

一种新的三阶非线性扩散图像平滑方法及其算法实现^{*}

祝 轩¹ 周明全^{1,2} 耿国华¹ 董乐红¹

(西北大学信息科学与技术学院 西安 710127)¹ (北京师范大学信息科学与技术学院 北京 100875)²

摘 要 基于非线性扩散在保留图像重要特征方面表现出的良好性能,通过引入图像局部特征(曲率),将曲率和梯度联合作为控制传导率的因素引入非线性扩散方程,提出了一个新的三阶非线性扩散方法,并讨论了该方法的数值实现。实验结果表明,这一方法对各种类型的噪声均有好的平滑效果。

关键词 非线性扩散,曲率驱动,边缘停止,图像平滑

A New Noise Removal Method Based on Third-order Nonlinear Diffusion and its Algorithm Realization

ZHU Xuan¹ ZHOU Ming-Quan^{1,2} GENG Guo-Hua¹ DONG Le-Hong¹

(School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710127)¹

(College of information Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875)²

Abstract Based on the good performances of nonlinear diffusion in preserving important image features. We introduce the curvature as a new controlling factor into the equation to build a new third-order nonlinear diffusion model, which combines the Curvature-driven with Edge-stopping. And two numerical schemes are discussed here. The experimental results indicate that this method has good performs for image filtering.

Keywords Nonlinear diffusion, Curvature-driven, Edge-stopping, Image filtering

1 引言

图像的平滑、降噪和锐化一直是图像处理和计算机视觉的研究热点。由于线性扩散等价于高斯低通滤波,它对图像所有高频成分不加区别地减弱,从而在去除噪声的同时也使边缘模糊化。鉴于非线性扩散在保留图像的重要特征(边缘、纹理等)方面表现出的优良性能,目前对各种非线性扩散方法在理论和实践两个方面均有大量的研究工作^[1~7]。其中 Perona 和 Malik 通过引入图像局部特征(梯度),提出扩散的程度应同图像内容相联系,建立了著名的 P-M 非线性扩散方程^[1]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(g(|\nabla u|)\nabla u) \quad (1)$$

他们把对图像平滑的处理转化为对偏微分方程(PDE)的求解,对区域内和区域间采取不同的滤波策略,减少了对图像特征的平滑,具有平滑去噪与保护甚至增强边缘的双重功能。可以认为 P-M 方程的提出是基于偏微分方程的图像处理方法中一个具有里程碑意义的贡献。

随着对图像表征认识的深入,人们认识到一阶微分量——梯度并不是唯一的图像局部特征,而二阶微分量中含有更丰富的局部信息,例如 Weickert 在文[8]中提出,利用散布矩阵的本征值和本征矢可以刻画图像的相干性(coherence),从而开拓了各相异性(张量)扩散在图像处理中应用的新领域;Sapiro 和 Caselles 在文[9,10]中指出,图像中物体的形状信息应由等照度线(isophoto)的形态学特征来描述,从而提出了保持形状的图像反差增强的 PDE 方法。我们注意到,截至目前为止,基本上所有的非线性扩散方法都针对高斯白

噪声讨论,作用比较单一^[4]。考虑到等照度线(即图像的水平集)的曲率作为一个二阶微分量是等照度线形态学特征的最重要的描述,所以有必要将图像水平集的曲率作为一个控制因素显式地引入非线性扩散模型。本文给出了一个新的三阶非线性扩散模型,该模型考虑了图像的两个局部特征(梯度和曲率),与 P-M 方法相比较,该模型不仅对高斯白噪声有效而且对椒盐等类型噪声均有好的滤波效果,扩大了非线性扩散方法的使用范围及其适应性,同时该模型便于更好地理解非线性扩散的扩散行为,并且有更加明确的物理意义。文中通过实验对上述内容进行验证,结果表明提出的方法行之有效。

