形式概念分析与集值信息系统*)

宋笑雪[1,2] 张文修[1]

(西安交通大学理学院信息与系统科学研究所 西安 710049)[1] (咸阳师范学院计算机系 咸阳 712000)[2]

摘 要 形式概念分析与粗糙集理论是两种有效的知识发现工具,已在各个领域获得成功应用。本文给出了一种将形式背景转化为集值信息系统的方法,证明了形式背景分析中的对象粒协调集与由该形式背景导出的集值信息系统的协调集是等价的,并且分析了形式背景中三种不同类型的对象粒属性特征。最后给出了形式背景中属性粒的概念及相关结论。

关键词 形式概念分析,集值信息系统,约简,粒属性特征

Formal Concept Analysis and Set-valued Information Systems

SONG Xiao-Xue[1,2] ZHANG Wen-Xiu[1]

(Institute of Information and System Sciences, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)[1] (Xianyang Normal College, Xianyang 712000)[2]

Abstract Formal concept analysis (FCA) and rough set theory (RST) are two effective tools for knowledge discovery, and both have been successfully applied to various fields. This paper indicates that each formal context can be transformed into a set-valued information system. It is proved that the object granular reduction in a formal context is equivalent to the attribute reduction in the set-valued information system induced by the formal context. The characteristics of three types of object granular attributes in a formal context are analyzed. Finally the conception and the conclusion of the attribute granular are given.

Keywords Formal concept analysis, Set-valued information systems, Reduction, Attributes characteristics

1 引言

粗糙集理论是由波兰数学家Z. Pawlak于1982年提出的用于数据分析的理论[1],其基本概念是等价关系和上、下近似算子。由等价类确定的可定义子集及其它子集合的上下近似,提供了知识发现的一种数学方法,已被应用于知识获取、机器学习等领域,并且吸引了世界各地的学者对它进行研究。对粗糙集理论的研究已被扩展到各种信息系统和非等价关系上。

形式概念分析[2]亦称为概念格理论,是由R. Wille于1982年提出的,其基本思想是基于对象与属性之间的关系建立一种概念层次结构,其中每个概念都是对象与属性的统一体。概念格通过Hasse图生动和简洁地体现了这些概念之间的泛化和特化关系。作为数据分析和知识处理的形式化工具,形式概念分析已经被成功地应用于数字图书馆及文献检索、软件工程、知识发现等领域。

概念格理论和粗糙集理论作为两种不同的数据处理方法,从不同侧面研究和表现数据中隐含的知识,它们之间具有许多相似之处。概念格理论和粗糙集理论之间的关系引起了许多研究者的关注,已经有文献在一定程度上讨论了它们之间的关系。比如在概念格理论中引入近似算子[3~5],或者将粗糙集的一些概念用概念格来表示[6,7]。

本文给出了一种将形式背景转化为集值信息系统的方法,证明了形式背景中的对象粒协调集与由该形式背景导出的集值信息系统的协调集是等价的,从一定程度上说明了粗糙集与概念格之间存在着内在联系;并且给出了形式背景中三种不同类型的对象粒属性特征及每一种对象粒属性的判定定理。最后说明了形式背景的属性粒也具有相应的性质。

2 形式背景、概念格与集值信息系统

定义2.1[2] 形式背景是一个三元组(U,A,I),其中$U=\{x_1,\cdots,x_n\}$是非空有限的对象集;$A=\{a_1,\cdots,a_m\}$是非空有限的属性集;$I\subseteq U\times A$是U和A之间的二元关系,$(x,a)\in I$意味着对象x具有属性a。

对于集合$X\subseteq U$和$B\subseteq A$,定义

$X^*=\{a\in A\mid \forall x\in X,(x,a)\in I\}$

$B^*=\{x\in U\mid \forall a\in B,(x,a)\in I\}$

如果$X^*=B$,$B^*=X$,则称(X,B)是形式背景(U,A,I)的形式概念,其中对象集X和属性集B分别称为形式概念的外延和内涵。(U,A,I)的形式概念全体构成一个完备格称为概念格,表示为$L(U,A,I)$,其中概念格的交和并运算定义如下:

