

基于函数约束的 Bézier 曲线在刺绣 CAD 系统中的应用

李荣平 罗俊杰 王崇骏 陈世福

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210093)

(南京大学计算机科学与技术系 南京 210093)

摘要 曲线造型是刺绣 CAD 系统的基础,本文归纳分析了该场景下的应用需求,提出采纳 Bézier 三次有理曲线作为造型曲线,并对曲线段之间在边界条件下产生的“突变问题”提出了一个基于线性函数的方法以约束曲线段之间的突变。该方法已应用到实际系统中,效果很好。

关键词 Bézier, 刺绣 CAD, 曲线造型

Function Restricted Bézier Curve and its Application in Embroidery CAD

LI Rong-Ping LUO Jun-Jie WANG Chong-Jun CHEN Shi-Fu

(National Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

(Department of Computer Science and Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract Curve sculpt is the major role of embroidery CAD. The requirement is analyzed and bézier curve is proposed to adopt so as to meet such needs. A new approach based on linear function is presented trying to deal with the “break problem”, which happens in the boundary between the two segments. This method is experimented in a real system and the experiment result indicates that it is effective.

Keywords Bézier, Embroidery CAD, Curve sculpt

1 引言

作为 CAD 的分支,刺绣 CAD 系统软件为刺绣打版专家提供设计刺绣花样的空间。在设计花样的过程中,打版专家按照花样图像用曲线描绘出轮廓,CAD 系统根据输入的轮廓计算出产生针迹^[1]。

曲线是刺绣 CAD 系统中的基础,是打版专家进行花样制作的最基本的工具。在刺绣 CAD 系统中,所有的计算问题包括:编针、编辑、人机交互都是围绕曲线展开的^[2,3],因此,刺绣 CAD 系统中曲线构型的好坏,直接决定打版专家能否有效而准确地描绘出花样的轮廓,从而直接影响刺绣花样的质量。是否符合刺绣工业要求的专业曲线的构型设计,成为衡量一个刺绣 CAD 系统品质的重要标准。

本文第 2 节归纳了刺绣 CAD 系统中对曲线的需求;第 3 节给出了一个针对刺绣 CAD 系统的曲线选型方案;第 4 节针对应用实践中出现的突变问题提出了一个解决方案;最后对本文进行了总结。

2 刺绣 CAD 系统中的曲线需求

在进行刺绣打版的过程中,打版专家需要首先输入刺绣打版的图案轮廓。这些轮廓可以是封闭的,也可以是不封闭的。打版专家沿着图案的轮廓依次输入轮廓点(直线点或曲线点)生成一条曲线,并可以通过修改已输入的轮廓点对曲线进行整型操作。

刺绣 CAD 系统对曲线的需求归纳如下:

1. 曲线的生成。输入轮廓点(曲线控制点),生成所需要

的曲线。

a. 当由三个输入点的连线形成的三角形为锐角(或直角)三角形时,由这三个输入点确定的封闭曲线应该为圆,如图 1 所示。

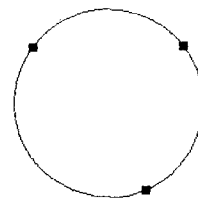


图 1 三点确定的封闭曲线为圆

b. 当由三个输入点的连线形成的三角形中存在钝角时,由这三个输入点确定的封闭曲线应为类椭圆形状,如图 2 所示。

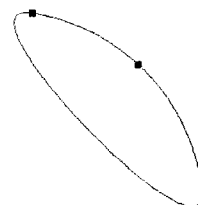


图 2 三点确定的封闭曲线为类椭圆形状

c. 输入如图 3 所示的 5 点生成的曲线应该为类似两个倒扣的圆弧的形状。

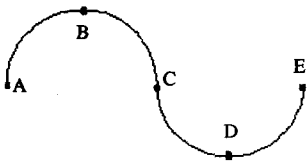


图3 五点确定的曲线形状

2. 避免自相交。在两个输入点之间的曲线片段应该尽量避免自相交情况。

3. 曲线应该是连续的。在刺绣 CAD 系统中,用户用来描绘曲线的输入点会被系统记录下来,用户可以在轮廓修改模式下通过拖动这些输入点来修改曲线的形状。在用户拖动输入点的过程中,曲线应该是连续变化的,不能有突变。