2 非线性扩散图像平滑方法

2.1 P-M 方法

P-M 方程(1)属于各向同性(标量)非线性扩散,传导率为 $D=g(|\nabla u|)$,其中 $g(\cdot)$ 称为边缘停止函数,满足 $|\nabla u| \rightarrow \infty$ 时, $g(|\nabla u|) \rightarrow 0$ 。这就使在 $|\nabla u|$ 足够大的图像局部有足够小的传导率,而 $|\nabla u|$ 足够大的图像局部往往对应图像中有意义的边缘,从而实现了保护边缘的功能。也就是说 P-M 方法应用于图像平滑在特征保持方面是自主进行的,在梯度较小的区域,扩散系数较大,扩散迅速,在梯度较大的区域,扩散系数较小,扩散减弱,因此 P-M 方法在降噪和特征保持两方面取得了较好的平衡。尽管如此,我们可以预见 P-M 方法对椒盐类噪声和强烈边缘附近的任何噪声都难以消除,这是因为具有足够大梯度模值的图像局部并不一定都对应于有意义的物体边缘,例如图像中的椒盐型噪声就能提供非常大的梯度模值 $|\nabla u|$;此外即使噪声本身并不产生很大的梯度(如高斯白噪声),但它们如果处在强边缘的附近,它们也将受

^{*}国家自然科学基金资助项目(No. 60372072)。祝 轩 博士研究生,副教授,主要研究方向为图像/图形处理;周明全 教授,博士生导师,主要研究方向为图像/图形处理、计算机视觉;耿国华 教授,博士生导师,主要研究方向为数据挖掘、图像/图形处理。

到“保护”,从而在平滑结果中形成一些不光滑的边缘。可以说 P-M 方法在图像去噪应用中表现出两方面不足:①P-M 方法对消除强噪声难以奏效;②P-M 方法对强烈边缘附近的任何噪声都难以消除。

2.2 三阶非线性扩散模型的建立

基于对 P-M 方法的分析,我们希望找到一种对各种噪声均有效的非线性扩散方法。我们知道自然图像中的物体所形成的等照度线(包括边缘)应该是足够光滑的曲线,即这些等照度线的曲率的绝对值 $|\kappa|$ 应该足够小。当图像受到噪声污染后,图像的局部灰度值发生随机起伏,这就必然导致等照度线的不规则振荡,形成局部曲率 $|\kappa|$ 很大的等照度线。因此我们说在图像滤波中真正应该受到保护的是 $|\nabla u|$ 足够大,同时 $|\kappa|$ 足够小的等照度线,于是我们在继承 P-M 方法优良性能的基础上,考虑到曲率是二阶微分变量,提出如下三阶非线性扩散方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(f(|\kappa|)g(|\nabla u|)\nabla u) \quad (2)$$

$$u(x, y, 0) = u_0(x, y)$$

称之为曲率驱动与边缘停止相结合的非线性扩散模型(C&E model),式中 $u_0(x, y)$ 是初始图像,传导率 D 由两个因子构成:

$$D = f(|\kappa|)g(|\nabla u|)$$

这里 $g(|\nabla u|)$ 仍然是 P-M 方程中的边缘停止函数;以曲率绝对值为宗量的函数 $f(\cdot)$ 原则上可以是任何满足 $f(0) = 0$ 的单调递增函数。这样,在 $f(|\kappa|)$ 和 $g(|\nabla u|)$ 的共同作用下,图像中强烈并且光滑的边缘由于 $D \approx 0$ 将得到最好的保护,即使不太强($|\nabla u|$ 较小),但足够光滑的等照度线也能持续足够长的时间。反之,如果任何等照度线的局部具有大曲率,即使其梯度模值较大,也将被迅速平滑。这就克服了前面提到的 P-M 方程在图像去噪应用中表现出的两方面不足。

对于(2)式中的函数 $f(|\kappa|)$,我们采用含有一个参数的函数形式:

$$f_2(|\kappa|) = 1 - \exp\left\{-\left|\frac{\kappa}{\gamma}\right|^2\right\} \quad (3)$$

实验结果表明, $f(|\kappa|)$ 的引入可以很好地解决 P-M 方程在图像去噪应用中所表现出的两方面不足。参数 γ 可用来控制受保护的曲率范围,为曲率驱动与边缘停止相结合的扩散模型的应用提供灵活性。

函数 $g(|\nabla u|)$ 的选择也不是唯一的,在下面的试验中我们选用了

$$g(|\nabla u|) = \frac{1}{1 + \left|\frac{\nabla u}{K}\right|^2} \quad (4)$$

式中参数 K 可用来控制受保护的梯度模值的范围。

3 数值实现

在图像处理的 PDE 方法中,数值实现与建立模型是同样具有挑战性的问题。当函数 $f(|\kappa|)$ 和 $g(|\nabla u|)$ 及其参数选定之后,对于(2)式我们试验了如下两种离散化方案。