$(X_1,B_1)\wedge(X_2,B_2)=(X_1\cap X_2,(B_1\cup B_2)^{**})$

$(X_1,B_1)\vee(X_2,B_2)=((X_1\cup X_2)^{**},B_1\cap B_2)$

对$x\in U$和$a\in A$,记$x^*=\{x\}^*$,$a^*=\{a\}^*$

任意一个形式概念可以表示为它的外延的对象概念的并,即

$(X,B)=\bigvee_{x\in X}(x^{**},x^*)$

所有的对象概念$\{(x^{**},x^*)\mid x\in U\}$的集合形成了概念

*)本文得到国家973计划项目基金(项目号:No. 2002CB312200)和咸阳师范学院专项科研基金项目(06XSYK110)资助。**宋笑雪** 副教授,博士生,主要研究方向为粗糙集、人工智能的数学基础;**张文修** 教授,博导,主要研究方向为粗糙集、遗传算法、模糊集、人工智能等。

格的基础，即概念格中所有对象概念的集合反映了概念格结构的信息粒度。称基本外延集$\{x^{**}\mid x\in U\}$是概念格的对象信息粒[3]，简称为对象粒。

定义 2.2[2,8]　设(U,A,I)是一个形式背景，对任意属性集$C\subseteq A$，称(U,C,I_C)是(U,A,I)的子形式背景，其中$I_C=I\cap(U\times C)$。

对于集合$X\subseteq U$和$B\subseteq C$，在子背景(U,C,I_C)中定义：

$X^{*C}=\{a\in C\mid (x,a)\in I,\forall x\in X\}$

$B^{*C}=\{x\in U\mid (x,a)\in I,\forall a\in B\}$

显然，$X^{*C}=X^{*}\cap C$，$X^{*A}=X^{*}$。

定义 2.3[9]　称(U,A,F)是集值信息系统，若$U=\{x_1,\cdots,x_n\}$为对象集，每个$x_i(i\leqslant n)$称为一个对象；$A=\{a_1,\cdots,a_m\}$为属性集，每个$a_j(j\leqslant m)$称为一个属性；$F=\{f_a\mid a\in A\}$为对象属性值映射，其中$f_a:U\rightarrow\mathscr{P}_0(V_a)(a\in A)$，$V_a$是属性$a$的值域，$\mathscr{P}_0(V_a)$表示$V_a$的非空子集全体。

设(U,A,F)是一个集值信息系统，任意属性子集$B\subseteq A$，定义二元关系

$R_B^{\subseteq}=\{(x,y)\in U\times U\mid f_a(x)\subseteq f_a(y)(\forall a\in B)\}$

并记$[x]_B^{\subseteq}=\{y\in U\mid (x,y)\in R_B^{\subseteq}\}=\{y\in U\mid f_a(x)\subseteq f_a(y)(\forall a\in B)\}$。

定义 2.4[9]　称$B\subseteq A$是集值信息系统(U,A,F)的协调集，若满足$R_B^{\subseteq}=R_A^{\subseteq}$。若进一步对任意$b\in B$，$R_{B-\{b\}}^{\subseteq}\neq R_A^{\subseteq}$，称$B$是集值信息系统$(U,A,F)$的属性约简。

记$D(x_i,x_j)=\{a\in A\mid f_a(x_i)\not\subseteq f_a(x_j)\}(x_i,x_j\in U)$，称$D(x_i,x_j)$为集值信息系统$(U,A,F)$在关系$R_A^{\subseteq}$下的辨识属性集，$\mathscr{D}=\{D(x_i,x_j)\mid (x_i,x_j\in U)\}$为集值信息系统$(U,A,F)$在关系$R_A^{\subseteq}$下的辨识矩阵。

定义 2.5[8]　设(U,A,I)是一个形式背景。属性集$B\subseteq A$被称为对象粒协调集，如果对任意$x\in U$的都有$x^{*B*B}=x^{*A*A}$。进一步地，如果对象粒协调集B的任意子集都不是对象粒协调集，则B称为该形式背景的对象粒约简。对象粒约简保持对象概念的外延x^{*A*A}不变。

