

基于模糊熵和非分离小波变换的图像融合算法

葛雯^{1,2} 高立群²

(沈阳航空工业学院电子信息工程学院 沈阳 110136)¹ (东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110004)²

摘要 针对传统可分离小波图像融合过程中存在部分边缘丢失和纹理信息模糊的问题,提出了突出图像细节和消减图像模糊性的融合算法。该算法在非分离小波分解框架下,对反映图像近似内容的低频分量采用局部模糊熵极大值融合规则,对反映图像细节特征的高频分量提出了区域亮度细节占优加权的融合规则。最后通过非分离小波逆变换重构融合图像。实验结果表明,该算法能在保留源图像信息的情况下,提高融合图像的清晰度,增强细节信息及亮度对比度。

关键词 可分离小波变换,非分离小波变换,模糊熵,亮度对比度,图像融合

中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A

Image Fusion Algorithm Based on Fuzzy Entropy and Non-separable Wavelet Transform

GE Wen^{1,2} GAO Li-qun²

(School of Electronics and Information Engineering, Shenyang Institute of Aeronautical Engineering, Shenyang 110136, China)¹

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)²

Abstract In the view of this situation that in the image fusion process of the traditional separable wavelet transform, there are problems of lost part edges and blurred texture information, a fusion algorithm that highlights image details and reduces the image blurring was proposed. Under the non-separable wavelet decomposed frame, a fusion rule of local blurred entropy maximum was used for the low-frequency component which reflects approximate content, and a fusion rule of region brightness details priority weighted was used for the high-frequency component which reflects features and details of image. Finally, the fusion image was reconstructed through an inverse transform of non-separable wavelet. Experimental results show that under the condition of reservation of source image information, this algorithm improves the clarity of fused image, enhances details information and brightness contrast.

Keywords Separable wavelet transform, Non-separable wavelet transform, Fuzzy entropy, Brightness contrast, Image fusion

图像融合是有机综合多个来自不同传感器图像的互补信息和冗余数据,以获得对同一场景更丰富、更可靠以及更易于理解和判读的图像。目前图像融合的方法很多,其中多分辨率小波融合^[1-4]成为图像融合领域的一个研究热点。常用的小波变换融合算法中讨论的多是可分离小波。可分离小波具有各向异性及不能以区域的形式出现等缺点,因此不能得到令人满意的视觉效果。而非分离小波取样可以有效地克服这些缺点。为此,本文使用非分离小波变换在像素级上对小波系数和尺度系数进行分析处理、图像融合。然而,在图像融合的过程中,如何设计合理的融合策略,控制融合图像的品质,是基于非分离小波变换的图像融合算法设计的关键。

众所周知,由于成像过程的复杂性,图像存在着模糊性和不确定性。模糊理论对于图像的这种模糊性和不确定性有着很好的描述能力,并且对于噪声具有很好的鲁棒性,故模糊集合理论的出现给数字图像融合提供了新理念。本文正是基于

图像信号的模糊性,依据模糊熵理论对低频分量提出局部模糊熵极大值的融合方法,此方法可以有效地反映图像的近似内容,消除源图像的模糊信息;对于高频分量,针对图像视觉信息主要包含亮度和细节信息的特点,提出了区域亮度细节占优加权法的融合规则,获得视觉特性更佳、细节更丰富突出的融合效果。

1 基于抽样矩阵 D 的不可分小波滤波器

二维不可分小波变换是通过抽样矩阵 D 来描述的。实际中有许多抽样矩阵,本文采用了最常用的一种梅花形抽样矩阵:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

设 $X(\vec{n})$ 代表图像像素的灰度值, $Y(\vec{n})$ 表示下采样后图像的灰度值; $\vec{n} = (n_1, n_2)^T$; Z 表示整数集; Z^2 表示二维整数

