

基于均匀设计的差分进化算法的参数设定

白芸 张天军 赵高长 刘杰

(西安科技大学理学院 西安 710054)

摘要 差分进化算法参数的设定多采用经验选取方式,其缺点是试验运行量大以及难以得到最优参数组合,从而在很大程度上影响了算法的寻优能力。将均匀设计的试验方法引入差分进化算法的参数设定中,通过对单峰函数、多峰函数和病态函数等3种不同类型的标准测试函数进行均匀设计试验,找出适合不同类型标准测试函数的最优参数组合,从而达到对差分进化算法的参数进行设定的目的。结果显示,将经过均匀设计试验得到的两组最优的参数组合用于差分进化算法时,所获得的平均全局最优解为4.3215,平均标准差为3.650。可见,利用均匀试验设计方法对基本差分进化算法的参数进行设定是可行且有效的,同时具有较好的稳定性。

关键词 差分进化算法,均匀设计,参数设定,测试函数

中图分类号 TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.06.037

Parameter Establishment of Differential Evolution Algorithm Based on Uniform Design

BAI Yun ZHANG Tian-jun ZHAO Gao-chang LIU Jie

(School of Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract The parameter establishment of differential evolution algorithm is generally determined by the experience selection method, whose shortcomings include the massive operational parameters, the difficulty in obtaining the best parameter combination, and obstacle in improving the optimization ability of the algorithm to a great extent. The article introduced the uniform design method to differential evolution algorithm in parameter establishment. The optimal parameters combination which can be applied to different types of standard test functions is discovered by means of the uniform design test for three different types of standard test function: the unimodal function, multi-peak function, and morbid function. Finally the differential evolutionary algorithm for parameter establishment can be specified. The result is as follows. When the two groups of optimal parameter combination obtained by the uniform design experiment are applied to the differential evolution, the average global optimal solution is 4.3215 and the average standard deviation is 3.650. It follows that the method of uniform experimental design is feasible and effective to set the parameters of the differential evolution algorithm and the method offers good stability.

Keywords Differential evolution algorithm, Uniform design, Parameter establishment, Test function

1 引言

差分进化(Differential Evolution, DE)算法是一种基于种群的启发式搜索算法。该算法的最初设计是为了求解切比雪夫多项式问题,基本思想是利用当前个体加上两个个体的差来完成变异,这使得差分进化算法拥有其他智能算法无法比拟的特点:在算法进化初期由于个体之间差异较大,变异操作使得算法的全局搜索能力强;在算法进化后期,种群逐渐收敛,个体之间的差异变小,变异操作使得算法的局部搜索能力增强。这种特性使得差分进化算法性能稳定,并具有强大的搜索能力,因此被应用于优化问题中,得到了广泛的关注。

基本差分进化算法有着很好的发展前景,目前对差分进

化算法的改进有很多,并取得了很好的效果。文献[1]提出了一种求解高维问题的基于动态自适应多种群精英协同策略的改进差分进化算法,该算法不仅加快了算法的收敛速度而且提高了DE算法在求解高维问题时的效率;文献[2]引入了正交设计来初始化种群,提高了搜索全局最优解的效率;文献[3]提出了一种扩展变量维数的自适应差分进化算法,获得了较好的寻优效果;文献[4]提出了一种动态自适应差分进化算法,融入抽象凸理论,增强了算法的寻优能力;文献[5]提出了一种融合动态策略、局部搜索以及自适应缩放因子的改进差分进化算法,提高了算法的收敛速度及寻优精度;文献[6]提出了一个鲁棒自适应差分进化算法,融入了随机编码策略以及基于概率的自适应控制策略,经与目前被高度重视的几个

到稿日期:2016-02-30 返修日期:2016-06-04 本文受国家自然科学基金项目(51374168, 51174158),陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2014JQ1034),陕西省教育厅科研计划项目(2013JK0583)资助。

白芸(1993—),女,硕士生,主要研究方向为数据分析与处理, E-mail: 1552907016@qq.com; 张天军(1971—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为矿山灾害力学及其计算方法; 赵高长(1965—),男,教授,主要研究方向为计算仿真及智能算法; 刘杰(1977—),男,讲师,主要研究方向为全局优化算法设计。