设(U,A,I)是一个形式背景，$x\in U$，$a\in A$，定义

$$x_a^{*}=\begin{cases}\{a\},(x,a)\in I\\ \phi,(x,a)\notin I\end{cases}$$

并定义$R_B^{*}=\{(x,y)\in U\times U\mid x_a^{*}\subseteq y_a^{*}(\forall a\in B)\}(B\subseteq A)$。

记$M^{*}(x,y)=\{a\in A\mid (x,y)\notin R_a^{*}\}=\{a\in A\mid x_a^{*}\not\subseteq y_a^{*}\}(x,y\in U)$，称$M^{*}(x,y)$为形式背景$(U,A,I)$的对象粒辨识属性集，$\mathscr{M}=\{M^{*}(x,y)\mid (x,y\in U)\}$为形式背景$(U,A,I)$的对象粒辨识矩阵。

定理 2.1　设(U,A,I)是一个形式背景，则$y\in x^{*A*A}$的充要条件是$y^{*A}\supseteq x^{*A}$。

证明：对$y\in x^{*A*A}$，有$(y,a)\in I$，$\forall a\in x^{*A}$，即$\forall a\in A$，若$(x,a)\in I$，则$(y,a)\in I$。所以有$y^{*A}\supseteq x^{*A}$。

反之，对$y^{*A}\supseteq x^{*A}$，若$y\notin x^{*A*A}$，则$\exists a\in A$，使得$(y,a)\notin I$，即$\exists a\in A$，$(x,a)\in I$，而$(y,a)\notin I$，这与$y^{*A}\supseteq x^{*A}$矛盾。所以当$y^{*A}\supseteq x^{*A}$时，$y\in x^{*A*A}$。

3　由形式背景导出的集值信息系统

设(U,A,I)是一个形式背景，定义如下映射：

$$f_a(x)=\begin{cases}\{0,1\},(x,a)\in I\\ \{0\},(x,a)\notin I\end{cases}$$

则得到一个集值信息系统(U,A,F)，称(U,A,F)是由形式背景(U,A,I)导出的集值信息系统。显然，形式背景(U,A,I)中的R_B^{*}与相应的集值信息系统(U,A,F)中的$R_B^{\subseteq}$等价。

例 1　表 1 给出了一个形式背景(U,A,I)，其中对象集$U=\{1,2,3,4,5\}$，属性集$A=\{a,b,c,d,e\}$。表 2 是由它导出的集值信息系统。

表 1　形式背景

	a	b	c	d	e
1	0	1	0	1	0
2	1	0	1	0	1
3	1	1	0	0	1
4	0	1	1	1	0
5	1	0	0	0	1

表 2　由表 1 所示的形式背景导出的集值信息系统

	a	b	c	d	e
1	{0}	{1,0}	{0}	{1,0}	{0}
2	{1,0}	{0}	{1,0}	{0}	{1,0}
3	{1,0}	{1,0}	{0}	{0}	{1,0}
4	{0}	{1,0}	{1,0}	{1,0}	{0}
5	{1,0}	{0}	{0}	{0}	{1,0}

定理 3.1　设(U,A,I)是一个形式背景，(U,A,F)是其导出的集值信息系统，则有$x^{*A*A}=[x]_A^{\subseteq}$。

证明：$\forall y\in[x]_A^{\subseteq}$，有$f_a(x)\subseteq f_a(y)(\forall a\in A)$。由$f_a(x)$的定义，可以得到$\forall a\in A$，若$(x,a)\in I$，则$(y,a)\in I$，即$y^{*A}\supseteq x^{*A}$。由定理 2.1，则有$y\in x^{*A*A}$。所以$[x]_A^{\subseteq}\subseteq x^{*A*A}$。

设$y\in x^{*A*A}$，则由定理 2.1，有$y^{*A}\supseteq x^{*A}$，即$\forall a\in A$，若$(x,a)\in I$，则$(y,a)\in I$，所以有$f_a(x)\subseteq f_a(y)(\forall a\in A)$，则$y\in[x]_A^{\subseteq}$。因此$x^{*A*A}\subseteq[x]_A^{\subseteq}$。即证。

