和休斯等人的做法一样,他也把这个问题推给了模型,让模型来决定什么样的函数应该看作内涵。然而很多时候模型本身是很难做到一点的<sup>[14]</sup>。

#### 4 变量严格指派问题的原因与对策

从前面的论述,可以发现在现有的谓词模态逻辑系统中对于变量的指派问题存在着两种截然不同的观点:

(1) 一部分人认为变量是严格的,不允许对变量的指派随着可能世界的变化而变化<sup>[10]</sup>;

(2) 另一部分人则认为变量是非严格的,允许对变量的指派随着可能世界的变化而变化<sup>[1,5-9,11]</sup>。

第一种观点对于变量指派所采取的处理办法虽然比较简单,但是却会导致“晨星和昏星”问题。另外,它还会导致对模型的不合理限制,即每个可能世界中的对象在任意可达的世界中都必须存在。例如假设  $W$  是真实世界的所有快照(snapshot)的集合,对象“我”在当前世界中存在,那么在所有的未来世界中,“我”将永远的存在,很明显这是不可能的。

而第二种观点则对变量的严格指派持反对意见。但是他们在对变量进行非严格指派时却遇到另外一个问题,即变量在不同的可能世界中的指派之间有什么联系?如何来刻画这种联系?现有的谓词模态逻辑系统都无法给出一个好的解决办法。一些系统对变量的指派不做任何限制,变量在不同的可能世界中所指派的值之间没有任何联系。另外一些系统则试图对变量指派做一些限制,但却无法给出令人满意的限制。

我们认为造成变量严格指派问题的根本原因就在于该问题不是模态逻辑本身所能解决的,它超出了逻辑所讨论的范围。要从根本上解决这个问题,就必须对变量的指派进行合理地限制,既要让变量在不同的世界中指派不同的值,又要去限制变量指派,使得变量在不同可能世界所指派的值之间的联系符合客观实际。我们发现在很多时候这种符合客观实际的变量指派根本不是模态逻辑本身所能决定的,而是需要借助于逻辑之外的力量<sup>[14]</sup>。休斯、阿洛尼和费廷等人无法对变量指派进行合理限制的原因也正是如此。他们都只是在逻辑的范围内来讨论这个问题,自然无法给出一个好的解决办

法。

既然模态逻辑本身无法对变量的指派进行合理限制,则有必要借助于外界的力量来实现这一目标。因此,我们考虑利用本体来对变量的指派进行合理限制。之所以考虑本体是因为我们从瓜里诺 (Guarino) 等所提出的知识表示形式的层次观中得到了启发<sup>[18]</sup>。瓜里诺按照对知识抽象程度的不同将知识表示形式分为 5 层:逻辑层、认知层、本体层、概念层和语言层,其中逻辑层位于抽象程度最高的顶层<sup>[18]</sup>。相对于现实世界来说,逻辑层太抽象。既然在逻辑层无法对变量指派进行合理限制,那么可以考虑在抽象程度更低的层次上来讨论这个问题,即从逻辑层下降至本体层<sup>[14]</sup>。

相对于逻辑层而言,本体层更贴近于现实世界。本体是共享概念模型的明确的形式化规范说明<sup>[19]</sup>,它具有良好的概念层次结构和领域知识的共享性以及对于逻辑推理的支持。本体的研究将在人看来一目了然的概念和概念之间的关系都形式化地加以描述,使得概念之间的各种规律、联系和假设等都被显式地描述出来<sup>[20]</sup>。因此可以把本体中的概念、概念之间的关系、本体中的公理直接引入到模态逻辑框架和模型的构建过程中,通过构建出与这些概念、关系、公理相一致的框架和模型,即基于本体的模态逻辑框架和模型,从而达到利用本体来对模型中的指派进行合理限制的目的。这样,就使得在这些基于本体的模态逻辑模型中,变量在不同可能世界的取值之间的联系更加符合客观实际。在找到所有基于本体的模态逻辑框架之后,就得到一个基于本体的谓词模态逻辑系统。这种基于本体的谓词模态逻辑系统相对于现有的谓词模态逻辑系统来说,更加符合客观实际。