到稿日期:2008-10-21 返修日期:2009-02-11 本文受国家高技术研究发展计划(863计划)(2004AA1Z2060),公安部重点项目(20029322301)资助。

葛雯(1972-),女,博士研究生,讲师,主要研究方向为图像处理与模式识别等,E-mail:gewenbox72@sina.com;高立群(1949-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为图像处理与模式识别等。

集,则 D 对图像进行下采样的过程为

$$Y(\vec{n}) = X(D \cdot \vec{n}), n \in Z^2 \quad (2)$$

同样,上采样的过程为:

$$Y(\vec{n}) = \begin{cases} X(D^{-1} \cdot \vec{n}), & n \in DZ^2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

由于 $|\det D|=2$,因此信号经过 D 分解后生成对应的两个频带,即一个尺度函数 $\phi(X)$ 和一个小波函数 $\psi(X)$ 。具体细节参见文献[5]。

$$\phi(X) = \sqrt{N} \sum_k h_0(\vec{n}) \phi(DX - k) \quad (4)$$

$$\psi(X) = \sqrt{N} \sum_k g_0(\vec{n}) \phi(DX - k) \quad (5)$$

其中, $h_0(\vec{n})$ 为低通滤波器, $g_0(\vec{n})$ 为高通滤波器, k 为位移因子。

$$h_0(\vec{n}) = \begin{pmatrix} a & & \\ 1 & a_1 & 1 \\ & a & \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$g_0(\vec{n}) = \begin{pmatrix} & & ad/a_1 & & \\ & a+d/a_1 & d & a+d/a_1 & \\ 1 & a_1 & a_2 & a_1 & 1 \\ & a+d/a_1 & d & a+d/a_1 & \\ & & ad/a_1 & & \end{pmatrix} \quad (7)$$

2 图像融合规则

在图像融合的过程中,设计合理的图像融合规则,是获得高品质融合图像的关键。本文提出的融合规则在消减模糊信息的同时,保持和恢复了源图像的细节特征。下面详细阐述小波系数和尺度系数的融合过程。

2.1 低频信息融合

由于图像本身的复杂性,图像具有不确定性和不精确性。根据模糊集理论,可以把大小为 $I \times J$ 的图像看成一个模糊点集矩阵^[6]。

$$R = \begin{pmatrix} \mu_{11}(r_{11}) & \mu_{12}(r_{12}) & \cdots & \mu_{1J}(r_{1J}) \\ \mu_{21}(r_{21}) & \mu_{22}(r_{22}) & \cdots & \mu_{2J}(r_{2J}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu_{I1}(r_{I1}) & \mu_{I2}(r_{I2}) & \cdots & \mu_{IJ}(r_{IJ}) \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中, $\mu_{ij}(r_{ij})$ 表示图像某一像素 r_{ij} 的隶属度为 μ_{ij} ($0 \leq \mu_{ij} \leq 1$)。隶属度可使用不同形状的标准模糊隶属度函数 S 函数或 Z 函数来定义, S 函数为

$$S(r_{ij}, a, b, c) = \begin{cases} 0, & r_{ij} \leq a \\ 2 \times [(r_{ij} - a)/(c - a)]^2, & a < r_{ij} \leq b \\ 1 - 2 \times [(r_{ij} - a)/(c - a)]^2, & b < r_{ij} \leq c \\ 1, & r_{ij} > c \end{cases} \quad (9)$$

其中,参数 c 与 a 分别表示 S 函数中模糊窗口宽度的上、下界。随着模糊窗宽的不同,参数 c 与 a 的值会发生相应的变化。参数 b 为参数 a 与 c 的中点,即 $b = (a + c)/2$ 。

Z 函数为

$$Z(r_{ij}, a, b, c) = 1 - S(r_{ij}, a, b, c) \quad (10)$$

在模糊集理论中,模糊熵可以度量一个模糊集合所具有的模糊性的大小。由模糊集的模糊熵的定义,推广到二维图像的模糊熵为

$$H(x) = \frac{1}{IJ} \ln 2 \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J S_n(\mu_{ij}(x_{ij})) \quad (11)$$