多目标差分进化算法进行比对,该算法具有良好的发展前景。以上工作都对DE算法从各个方面做出了很好的改进,并从一定程度上提高了算法的性能,但其中一些文献对算法参数的设定根据经验选取,还有部分文献忽略了参数之间的内在联系以及种群规模大小对算法寻优以及收敛能力的重要影响,从而不能充分发挥算法的优良性能。

差分进化算法包括5个参数:种群规模 NP 、缩放因子 F 、交叉概率 CR 、最大迭代次数 $G_{\max}$ 、解空间维数 N 。其中缩放因子 F 、交叉概率 CR 是从根本上影响算法性能的重要参数。此外,影响算法寻优能力的因素还有种群规模(通常在维数的5~10倍之间)。本文引入均匀设计^[7-8]的试验方法并通过单峰函数、多峰函数以及病态函数3种不同类型的测试函数,来找到一组或多组适应3种不同类型函数的最优参数组合,从而充分发挥算法的优良性能。

2 基本的差分进化算法

对于最优化问题:

$$\min f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

$$\text{s. t. } x_j^L \leq x_j \leq x_j^U, j=1, 2, \dots, N$$

其中, N 是解空间的维数, x_j^L, x_j^U 分别为第 j 个分量 x_j 的取值范围的下界及上界。差分进化算法的具体流程如下。

(1)种群的初始化

随机产生初始种群:

$$\{x_i(0) | x_{j,i}^L \leq x_{j,i}(0) \leq x_{j,i}^U, i=1, 2, \dots, NP; j=1, 2, \dots, N\}$$

$$x_{j,i}(0) = x_{j,i}^L + \text{rand}(0, 1) \cdot (x_{j,i}^U - x_{j,i}^L) \quad (1)$$

其中, $x_i(0)$ 表示种群中第0代的第 i 条染色体, $x_{j,i}(0)$ 表示第0代的第 i 条染色体的第 j 个基因。 NP 表示种群规模, $\text{rand}(0, 1)$ 表示在 $(0, 1)$ 区间均匀分布的随机数。

(2)变异操作

差分进化算法通过差分策略实现个体变异,常见的差分策略是随机选取种群中两个不同的个体,将其向量差缩放后与待变异个体进行重组,即

$$v_i(g+1) = x_{r_1}(g) + F \cdot (x_{r_2}(g) - x_{r_3}(g)), i \neq r_1 \neq r_2 \neq r_3 \quad (2)$$

其中, F 为缩放因子, $x_i(g)$ 代表第 g 代种群中的第 i 个个体。

在进化过程中,为了确保解的有效性,必须判断染色体中各基因是否满足边界条件,若不满足,则基因用随机方法重新生成(与初始种群的生成方法相同)。第 g 代种群:

$$\{x_i(g) | x_{j,i}^L \leq x_{j,i}(g) \leq x_{j,i}^U, i=1, 2, \dots, NP; j=1, 2, \dots, N\}$$

通过变异后,产生一个中间体:

$$\{v_i(g+1) | v_{j,i}^L \leq v_{j,i}(g+1) \leq v_{j,i}^U, i=1, 2, \dots, NP; j=1, 2, \dots, N\}$$

(3)交叉操作

对第 g 代种群 $\{x_i(g)\}$ 及变异的中间个体 $\{v_i(g+1)\}$ 进行个体间的交叉操作:

$$u_{j,i}(g+1) = \begin{cases} v_{j,i}(g+1), & \text{if } \text{rand}(0, 1) \leq CR \text{ or } j = j_{\text{rand}} \\ x_{j,i}(g), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

其中, CR 为交叉概率, j_{rand} 为 $[1, 2, \dots, N]$ 中的随机整数。

(4)选择操作

差分进化采用贪婪算法来选择进入下一代种群的个体:

$$x_i(g+1) = \begin{cases} u_i(g+1), & \text{if } f(u_i(g+1)) \leq f(x_i(g)) \\ x_i(g), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

3 均匀设计

均匀设计(Uniform Design)又称均匀设计试验法,或空间填充设计,是一种试验设计方法。试验设计是指在试验范围内最有效地选择试验点,通过试验得到响应的观测值,然后进行数据分析求得达到最优响应值的试验条件。因此,试验设计的目标就是用最少的实验得到关于系统的尽可能充分的信息。均匀设计可以很好地实现这一点,尤其是对于多因素、多水平的试验。