在文献<sup>[14]</sup>中,分别建立了两个基于本体的谓词模态逻辑系统,并利用它们来解决 Double Vision 等 7 个命题态度报告难题<sup>[12]</sup>。首先,定义了一个本体系统,并且把本体系统中的本体定义为一个由类框架和个体框架所组成的集合。接着,给出了一种翻译机制,用来将本体中的所有用本体系统语言表示的断言翻译成模态逻辑公式,从而可以在谓词模态逻辑中使用这些从本体中翻译过来的公式。最后,利用本体来构建谓词模态逻辑系统并对其中的变量指派进行合理的限制。关于如何利用本体来构建谓词模态逻辑系统以及如何对变量指派进行合理限制的具体实现细节请参考文献<sup>[14]</sup>。

**结束语** 在由命题模态逻辑向谓词模态逻辑的扩张过程中引发了很多的新问题。本文针对其中的一个关键问题即变量的严格指派问题进行了研究。通过分析该问题所产生的原因以及现有的解决办法所存在的不足,指出变量指派应该是非严格的,但是必须对这种非严格的指派进行合理的限制。虽然变量可以在不同的可能世界指派不同的值,但这些取值之间必须具有符合客观实际的联系。为了刻画出这种符合客观实际的联系,借助于本体来构建谓词模态逻辑系统。在基于本体的谓词模态逻辑中,通过本体来对模型中的指派进行合理的限制,从而使得变量的严格指派问题得到有效解决。

#### 参考文献

- [1] Aloni M. Quantification under conceptual covers [D]. Univ. of Amsterdam, 2001
- [2] Barcan R C. The deduction theorem in a functional calculus of first order based on strict implication[J]. Journal of Symbolic Logic, 1946, 11: 115-118

- [3] Fitting M C, Mendelsohn R. First-order modal logic[M]. Kluwer, 1998
- [4] Fitting M C. On Quantified Modal Logic[J]. Fundamenta Informaticae, 1999, 39(1/2): 105-121
- [5] Fitting M C. First-order intensional logic[J]. Annals of Pure and Applied Logic, 2004, 127: 171-193
- [6] Fitting M C. FOIL Axiomatized. Unpublished Manuscript[OL]. <http://comet.lehman.cuny.edu/fitting/bookpapers/modal.html>, 2006
- [7] Garson J W. Quantification in modal logic[M]. Handbook of Philosophical Logic. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001: 267-323
- [8] Hilken B P. Sheaf models of predicate intuitionistic modal logic I: Relational sheaves[D]. In preparation: Department of Computer Science, Manchester University, 1999
- [9] Hughes G E, Cresswell M J. An New Introduction to Modal Logic[M]. London: Routledge, 1996
- [10] Kripke S. Semantical considerations on modal logics[J]. Acta Philosophica Fennica, Modal and Many-valued Logics, 1963, 16: 83-94
- [11] Lewis D. Counterpart theory and quantified modal logic[J]. Journal of Philosophy, 1968, 65: 113-126
- [12] McKay T. Propositional attitude reports[J]. Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2000
- [13] 弓肇祥. 可能世界理论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003
- [14] 江峰. 基于本体的一阶模态逻辑研究[D]. 北京: 中科院计算所, 2007
- [15] 王震宇. 可能世界与智慧[M]. 上海: 机械工业出版社, 2005
- [16] 周北海. 模态逻辑导论[M]. 北京: 北京大学出版社, 1997
- [17] 周礼全. 模态逻辑引论[M]. 上海: 上海人民出版社, 1986
- [18] Guarino N. The Ontological Level[M]//Casati R, et al., eds. Philosophy and the Cognitive Science, Holder-Pichler-Tempsky, Vienna, 1994: 443-456
- [19] Gruber T. Ontolingua: a Translation Approach to Portable Ontology specifications[J]. Journal of Knowledge Acquisition, 1993, 5(2): 199-200
- [20] 顾芳. 多学科领域本体设计方法的研究[D]. 北京: 中科院计算所, 2004