3.1 显式数值方案

采用 Perona 和 Malik^[1]线性离散化方案,(2)式的数值计算可按式实现:

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{|\eta_p|} \sum_{p \in \eta_s} f(|\kappa_p^2|)g(|\nabla u_{i,p}^n|)\nabla u_{i,p}^n \quad (5)$$

式中下标 s, p 为网格点坐标, η_s 表示以 s 点为中心的四邻点集合

$$\nabla u_{i,p}^n = u_p^n - u_i^n \quad (6)$$

而曲率 κ 按下式计算:

$$\kappa = \frac{u_{xx}u_y^2 - 2u_{xy}u_xu_y + u_{yy}u_x^2}{(u_x^2 + u_y^2)^{3/2}} \quad (7)$$

该显式数值方案的优点是简单易行,不足之处是为了保证迭代的稳定性,必须采用足够小的时间步长(Δt),扩散效率(速度)较低。

3.2 半隐式数值方案

在文[6]中对于非线性扩散 PDE,提出了一种半隐式方案和加性算子分裂(AOS)算法,将这一算法应用于模型(2)的数值计算可按式实现:

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \Delta t \sum_{p \in \eta_s} \frac{f(|\kappa_p^2|)g_p^n + f(|\kappa_i^2|)g_i^n}{2} (u_p^{n+1} - u_i^{n+1}) \quad (8)$$

下标 s, p 、集合 η_s 和曲率 κ 的含义与(5)式相同。而

$$g_i^n = g(|\nabla u_i^n(s)|) \quad (9)$$

(8)式采用如下 AOS 算法^[6]:

$$U^{n+1} = \frac{1}{2} \sum_{d=1}^2 (I - 2\Delta t A_d^2)^{-1} U^n \quad (10)$$

若 U 表示 MN 维列向量(M 和 N 分别表示 u 定义域网格的行和列数),则(10)式中 A_1^2 和 A_2^2 分别表示 MN 维“行处理”和 MN 维“列处理”矩阵。它们是由矩阵 A^n 分裂而成,而矩阵 A^n 的元素 a_{ij}^n 在新的模型中可表示为

$$a_{ij}^n = \begin{cases} -\sum_{p \in \eta_i} (f(|\kappa_p^2|)g_p^n + f(|\kappa_i^2|)g_i^n)/2, & i=j \\ f(|\kappa_i^2|)g_i^n + f(|\kappa_j^2|)g_j^n)/2, & j \in \eta_i; i, j=1, 2, \dots, LM \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (11)$$

因此,在计算(11)式时,可分裂为两部分:用 A_1 更新得到 $u_{ij}^{(1)n+1}$,用 A_2 更新得到 $u_{ij}^{(2)n+1}$,最后由

$$u_{ij}^{n+1} = \frac{1}{2} (u_{ij}^{(1)n+1} + u_{ij}^{(2)n+1}) \quad (12)$$

便完成一次迭代。

半隐式数值方案的优点在于可以选用较大的时间步长(Δt),因此演化效率较显式数值方案高许多,而且较大的 Δt 只影响计算的精度而不影响计算的稳定性。

4 实验结果及分析

为了验证曲率驱动与边缘停止相结合的非线性扩散模型在图像平滑应用上的有效性,我们采用不同的数值方案从以下两个方面进行实验研究并与 P-M 扩散方程比较。图中给出了参数 K, γ ,步长 Δt 和迭代次数 N 。

4.1 椒盐噪声滤波

图 1(a)是 Lena 图像加椒盐噪声的图像;(b)是采用 P-M 方程的滤波结果。这里我们有意增大了迭代次数,以致图像中有意义的边缘已开始呈现模糊化,但其中仍残存着相当明显的椒盐噪声;(c)是采用 C&E 模型显式方案的滤波结果;(d)是采用 C&E 模型半隐式方案的滤波结果。这时我们看到椒盐噪声基本上已全部清除,图像主要边缘仍保存完好。

4.2 高斯噪声滤波

(1)人工数据

为了更明显地看出两种扩散方法的区别,我们首先采用人工数据进行试验。图 2(a)是人工数据图像;(b)是人工数据加高斯噪声的图像;(c)是采用 P-M 方程的滤波结果;(d)