均匀设计是只考虑试验点在试验范围内均匀散布的方法,它可以保证试验点具有均匀分布的统计特性,使每个因素的每个水平做一次且仅做一次试验,即任两个因素的试验点在平面的格子点上,每行每列有且仅有一个试验点,如图1所示。

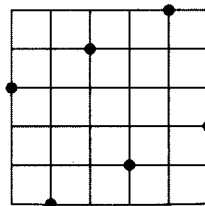


图1 6个试验点的均匀设计

利用均匀设计安排试验的基本步骤为:

1)确定研究因素。

2)选择均匀设计表。均匀设计表的选择要依据研究的因素数及试验次数来确定。在选择均匀设计表安排实验之前需要判断各因素对指标的大致影响,删除没有显著影响的因素,以减少试验次数。

3)安排因素水平表。根据均匀设计表的使用表,将各因素的水平在均匀设计表中对号入座。

4)制定试验安排表,测定试验结果。

5)分析试验结果。

对于上述差分进化算法,排除没有显著影响的因素:最大迭代次数 $G_{\max}$ 及维数 N (通常为30或50),重要的参数有3个,即因素数 $s=3$,若每个参数各取11个水平,即水平数 $n=11$,则需要对每个因素所属范围进行十等分,从而得到具有代表性的11个试验值。现在需要找出这些参数的最优组合,如果每个水平组合仅做一次试验,则共需进行 $n^s = 11^3 = 1331$ 次试验,这是一个很大的数目。若参数的水平取得更大,则试验的组数将会变得更大而不易实现。此时,均匀设计提供了一种相对简单的方法,可以从这些试验组合中选取有代表性的水平组合进行试验,此时只需要进行11次试验即可达到通过较少的试验次数找到最优的参数组合从而对算法参数进行设定的目的,这大大地减少了试验的运行量,降低了时间复杂度,为试验者提供了更多的选择。当然,这并不是仅仅追求较少的试验次数,而是有成功案例保证的。文献[9-10]分别利

用均匀设计对蚁群算法及遗传算法进行了参数设定,相较传统依据经验选取参数的方法,均匀设计使得算法的运行时间大大减少,并获得了较优的运行性能。

因此,我们可以把对差分进化算法的参数设定看作 3 个因素 11 个水平的均匀设计试验,此处取 11 个水平是为了使试验点足够均匀且具有更好的代表性。采用均匀设计表 $U_{11}(11^{10})$ 对试验进行安排时,可以采用推荐的使用表,也可以任意选取其中的 3 列进行实验安排,但考虑到试验运行的效率,这里采用推荐的使用表,选取均匀设计表 $U_{11}(11^{10})$ 中的第 1、第 3、第 5 列来安排实验。考虑到种群规模大小的选取依赖于所求问题的维数,而常见的问题有 30 维和 50 维两种情况,所以对这两种情况分别设计了方案 1 和方案 2,如表 1 和表 2 所列。为获得有效的统计信息,每组试验方案可以进行多次连续试验,本实验设为 20 次。因此,对于本次试验中 1 的 1 组参数组合,从 3 种类型函数中各选取 2 个标准测试函数,每个函数分两组维数进行测试,每组参数组合运行 20 次,试验总共需要进行 $11 \times 3 \times 2 \times 2 \times 20 = 2640$ 次。

4 仿真实验与结果分析

步骤 1 针对上述问题,确定 3 个因素(即算法参数)的取值范围如下: $NP \in [5N, 10N]$,其中 $N=30$ 或 50,并设最大迭代次数 $G_{max}=1000$;

步骤 2 对上述 3 个因素各取 11 个水平,选择均匀设计表 $U_{11}(11^{10})$;

步骤 3 用 $U_{11}(11^{10})$ 的使用表制定的试验安排表如下:
1) $N=30$ 时,均匀设计方案 1 如表 1 所列。

表 1 均匀设计方案 1			
NO.	F	CR	NP
1	0	0.4	240
2	0.2	0.9	180
3	0.4	0.3	285
4	0.6	0.8	225
5	0.8	0.2	165
6	1.0	0.7	270
7	1.2	0.1	210
8	1.4	0.6	150
9	1.6	0	255
10	1.8	0.5	195
11	2.0	1.0	300

2) $N=50$ 时,均匀设计方案 2 如表 2 所列。

表 2 均匀设计方案 2			
NO.	F	CR	NP
1	0	0.4	400
2	0.2	0.9	300
3	0.4	0.3	475
4	0.6	0.8	375
5	0.8	0.2	275
6	1.0	0.7	450
7	1.2	0.1	350
8	1.4	0.6	250
9	1.6	0	425
10	1.8	0.5	325
11	2.0	1.0	500