由定理 3.1 显然定义 2.4 与定义 2.5 是等价的，即形式背景分析中的对象粒协调集与由该形式背景导出的集值信息系统的协调集是等价的。

推论 3.1　设(U,A,I)是一个形式背景，$B\subseteq A$，如果$R_B^{*}=R_A^{*}$，则有$x^{*B*B}=x^{*A*A}$。

证明：设(U,A,F)是由形式背景(U,A,I)导出的集值信息系统，则由$R_B^{*}=R_A^{*}$，可得在集值信息系统(U,A,F)中有$R_B^{\subseteq}=R_A^{\subseteq}$，所以$[x]_B^{\subseteq}=[x]_A^{\subseteq}$，由定理 3.1，$x^{*B*B}=x^{*A*A}$。

推论 3.2　设(U,A,I)是一个形式背景，则以下结论成立：

(1)当$B_1\subseteq B_2\subseteq A$时，$R_{B_1}^{*}\supseteq R_{B_2}^{*}\supseteq R_A^{*}$；

(2)当$B_1\subseteq B_2\subseteq A$时，$x^{*B_1*B_1}\supseteq x^{*E_2*B_2}\supseteq x^{*A*A}$；

(3)$\mathscr{J}=\{x^{*B*B}\mid x\in U\}$是$U$的一个覆盖$(B\subseteq A)$。

例 2(续例 1)　由表 1 可以得到

$1^{*A*A}=\{1,4\}$，$2^{*A*A}=\{2\}$，$3^{*A*A}=\{3\}$，$4^{*A*A}=\{4\}$，$5^{*A*A}=\{2,3,5\}$

由表 2 可以得到

$[1]_A^{\subseteq}=\{1,4\}$，$[2]_A^{\subseteq}=\{2\}$，$[3]_A^{\subseteq}=\{3\}$，$[4]_A^{\subseteq}=\{4\}$，$[5]_A^{\subseteq}=\{2,3,5\}$

显然有$x^{*A*A}=[x]_A^{\subseteq}$。

例 3(续例 1)　表 2 给出的集值信息系统的辨识矩阵为

$$D=\begin{pmatrix}\phi & \{b,d\} & \{d\} & \phi & \{b,d\}\\ \{a,c,e\} & \phi & \{c\} & \{a,c\} & \phi\\ \{a,e\} & \{b\} & \phi & \{a,e\} & \{b\}\\ \{c\} & \{b,d\} & \{c,d\} & \phi & \{b,c,d\}\\ \{a,e\} & \phi & \phi & \{a,e\} & \phi\end{pmatrix}$$

取 $B_1=\{a,b,c,d\}$，$B_2=\{b,c,d,e\}$，则 B_1 和 B_2 都是表 2 所示集值信息系统的协调集，所以也是表 1 所示形式背景的对象粒协调集，进一步可以验证它们也是对象粒约简集。这与文[8]中的结论一致。

4 形式背景的对象粒特征

设 $\mathscr{B}=\{B_k \mid k\leqslant l\}$ 是形式背景 (U,A,I) 的对象粒约简集全体，记

$$C=\bigcap_{k\leqslant l}B_k,\ K=\bigcup_{k\leqslant l}B_k-C,\ J=U-(K\cup C)$$

称 C 为 (U,A,I) 的对象粒核心集，K 为 (U,A,I) 的对象粒相对必要集，J 为 (U,A,I) 的对象粒不必要属性集。

定理 4.1 设 (U,A,I) 是一个形式背景，则以下命题等价：

(1) a 是对象粒核心属性；

(2) 存在 $x,y\in U$，$M^*(x,y)=\{a\}$；

(3) $R^*_{A-\{a\}}\not\subseteq R^*_A$；

(4) $x^{*(A-\{a\})*(A-\{a\})}\not\subseteq x^{*A*A}$。

证明：(1)$\Leftrightarrow$(2) 见文[8]中定理 3.2。

(2)$\Rightarrow$(3) 由(2)知，存在 x,y，$x^*_a\subseteq y^*_a$，且 $x^*_b\not\subseteq y^*_b$ $(b\neq a)$，