其中, $S_n(\mu_{ij}(x_{ij}))$ 为 Shannon 函数。

图像模糊熵能够衡量图像的模糊度。图像的局部特征是由区域内多个像素表征和体现的。由于全局模糊熵不能衡量局部区域的模糊性,因此需将全局模糊熵推广到局部模糊熵^[7]。由局部区域模糊熵反映图像的局部模糊性质,提供该区域包含信息量的大小。

$$H_k(x) = \frac{1}{MN \ln 2} \sum_{i \in M_j} \sum_{j \in N} S_n(\mu_{ij}(x_{ij})) \quad (12)$$

这里选择合适的区域窗口大小是至关重要的。窗口尺寸过小,局部模糊熵不足以精确衡量区域的模糊属性;窗口尺寸过大,又无法准确定位。通过反复实验,选择 8×8 窗口尺寸。确定窗口大小后,根据式(12)计算局部模糊熵。由于清晰区域灰度级的分布比较集中,因此具有较大的局部模糊熵。而模糊区灰度级的分布比较分散,局部模糊熵较小。根据这一差异,对低频信息提出局部模糊熵极大值法融合规则。

$$L_F = \begin{cases} L_1, & H_{K1}(x) \geq H_{K2}(x) \\ L_2, & H_{K1}(x) < H_{K2}(x) \end{cases} \quad (13)$$

其中, L_1, L_2 和 L_F 分别是源图像 1 和 2 及融合后图像的区域低频系数。 $H_{K1}(x)$ 和 $H_{K2}(x)$ 分别代表源图像 1 和 2 的局部模糊熵。通过上面的融合规则能够有效地将低频分量所提供的信息融合在一起,消减低频分量存在的不确定性和模糊性。

2.2 高频信息融合

高频分量包含着源图像中重要的特征和细节信息,融合的关键在于能否有效地从源图像中提取这些信息,并在最终的融合图像中得到有效的显示。因此对高频信息提出了区域亮度细节占优加权法的融合规则。其中亮度信息用像素均值描述,细节信息用像素两两差之和与像素和的比描述^[8]。窗口以 (i, j) 为中心的区域亮度和细节分别为

$$I(i, j) = \frac{1}{M \times N} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f(i+m-\frac{M+1}{2}, j+n-\frac{N+1}{2}) \quad (14)$$

$$D(i, j) = \frac{1}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f(i+m-\frac{M+1}{2}, j+n-\frac{N+1}{2})} \times \left[\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left| f(i+m-\frac{M+1}{2}, j+n-\frac{N+1}{2}) - f(i+m+1-\frac{M+1}{2}, j+n+1-\frac{N+1}{2}) \right| \right] \quad (15)$$

如果源图像 1 的亮度和细节同时大于或小于源图像 2 的亮度和细节,则取亮度和细节大的图像小波系数为高频分量,即

$$H_F = \begin{cases} H_1, & I_1 \geq I_2, D_1 \geq D_2 \\ H_2, & I_1 < I_2, D_1 < D_2 \end{cases} \quad (16)$$

如果源图像 1 的亮度和细节不同时大于或小于源图像 2 的亮度和细节,则高频分量为

$$\text{当 } I_1 \geq I_2, D_1 < D_2 \text{ 或 } I_1 < I_2, D_1 \geq D_2, \\ H_F = \alpha(H_1 + K_1 H_2) - \beta |H_1 - K_2 H_2| \quad (17)$$