步骤 4 选择以下 6 个标准测试函数(其中, f_1, f_6 为多峰函数, f_2, f_5 为病态函数, f_3, f_4 为单峰函数,详见表 3)进行试验,程序采用 Matlab R2014a 语言。

表 3 标准测试函数	
Function	Search range
$f_1(x) = \sum_{i=1}^N (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)^{[11]}$	$[-5.12, 5.12]^N$
$f_2(x) = \sum_{i=1}^N x_i + \prod_{i=1}^N x_i $	$[-10, 10]^N$
$f_3(x) = \sum_{i=1}^N x_i^2$	$[-5.12, 5.12]^N$
$f_4(x) = \sum_{i=1}^N (\sum_{j=1}^N x_j)^2$	$[-100, 100]^N$
$f_5(x) = \sum_{i=1}^N -x_i \sin(\sqrt{ x_i })$	$[-500, 500]^N$
$f_6(x) = -\cos(2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}) + 0.1 \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2} + 1$	$[-100, 100]^N$

以上 6 个标准测试函数的理论最优值皆为 0。
步骤 5 测定试验结果,并进行统计分析(见表 4)。

表 4 试验结果统计			
NO. (dimension)	Optimal parameter combination	Variance	Best value
$f_1(30)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=180$	3.984	3.8296
$f_1(50)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=300$	3.757	4.4060
$f_2(30)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=180$	3.254	3.3151
$f_2(50)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=300$	3.034	5.8264
$f_3(30)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=180$	3.569	5.8339
$f_3(50)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=300$	3.860	4.0101
$f_4(30)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=180$	4.073	3.2099
$f_4(50)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=300$	3.218	7.3643
$f_5(30)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=180$	4.276	3.8988
$f_5(50)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=300$	3.254	3.1328
$f_6(30)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=180$	4.276	3.8988
$f_6(50)$	$F=0.2, CR=0.9, NP=300$	3.254	3.1328

由表 4 可以看出,3 种函数的最优参数组合趋向于两种参数组合。这两种参数组合的不同之处主要在于种群规模的大小,即对应原始问题的维数不同。对于 30 维的问题,最优参数组合为 $F=0.2, CR=0.9, NP=180$;对于 50 维的问题,最优参数组合为 $F=0.2, CR=0.9, NP=300$ 。由表 4 可知,最好的全局最优解为 3.1328,最差的全局最优解为 7.3643,平均全局最优解为 4.3215,这与表 3 中标准测试函数的理论最优值 0 相比结果相差不大,说明利用均匀设计的方法对基本差分进化参数进行设定是可行且有效的。再由表 4 中的标准差可知,最好的一组试验的标准差为 3.034,最差的一组为 4.276,其平均值为 3.650,可以看出对于 6 个不同的函数,两组参数组合下的差分进化算法是相对稳定的。

结束语 基本差分进化算法的参数设定直接影响算法的

运行效果,从而极大地影响了算法的实用性。本文将均匀设计方法引入到差分进化算法的参数设定中,试验点均匀分布的理念有效地避免了算法最终陷入局部最优解的局面,这是一种科学、有效的算法参数设定手段。本文针对3种不同类型的标准测试函数,将基本差分进化算法的参数设定问题描述为多因素多水平的均匀试验设计,利用均匀设计表来安排实验,经过多次运行寻找到了适合3种函数的最优参数组合 $F=0.2, CR=0.9, NP=180$ 以及 $F=0.2, CR=0.9, NP=300$ 。最优参数组合下的平均全局最优解为 4.3215,非常接近理论最优解,说明利用均匀设计的方法对算法参数进行设定具有可行性、有效性,达到了令人满意的效果,这为算法应用于目标函数为单峰函数、多峰函数、病态函数这3种不同类型函数的最优化问题提供了参考。