所以 $(x,y)\in R^*_{A-\{a\}}$，$(x,y)\notin R^*_A$，从而 $R^*_{A-\{a\}}\not\subseteq R^*_A$。

(3)$\Rightarrow$(1) 若 a 不是对象粒核心属性，则存在对象粒约简 B，使 $a\notin B$，于是 $B\subseteq A-\{a\}$，从而 $R^*_{A-\{a\}}\subseteq R^*_B\subseteq R^*_A$，与(3)矛盾，则证。

(3)$\Leftrightarrow$(4) 由推论 3.1 即得。

定理 4.2 设 (U,A,I) 是一个形式背景，则则以下命题等价：

(1) a 是对象粒不必要属性；

(2) $R^*(a)\subseteq R^*_a$，其中 $R^*(a)=\bigcup\{R^*_{B-\{a\}} \mid R^*_B\subseteq R^*_A, B\subseteq A\}$；

(3) $\bigcup\{x^{*(B-\{a\})*(B-\{a\})} \mid x^{*B*B}\subseteq x^{*A*A}, B\subseteq A\}\subseteq x^{*a*a}$。

证明：$\Rightarrow$(1)(2) 若 a 是对象粒不必要属性，则 a 不存在于任何对象粒约简之中。于是 $\forall R^*_B\subseteq R^*_A\ (B\subseteq A)$，有 $R^*_{B-\{a\}}\subseteq R^*_A$，否则，若 $R^*_{B\{a\}}\not\subseteq R^*_A$，则 $\forall B'\subseteq B\{a\}$，有 $R^*_{B'}\not\subseteq R^*_A$，从而 B 是对象粒约简，且 $a\in B$，与 a 是对象粒不必要属性矛盾。

(2)$\Rightarrow$(1) 若 $R^*(a)\subseteq R^*_a$，则 $\forall B\subseteq A$，$R^*_B\subseteq R^*_A$ 时必有 $R^*_{B-\{a\}}\subseteq R^*_a=R^*_a\cup R^*_A$，于是 $R^*_{B-\{a\}}\cap(R^*_a)^{\sim}\subseteq R^*_A$，

所以 $R^*_{B-\{a\}}=R^*_B\cup(R^*_{B-\{a\}}\cap(R^*_a)^{\sim})\subseteq R^*_A$，即 a 不存在于任何对象粒约简之中，所以 a 是对象粒不必要属性。

(2)$\Leftrightarrow$(3) 由推论 3.1 即得。

定理 4.3 设 (U,A,I) 是一个形式背景，则

(1) a 是对象粒核心属性当且仅当 $R^*_{A-\{a\}}\not\subseteq R^*_A$；

(2) a 是对象粒相对必要属性当且仅当 $R^*_{A-\{a\}}\subseteq R^*_A$，且 $R^*(a)\not\subseteq R^*_a$；

(3) a 是对象粒不必要属性当且仅当 $R^*(a)\subseteq R^*_a$。

证明：由定理 4.1、定理 4.2 即得。

例 4(续例 3) 表 2 集值信息系统的属性约简集是 $B_1=\{a,b,c,d\}$，$B_2=\{b,c,d,e\}$，所以表 1 形式背景的对象粒约简集也是 $B_1=\{a,b,c,d\}$，$B_2=\{b,c,d,e\}$，于是形式背景的对象粒核心属性集 $C=\{b,c,d\}$，相对必要属性集 $K=\{a,e\}$，不必要属性集 $I=\phi$。

由于 $(3,5)\in R^*_{A-\{a\}}$，而 $(3,5)\notin R^*_A$，从而 $R^*_{A-\{b\}}\not\subseteq R^*_A$，与 b 是形式背景的对象粒核心属性特征一致。