图是采用 C&E 模型显式方案的滤波结果;(d)是采用 C&E 模型半隐式方案的滤波结果。



(a) Lena 图像加椒盐噪声 (b) P-M 方法 (c) C&E 模型显式方案 (d) C&E 模型半隐式方案

参数:(b) $\Delta t=0.2, K=5, N=100$ (c) $\Delta t=0.2, K=5, g=5, N=110$ (d) $\Delta t=2, K=5, g=5, N=15$

图 1 椒盐噪声滤波



(a) 原始图像

(b) 加高斯噪声



(c) P-M 方法

(d) C&E 模型显式方案

(e) C&E 模型半隐式方案

参数:(c) $\Delta t=0.2 \kappa=20 N=600$ (d) $\Delta t=0.2 \kappa=2.5 N=350$ (e) $\Delta t=2 \kappa=2.5 N=20$

图 2 高斯噪声滤波

由图可以明显看出,虽然 P-M 方程在平坦区可以较好地平滑高斯噪声,但在强边缘附近滤波效果较差,不能得到光顺的边缘。C&E 扩散方程引入了曲率项,在孤立点和边缘处曲率起作用,不仅在平坦区有很好的平滑效果,且对强烈边缘附近的任何噪声都有好的平滑去噪作用,达到保护且增强边缘

的目的。

(2) 真实图像

图 3(a)是真实图像加高斯噪声;(b)是采用 P-M 方法滤波的结果;(c)是采用 C&E 模型显式方案的滤波结果;(d)图是采用 C&E 模型半隐式方案的滤波结果。



(a) 加高斯噪

(b) P-M 方法

(c) C&E 模型显式方案

(d) C&E 模型半隐式方案

参数:(b) $\Delta t=0.2 \kappa=18 N=300$ (c) $\Delta t=0.2 \kappa=2.5 N=180$ (d) $\Delta t=2 \kappa=2.5 N=13$

图 3 高斯噪声滤波

从上面两组实验结果可以看出:曲率驱动与边缘停止相结合的非线性扩散模型无论采用显式还是半隐式离散化数值方案均可以很好地滤除高斯和椒盐等噪声;显式方案虽然精度较高但效率较差,半隐式方案是兼顾精度和效率的最优方案。

结论 本文从图像形态学的观点出发,分析了等照度线曲率在控制图像滤波中的重要性,进而提出了一个曲率驱动与边缘停止相结合的非线性扩散新模型,并讨论了有关这一模型的数值实现。实验结果表明该模型使用范围广,适应性强,在图像平滑去噪应用中性能明显优于 P-M 方法。

参考文献

- 1 Preona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. IEEE PAMI, 1990, 12: 629~639
- 2 Whitaker R, Pizer S. A multi-scale approach to nonuniform diffusion. Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Image Understanding, 1993, 57(1): 99~110
- 3 You Y L, Xu W, Tannenbaum A, et al. Behavioral analysis of anisotropic diffusion in image processing. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 5(11): 1539~1553

利用 Beamlet 变换算法提取遥感图像直线^{*})

梅小明 张良培 李平湘

(武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室 武汉 430079)

摘要 遥感图像处理中,直线特征是一种极为重要的特征,能够提供重要的视觉感知线索。本文利用一种 Beamlet 变换算法来提取遥感图像中的直线特征,通过对遥感图像按二进、递归进行划分,利用灰度信息,积分计算每一小块图像中的 Beamlets,结合梯度信息,通过广义似然比检验 GLRT (Generalized Likelihood Ratio Testing) 来检测判断符合条件假设的 Beamlets,重建目标直线。此算法可以克服图像中的干扰及噪声,适应复杂、低信噪比遥感图像环境,准确地定位出直线。实验结果表明,这种算法具有较好的性能,可以应用到实际的遥感图像处理中,具有实用价值。

关键词 遥感图像处理, Beamlet 变换, 直线特征, 提取, 梯度, 广义似然比检验

Line Extraction in Remote Sensing Image with Beamlet Transform

MEI Xiao-Ming ZHANG Liang-Pei LI Ping-Xiang

(National Laboratory for Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079)

Abstract The straight lines feature is a very important feature and vision clue in Remote Sensing image processing. An algorithm using beamlet transform is proposed in this paper. Having dyadic and recursive subdivision on image, having integral on beamlets in each sub-square, the straight lines are approximated under GLRT (Generalized Likelihood Ratio Testing) and reconstructed. This method can overcome some kinds of noises in images and can extract exactly straight lines even in low SNR images. The experimental results show that this method has a better performance and can be suited to Remote Sensing images processing.