其中,前半部分 $\alpha(H_1 + K_1 H_2)$ 表示源图像的加权均值,会影响融合后图像的亮度。后半部分 $\beta |H_1 - K_2 H_2|$ 表示取两幅图像的加权差值,会影响融合后图像的细节信息。 H_1, H_2 和 H_F 分别为源图像 1, 2 和融合后图像对应的小波系数。 K_1, K_2, α, β 分别为加权因子,其中因子 K_1, K_2 调节源图像的占优比例;因子 α 调节图像的亮度;因子 β 决定图像的边缘。通过调整 K_1, K_2, α, β 可以消减模糊边缘,突出细节并调节图像的亮度。参数 K_1, K_2, α, β 分别为

$$\alpha = \begin{cases} I_1(i,j)/(I_1(i,j)+I_2(i,j)), & I_1(i,j) \geq I_2(i,j) \\ I_2(i,j)/(I_1(i,j)+I_2(i,j)), & I_1(i,j) < I_2(i,j) \end{cases} \quad (18)$$

$$\beta = \begin{cases} D_1(i,j)/(D_1(i,j)+D_2(i,j)), & D_1(i,j) \geq D_2(i,j) \\ D_2(i,j)/(D_1(i,j)+D_2(i,j)), & D_1(i,j) < D_2(i,j) \end{cases} \quad (19)$$

$$K_I = K_I(i,j)/(K_I(i,j)+K_D(i,j)) \quad (20)$$

$$K_D = K_D(i,j)/(K_I(i,j)+K_D(i,j)) \quad (21)$$

式(20),(21)中, K_I 和 K_D 分别表示源图像 1 和源图像 2 高频子图像的局部区域亮度和细节比值。

$$K_I = \begin{cases} I_1(i,j)/I_2(i,j), & I_1(i,j) \geq I_2(i,j) \\ I_2(i,j)/I_1(i,j), & I_1(i,j) < I_2(i,j) \end{cases} \quad (22)$$

$$K_D = \begin{cases} D_1(i,j)/D_2(i,j), & D_1(i,j) \geq D_2(i,j) \\ D_2(i,j)/D_1(i,j), & D_1(i,j) < D_2(i,j) \end{cases} \quad (23)$$

其中, $I_1(i,j)$, $I_2(i,j)$ 分别为两幅源图像的区域亮度, $D_1(i,j)$, $D_2(i,j)$ 分别为两幅源图像的区域细节。

3 图像融合实验及结果分析

为了验证本文所提算法的合理性和有效性,对医学诊断过程中常见的 CT 与 MRI 图像进行了融合实验。图 1(a)为 CT 图像,图 1(b)为经过配准后的相应 MRI 图像。在 CT 图像中,软组织的对比度较低,病变显影欠佳,很难辨别。而 MRI 图像能够清晰地反映软组织结构,并使 CT 显示不佳的病变可以识别,但病灶内部结构模糊,边界欠清。对这两幅 CT 和 MRI 图像分别采用基于可分离小波变换方法、基于非分离小波变换法以及本文算法进行融合,融合结果如图 1(c),(d),(e)所示。其中,基于可分离小波变换法和基于非分离小波变换法,其融合规则对低频分量采用局部熵极大值法,对高频分量选用本文提出的区域亮度细节占优加权法的融合规则。

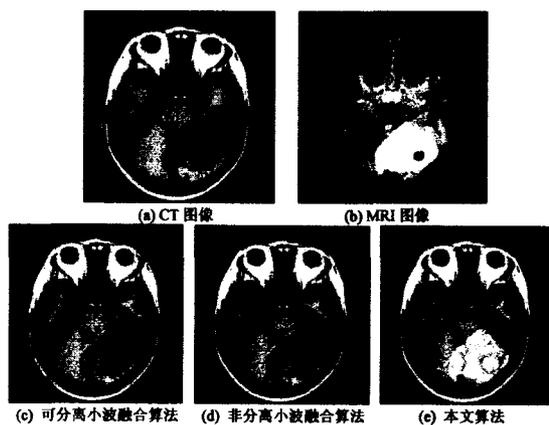


图 1 CT/MRI 图像融合结果

对比 3 幅融合图像,图 1(e)融合图像更适宜人眼分辨,不仅清晰地显示了 CT 图像的骨骼信息、MRI 图像的软组织信息,而且充分展现了病灶纹理和细节,同时强化了图像亮度对比度,尤其是异常区域;图 1(d)融合图像中虽然保留了原始图像的边缘和纹理特征,提高了图像亮度对比度,但病灶区域仍然模糊不清;图 1(c)融合图像不仅病变区域模糊,而且由于可分离小波变换具有各向异性,使得图像部分边缘丢失。