又因为 $1^{*B'*B'}=\{1,4\}$，$2^{*B'*B'}=\{2,4\}$，$3^{*B'*B'}=\{1,3,4\}$，$4^{*B'*B'}=\{4\}$，$5^{*B'*B'}=\{1,2,3,4,5\}$。

$1^{*B''*B''}=\{1,4\}$，$2^{*B''*B''}=\{2\}$，$3^{*B''*B''}=\{3\}$，$4^{*B''*B''}=\{4\}$，$5^{*B''*B''}=\{2,3,5\}$，其中 $B'=\{b,c,d\}$，$B''=\{b,cd,e\}$。而 $1^{*a*a}=\{1,2,3,4,5\}$，$2^{*a*a}=\{2,3,5\}$，$3^{*a*a}=\{2,3,5\}$，$4^{*a*a}=\{1,2,3,4,5\}$，$5^{*a*a}=\{2,3,5\}$。从而 $R^*_{A-\{a\}}\subseteq R^*_A$，且 $(2,4)\in R^*(a)$，而 $(2,4)\notin R^*_a$，$R^*(a)\not\subseteq R^*_a$，与 a 是形式背景的对象粒相对必要属性特征一致。

5 形式背景的属性粒约简

形式背景中对象和属性的地位是对称的，所以在概念格中对象与属性具有对偶性。下面我们不加证明地给出形式背景的属性粒约简的主要结论。

任意一个形式概念也可以表示为它的内涵的属性概念的交，即

$$(X,B)=\bigwedge_{a\in B}(a^*,a^{**})$$

称基本内涵集 $\{a^{**} \mid a\in A\}$ 是概念格的属性信息粒，简称为属性粒。

定义 5.1 设 (U,A,I) 是一个形式背景。对象集 $V\subseteq U$ 被称为属性粒协调集，如果对任意的 $a\in A$ 都有 $a^{*V*V}=a^{*U*U}$。进一步地，如果 V 的任意子集都不是属性粒协调集，则 V 称为该形式背景的属性粒约简。属性粒约简保持属性概念的内涵 a^{*U*U} 不变。

定义 5.2 设 (U,A,F) 是一个集值信息系统，任意对象子集 $V\subseteq U$，定义二元关系：

$$R^{\subseteq}_V=\{(a_i,a_j)\in A\times A \mid f_{a_i}(x)\subseteq f_{a_j}(x)(\forall x\in V)\}$$

并记 $[a_i]^{\subseteq}_V=\{a_j\in A \mid (a_i,a_j)\in R^{\subseteq}_V\}=\{a_j\in A \mid f_{a_i}(x)\subseteq f_{a_j}(x)(\forall x\in V)\}$。

称 $V\subseteq U$ 是集值信息系统 (U,A,F) 的对象协调集，若满足 $R^{\subseteq}_V=R^{\subseteq}_U$。若进一步对任意 $v\in V$，$R^{\subseteq}_{V-\{v\}}\neq R^{\subseteq}_U$，称 V 是集值信息系统 (U,A,F) 的对象约简。

记 $D(a_i,a_j)=\{x\in U \mid f_{a_i}(x)\not\subseteq f_{a_j}(x)\}(a_i,a_j\in A)$，称 $D(a_i,a_j)$ 为集值信息系统 (U,A,F) 在关系 $R^{\subseteq}_U$ 下的对象辨识属性集，$\mathscr{D}=\{D(a_i,a_j) \mid (a_i,a_j\in A) \mid\}$ 为集值信息系统 (U,A,F) 在关系 $R^{\subseteq}_U$ 下的辨识矩阵。

前面已经证明了形式背景的对象粒约简等价于相应的集值信息系统的属性约简，即可以通过集值信息系统的辨识属性集 $D(x_i,x_j)=\{a\in A \mid f_a(x_i)\not\subseteq f_a(x_j)\}(x_i,x_j\in U)$ 构成的辨识矩阵来计算形式背景的对象粒约简。类似地，可以证明形式背景的属性粒约简等价于相应的集值信息系统的对象约简，即可以通过集值信息系统的对象辨识集 $D(a_i,a_j)=\{x\in U \mid f_{a_i}(x)\not\subseteq f_{a_j}(x)\}(a_i,a_j\in A)$ 构成的辨识矩阵来计算形式背景的属性粒约简，即有以下结论：