参考文献

- [1] BIN G, ZHU J H, LANG W C. Research on Improved Differential Evolution Algorithm based on Hybrid Multi-strategy and its application[J]. International Journal of Hybrid Information Technology, 2015, 8(4): 147-156.
- [2] FENG Q X, LIU S Y, TANG G Q, et al. Orthogonal Differential Evolution Algorithm for Solving System of Equations[J]. Computer Science, 2012, 39(5): 187-190. (in Chinese)
封全喜, 刘三阳, 唐国强, 等. 求解方程组的正交差分进化算法[J]. 计算机科学, 2012, 39(5): 187-190.
- [3] LI R P, FENG D, OUYANG H B, et al. An Improved Differential Evolution Algorithm Reliability Problems[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2012, 33(2): 182-186. (in Chinese)
李若平, 冯达, 欧阳海滨, 等. 改进差分进化算法在系统可靠性问题中的应用[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2012, 33(2): 182-186.
- [4] LI Z W, ZHOU X G, ZHANG G J. Dynamic Adaptive Differential Evolution Algorithm [J]. Computer Science, 2015, 42(6A): 52-57. (in Chinese)
李章维, 周晓根, 张贵军. 一种动态自适应差分进化算法[J]. 计算机科学, 2015, 42(6A): 52-57.
- [5] LEE C H, KUO C T, CHANG H H. Performance enhancement of the differential evolution algorithm using local search and a self-adaptive scaling factor[J]. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2012, 8(4): 2665-2679.
- [6] ZHONG J H, ZHANG J. Adaptive Multi-objective Differential Evolution with Stochastic Coding Strategy [C]//GECCO, 2011: 665-672.
- [7] 方开泰, 马长兴. 正交与均匀试验设计[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [8] FANG K T. Uniform Design [J]. Tactical Missile Technology, 1994, 3(2): 56-69. (in Chinese)
方开泰. 均匀设计[J]. 战术导弹技术, 1994, 3(2): 56-69.
- [9] HUANG Y Q, LIANG C Y, ZHANG X D. Parameter Establishment of an Ant System Based on Uniform Design [J]. Control and Decision, 2006, 21(1): 93-96. (in Chinese)
黄永青, 梁昌勇, 张祥德. 基于均匀设计的蚁群算法参数设定[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 93-96.
- [10] HE T K, WANG F L, ZHANG C M. Parameter Establishment of Genetic Algorithm Based on Uniform Design[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2003, 24(5): 419-411. (in Chinese)
何太阔, 王福利, 张春梅. 基于均匀设计的遗传算法参数设定[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2003, 24(5): 419-411.
- [11] LOCATELLI M, MAISCHBERGER M, SCHOEN F. Differential Evolution Algorithm Based on Local Search [J]. Computers & Operations Search, 2014, 43: 169-180.
- [12] STORN R, PRICE K. Differential Evolution. A simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- (上接第211页)
- 魏先民. 基于思维进化的蚁群算法在典型生产调度中的应用[J]. 计算机科学, 2013, 40(7): 236-238, 257.
- [10] ZHENG Q X, LI M, LI Y X, et al. An Improved Colony Optimization for Two-Sided Assembly Line Balancing Problem[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(5): 841-845. (in Chinese)
郑巧仙, 李明, 李元香, 等. 求解双边装配平衡问题的改进蚁群算法[J]. 电子学报, 2014, 42(5): 841-845.
- [11] IHSAN S, ERDAL E, ARDA A. Ant colony optimization for the single model U-type assembly line balancing problem[J]. International Journal of Production Economics, 2009, 120(2): 287-300.
- [12] ADIL B, TÜRKAY D. Simple and U-type assembly line balancing by using an ant colony based algorithm[J]. Mathematical and Computational Applications, 2009, 14(1): 1-12.
- [13] ZHENG Q X, LI Y X, LI M, et al. Ant colony optimization for type-II assembly line balancing problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2012, 18(5): 999-1005. (in Chinese)
郑巧仙, 李元香, 李明, 等. 面向第II类装配平衡问题的蚁群算法[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(5): 999-1005.
- [14] ZHANG Z Q, CHENG W M, ZHONG B, et al. Improved colony optimization for assemblyline balancing problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2007, 13(8): 1632-1637. (in Chinese)
张则强, 程文明, 钟斌, 等. 求解装配平衡问题的一种改进蚁群算法[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(8): 1632-1637.
- [15] ZHENG Q, LI M, LI Y, et al. Station ant colony optimization for the type 2 assembly line balancing problem[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 66(9): 1859-1870.
- [16] HELGESON W B, BIRNIE D P. Assembly line balancing using the ranked positional weight technique[J]. The Journal of Industrial Engineering, 1961, 12(6): 394-398.