除了进行目视比较外,本文采用了平均交叉熵、平均梯度

和标准差 3 项客观指标来对融合图像质量进行定量分析。其中平均交叉熵直接反映了图像对应像素的差异,确定各种融合效果的优劣。平均交叉熵值越小,说明融合的结果图像与两幅原始图像的差异越小。平均梯度能够敏感地反映出图像对细微反差和纹理变化特征的清晰程度,进而反映出图像的清晰度;标准差反映了图像灰度相对于灰度平均值的离散情况,评价图像反差的大小,即色调的对比度。表 1 给出了 CT/MRI 图像的融合结果的定量评估。由于本文算法的平均交叉熵最小,因此本文算法的融合图像与原始图像的差异最小,而且平均梯度和标准差最大。这些指标都说明了本文提出的融合算法性能好,使融合后的图像清晰度、亮度对比度和信息量大大提高。

表 1 3 种融合算法的客观评价指标

方法指标	平均交叉熵	平均梯度	标准差
可分离小波融合算法	8.4578	25.8954	33.6478
非分离小波融合算法	5.6478	26.9841	34.6789
本文算法	3.6875	28.9564	38.1567

结束语 由于非分离小波变换具有较好的频率响应特性、平移不变性和更好的自由度等优点,将非分离小波变换运用到图像融合处理中,同时应用本文提出的增强图像亮度和细节以及提高信息量清晰度的融合规则,使融合后的图像不仅有效地将原始图像提供的信息融合在一起,消减了模糊信息,而且强化了图像亮度和纹理特征,明显改善了图像的视觉效果,为图像后续处理提供了更充分、更可靠的信息,具有广阔的应用前景。

参考文献

- [1] Yang Xue-Jun, Wang Pan-Feng, et al. A Data-distributed Parallel Algorithm for Wavelet-based Fusion of Remote Sensing Images[J]. *Frontiers of Computer Science in China*, 2007, 1(2): 231-240
- [2] Kirankumar Y, Devi S S. Transform-based Medical Image Fusion[J]. *International Journal of Biomedical Engineering and Technology*, 2007, 1(1): 101-110
- [3] Thierry R, Bruno A, Luciano A, et al. Image Fusion-the ARSIS Concept and Some Successful Implementation Schemes[J]. *ISPRS Journal of Photo-grammetry & Remote Sensing*, 2003, 58(5): 4-18
- [4] Bruno A, Luciano A, Stefano B. Context Driven Fusion of High Spatial and Spectral Resolution Images Based on Oversampled Multi-resolution Analysis[J]. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(10): 2300-2312
- [5] Kovacevic J, Vetterli M. Nonseparable Multidimensional Perfect Reconstruction Filter Banks and Wavelet Bases for R^n [J]. *IEEE Transaction on Information Theory*, 1992, 38(2): 533-555
- [6] 生克伟, 郑建宏. 一种新的模糊熵图像分割方法[J]. *信号处理*, 1998, 14(3): 269-272
- [7] Pal N R, Pal S K. Object-background Segmentation Using New Definitions of Entropy[J]. *IEEE Proceeding of Computers and Digital Techniques*, 1989, 136(4): 284-295
- [8] 周杉, 沈毅, 郝家胜. 基于局部占优的自适应像素加权 CT/MRI 图像融合算法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2006, 38(8): 1314-1317