定理 5.1 设 (U,A,I) 是一个形式背景，则 $b\in a^{*U*U}$ 的充要条件是 $b^{*U}\supseteq a^{*U}$。

定理 5.2 设 (U,A,I) 是一个形式背景，(U,A,F) 是其导出的集值信息系统，则有 $a^{*U*U}=[a]^{\subseteq}_U$。

结论 概念格理论和粗糙集理论之间具有许多相似之处。粗糙集理论利用等价关系对数据表进行分类，概念格理论的基础是形式概念以及形式概念之间的一种有序的层次结

(下转第 136 页)

进行合理分类，考虑对求解环境的要求，明确各种算法适合的问题类。求解中多 Agent 之间的协调主要通过规定的通信机制进行，多个 Agent 之间的合作形式呆板、机械，引入 Agent 的社会性特征以及更灵活、有效的求解组织结构也能为 DCSP 和 DCOP 的求解带来益处。现有算法对求解环境的动态性和实时要求方面的研究仍不够深入，在多局部变量、信息保密等方面专门针对 DCOP 的工作还未见到。

与其他方法的结合。在大规模的复杂领域中，需要组合各种技术，彼此扬长避短。可以和 DCSP 与 DCOP 结合的、用于构建多 Agent 系统的方法包括 BDI 方法、对策论和拍卖方法、DisPOMDP 方法等，其中，DCOP 发挥利用局部交互获得局部或全局最优的优势。在这方面 M. Tambe 等人的工作[3]已经做了很好的示范，也还有待深入。

应用领域的拓展。传统 CSP 的应用已经拓展到了语义 Web 等领域[20,21]。在 Internet 背景下，DCSP 和 DCOP 应用于知识工程领域也将是一件很自然的选择，这也对 DCSP 和 DCOP 的求解提出更高的要求。