(上接第 198 页)

高<sup>[6]</sup>, 为此, 本文将改进的 GT 算法应用到 K 中心点聚类算法中, 其算法流程如图 1 所示。

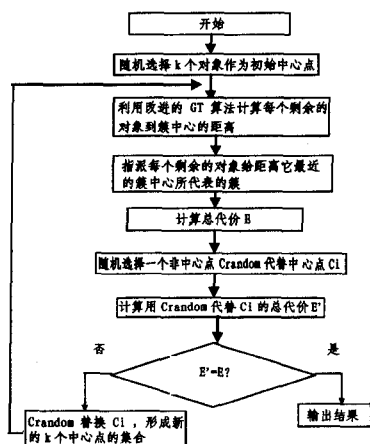


图 1 改进 GT 算法 K 中心点空间聚类流程图

#### 4 实验结果与分析

本文实验选用了 400 个随机正态分布二维数据, 设置了线形障碍物, 假设聚类中心为 4, 最大迭代次数设置为 10000, 实验分析了在无障碍约束和有障碍约束情况下的空间聚类结果。实验结果表明, 障碍物的存在影响了数据空间的连续性, 直接导致了聚类结果的分布不同。

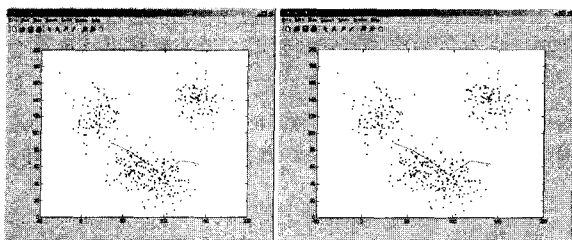


图 2 无障碍约束空间聚类

图 3 障碍约束空间聚类

图 2 的聚类结果并没有考虑障碍物的存在, 图 3 采用考虑障碍物的一般聚类思想, 图 4 采用本文算法思想进行聚类。对比图 2 和图 3 的聚类结果, 可以看出, 图 3 和图 4 较好地反

映了空间障碍对聚类的影响, 聚类结果更有实际意义。



图 4 基于演化计算的障碍约束空间聚类

**结束语** 本文在 K 中心点空间聚类的基础上引入改进的 GT 算法求解带障碍物的数据对象点间距离, 执行结果与实际相符合, 对于中小规模数据体现了较高的执行效率。聚类过程考虑到了现实障碍物对聚类结果的影响, 使得聚类结果更具有实际意义。理论和实验分析说明此算法是可行的。

#### 参考文献

- [1] Tung AKH, Hou J, Han J. Spatial clustering in the presence of obstacles[A]//Proceeding of International Conference on Data Engineering[C]. Heidelberg: IEEE Computer Society, 2001: 359-367
- [2] Estivill - Castro V, Lee I J. AUTOCLUST+: Automatic clustering of point-data sets in the presence of obstacles[A]//Proceeding of International Workshop on Temporal, Spatial and Spatial temporal Data Mining [C]. Berlin: Springer-Verlag, 2000: 133-146
- [3] Zaiane O R, Lee C H. Clustering spatial data when facing physical constraints [A]//Proceeding of the IEEE International Conference on Data Mining[C]. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 2002: 737-740
- [4] Wang X, Rostoker C, Hamilton H J. Density-based spatial clustering in the presence of obstacles and facilitators[A]//Proceeding of the 8th European International Conference on Principles and Practice of Knowledge Discovery in Databases [C]. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 446-458
- [5] 郭涛. 演化计算与优化[D]. 武汉: 武汉大学, 1999
- [6] 李庆华, 戴光明, 弓晨. 基于演化计算的最短避障路径算法设计[J]. 小型微型计算机系统, 2005, 26(3)