Keywords Remote sensing image processing, Beamlet transform, Straight line feature, Extracting, Gradient, GLRT

1 引言

直线特征是图像分析、处理中一种非常重要的特征,是视觉感知的重要线索^[1],能极大地简化图像的表示,同时又符合人们的视觉习惯。遥感图像分析处理中,能通过这些有“意义”的目标特征,如主要道路、居民区及人造目标等,来进行遥感图像的判读、解译工作,从而完成遥感图像的配准、矢量化、遥感地理及自动目标识别等任务,因此直线特征提取在遥感图像处理中是一项重要的、不容忽略的任务。

直线特征通常对应目标物体的轮廓线或边界线。由于遥感图像所包含信息量较大,背景噪声比较复杂甚至图像比较模糊,对直线特征进行提取的算法一直以来都引起了人们广泛的关注。人们相继提出了许多算法,这些算法各有优缺点^[2~6]; Hough^[3]变换通过在极坐标下计算直线方程,利用在变换域中来投票统计局部极大值,进行重建直线,能有效地连接断裂的直线,但同时存在局部性能差、参数复杂、难以适应低信噪比的缺点; Canny 算子使用高斯滤波器对图像进行平滑滤波,利用最优边缘准则,能比较准确地得到边缘及方向,适用于高斯白噪声图像,但容易丢失缓变的边缘,对噪声比较敏感,在强噪声下或低信噪比的条件下,存在设置高、低参数困难,局部噪声干扰大等不足; 动态规划方法^[5]、最小熵方法^[6]、基于 Bayesian 框架^[6]等方法通过分析已经得到的直

线集,对直线图进行连接和延拓,精度要求取决于经过其他的边缘编组方法得到的最初直线图。

本文利用一种 Beamlet 变换算法来提取遥感图像中的直线。Beamlets^[7]是一种按二进尺度组织的多线段系统,是各个尺度上的所有线段的一种集合。Beamlet 变换利用边缘上像素灰度值的连续性,沿边缘通过积分计算来提取直线,能克服传统的直线提取算法对噪声敏感的、参数难以选择、局部性能差等缺点,较准确地提取出任意位置、任意方向、任意长度的直线,较好地连接直线而不会断裂,具有较高的直线分辨率。实验结果验证,是一种较新、很有潜力的遥感图像直线提取算法。

2 Beamlets 原理

2.1 Beamlets 定义

Beamlets 的概念首先由 Donolo 提出^[8],初次使用 Edgelets 来表述。2000 年开始使用 Beamlets 描述一种按二进组织的多尺度线段系统^[7]。

对于一个 $n \times n$ 的图像,假定边长为单位长度,图像函数全部落在 $[0, 1] \times [0, 1]$ 单元方块中,每个像素为 $1/n \times 1/n$ (这里为阐述方便,考虑图像长宽均为 n ,且为 2 的幂次方大小),对图像二进递归划分,对每一图像小块进行顶点标注,每对标注点连成一 Beamlet,所有这样线段的集合,构成 Beam-

^{*})国家自然科学基金项目(40471088 和 40523005)及地理空间信息工程国家测绘局重点实验室课题。梅小明 博士研究生。

- 4 贾迪野,黄凤岗,苏茜. 一种新的基于高阶非线性扩散的图像平滑方法. 计算机学报, 2005, 28(5): 882~891
- 5 袁泽剑,郑南宁,张元林,等. 一种非线性扩散滤波器的设计方法及其应用. 计算机学报, 2002, 25(10): 1072~10765
- 6 Weickert J, et al. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. IEEE IP, 1998, 7: 398~410
- 7 Chan T F, Shen J. Non-Texturo Inpainting by Curvature-Driven

- Diffusions(CDD). J Vis Com & Image Repres, 2001
- 8 Weickert J. Anisotropic Diffusion in Image Processing: [Ph D Dissertation]. 1996
- 9 Sapiro G, Caselles V. Histogram modification via differential equations. J Diff Equat, 1997, 135: 238~268
- 10 Caselles V, et al. Shape-Preserving local contrast enhancement. IEEE IP, 1999, 8: 220~230