参 考 文 献

1 Wooldridge M, Dunne P E. On the computational complexity of coalitional resource games. Artificial Intelligence, 2006, 170: 835～871
2 Yokoo M, Ishida T. Search Algorithms for Agents. In: Weiss G ed. Multiagent Systems, Springer, 1999
3 Tambe M, et al. Conflicts in Teamwork: Hybrids to the Rescue. In: Fourth International Joint Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS'05), Utrecht, Netherlands, 2005. 3～10
4 Yokoo M, Hirayama K. Algorithms for distributed constraint satisfaction: A review. Autonomous Agents and Multi-Agent Systems, 2000, 3(2): 185～207
5 Mailler R, Lesser V. Solving Distributed Constraint Optimization Problems Using Cooperative Mediation. In: Third International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS'04), New York, USA, 2004. 438～445
6 Modi P, Shen W, Tambe M, et al. Adopt: Asynchronous distributed constraint optimization with quality guarantees. Artificial Intelligence Journal, 2005, 161: 149～180
7 Jung H, Tambe M. On Communication in Solving Distributed Constraint Satisfaction Problems. In: Proceedings of the 4th International Central and Eastern European Conference on Multi-Agent Systems (CEEMAS), 2005
8 Yokoo M, Suzuki K, Hirayama K. Secure distributed constraint satisfaction: reaching agreement without revealing: [private information]. Artificial Intelligent, 2005, 161: 229～245
9 Béjar R, Domshlak C, Fernández C, et al. Sensor networks and distributed CSP: communication, computation and complexity. Artificial Intelligence, 2005, 161: 117～147
10 Scerri P, Modi P J, Shen Wei-Min, et al. Applying Constraint Reasoning to Real-world Distributed Task Allocation. In: Proceedings of Autonomous Agents and Multi-Agent Systems Workshop on Distributed Constraint Reasoning, 2002
11 Zhang W, Wang G, Xing Z, et al. Distributed stochastic search and distributed breakout: Properties, comparison and applications to constraint optimization problems in sensor networks. Artificial Intelligence, 2005, 161: 55～87
12 Davin J, Modi P J. Impact of problem centralization in distributed constraint optimization algorithms. In: Fourth International Joint Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS'05), Utrecht, Netherlands, 2005. 1057～1063
13 Armstrong A, Durfee E. Dynamic Prioritization of Complex Agents in Distributed Constraint Satisfaction Problems. In: Proceedings of the Fifteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 1997), 1997. 620～625
14 Yokoo M, Hirayama K. Distributed constraint satisfaction algorithm for complex local problems. In: Proceedings of the Third International Conference on Multi-Agent Systems (ICMAS-98), Paris, France, 1998. 372～379
15 Ali S, Koenig S, Tambe M. Preprocessing Techniques for Accelerating the DCOP Algorithm ADOPT. In: Fourth International Joint Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems (AAMAS'05), Utrecht, Netherlands, 2005
16 Modi P J, Ali S, Shen Wei-Min, et al. Distributed constraint reasoning under unreliable communication. In: Proceedings of Distributed Constraint Reasoning Workshop at International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2003
17 Petcu A, Faltings B. A scalable method for multiagent constraint optimization. In: Proceedings of the 19th International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI-05, Edinburgh, Scotland, Aug. 2005
18 Hirayama K, Yokoo M. Distributed partial constraint satisfaction problem. In: Smolka G, ed. Proc. of the 3rd Int'l Conf on Principles and Practice of Constraint Programming (CP'97). Berlin: Springer-Verlag, 1997. 222～236
19 Yokoo M. Constraint relaxation in distributed constraint satisfaction problem. In: IEEE, ed. Proc. of the 5th Int'l Conf on Tools with Artificial Intelligence. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 1993. 56～63
20 Preece A, Chalmers S, McKenzie C, et al. Handling Soft Constraints in the Semantic Web Architecture. WWW2006, Edinburgh, UK, 2006. 22～26
21 van Otterloo S, van der Hoek W, Wooldridge M. Knowledge Condition Games. In: Proceedings of the Sixth Workshop on Game Theoretic and Decision Theoretic Agents (GTDT-04), New York, NY, 2004

(上接第 131 页)

构。概念格理论和粗糙集理论之间的关系已经引起了许多研究者的关注。本文讨论了一种将形式背景转化为集值信息系统的方法，证明了形式背景中的对象粒协调集与由该形式背景导出的集值信息系统的协调集是等价的，说明了粗糙集与概念格之间存在着一定的内在联系；并且给出了形式背景中三种不同类型的对象粒属性特征及每一种对象粒属性的判定定理。

参 考 文 献

1 Pawlak Z. Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning About Data. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991
2 Ganter B, Wille R. Formal Concept Analysis. Mathematical Foundations[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1999
3 Kent R E. Rough concept analysis: a synthesis of rough sets and formal concept analysis. Fundamenta Informaticae[J], 1996, 27: 169～181
4 Yao Y Y, Chen Y H. Rough set approximations in formal concept analysis. In: Dick S, Kurgan L, Pedrycz W, et al. eds. Proceedings of 2004 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Proceeding Society(NAFIPS 2004)[C], June 2004. 73～78
5 Hu K, Lu S Y, et al. Concept approximation in concept lattice. In: Knowledge Discovery and Data Mining. Proceedings of the 5th Pacific-Asia Conference, LNCS 2035, 2001. 167～173
6 王志海，胡可云，刘宗田，等. 概念格上的粗糙集合运算与函数依赖生成. 清华大学学报(自然科学版), 1998, 38(S2): 1～4
7 Yao Y Y. Concept lattices in rough set theory. In: Dick S, Kurgan L, Pedrycz W, et al. eds. Proceedings of 2004 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Proceeding Society (NAFIPS 2004)[C], June 2004. 796～801
8 Wu Wei-Zhi. Knowledge Reduction in Formal Contexts. In: Proceedings of 2006 Xi'an Symposium on Rough Set Theory, 2006
9 张文修，梁怡，吴伟志. 信息系统与知识发现. 北京：科学出版社, 2003