4. 曲线应该是光顺的。曲线应该是光顺的,没有明显的尖角或突起。

3 曲线的选型及构造

3.1 曲线的选型

在为曲线选型时,我们考虑到了以下几点:

1. 曲线被输入点分成几段,每段的形状变化会影响到附近几段曲线的形状变化。

2. 用户只能通过输入点来控制曲线的形状。

3. 曲线设计在满足刺绣 CAD 系统需求的同时应尽量简单,可控。

因此,最终我们选用三次有理 Bezier 曲线来实现。一段三次 bezier 曲线^[4]应当由 4 个点来确定,如图 4 所示。



图4 bezier 曲线

三次有理 bezier 曲线上的每个点可以用 $(x(u), y(u), w(u))$ 来表示,其中 $w(u)$ 为权值。曲线上的点的计算公式如下:

$$p(u) = \frac{1}{w(u)} [(1-u)^3 w_0 b_0 + 3u(1-u)^2 w_1 b_1 + 3u^2(1-u) w_2 b_2 + u^3 w_3 b_3], \text{ 其中 } w(u) = (1-u)^3 w_0 + 3u(1-u)^2 w_1 + 3u^2(1-u) w_2 + u^3 w_3, 0 \leq u \leq 1$$

该公式的意义是将一个三维坐标中的点投影到 $w=1$ 的超平面上。

3.2 曲线的基本构造方法

在决定一段曲线形状的四控制点中, b_0 和 b_3 是用户输入的点,我们需要通过某种构造方法来生成 b_1, b_2 两个控制点。考虑到当用户输入三个点时生成的曲线为一个圆弧,我们采用圆弧构造法作为基本的构造方法来构造曲线。文^[5]中给出了一种已知圆心和圆心角和三次有理 bezier 的首末两个控制点,求中间两个控制点,使得所得有理 bezier 曲线段为经过首末两个控制点,圆心角为给定角度的圆弧。

如图 5 所示,已知控制点 b_0, b_3 以及圆心坐标和圆心角,求中间的控制点以及它们的权值(控制点 b_0, b_3 的权值为 1)。设圆心角为 θ ,半径为 R ,那么 b_1, b_2 的位置可以通过如下方法来确定:

STEP1: 做 $b_0 b_3$ 的中垂线,与圆心角为 θ 的圆弧交于点 s_0 。

STEP2: 过 b_0 做 $b_0 O$ 的垂线 $b_0 b_0'$, 过 b_3 做 $b_3 O$ 的垂线 $b_3 b_3'$ 。

STEP3: 连接 b_3, s_0 交 $b_0 b_0'$ 于点 b_1 , 连接 b_0, s_0 交 $b_3 b_3'$ 于点 b_2 , 点 b_1, b_2 为所求控制点。

STEP4: 点 b_1, b_2 的权值皆为 $(1+2 * \cos(\theta/2))/3$ 。

STEP5: 设矢量 $b_0 b_3$ 的模长为 L , 则矢量 $b_0 b_1$ 和矢量 $b_2 b_3$ 的模长为 $L/(1+2 * \cos(\theta/2))$ 。

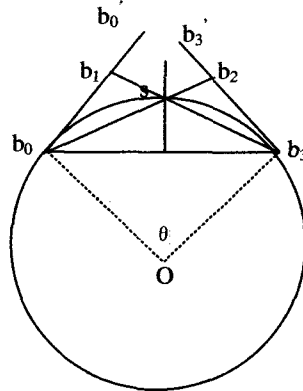


图5 圆弧构造法的几何表示

4 实践问题及解决方案

4.1 实践问题

应用 3.2 节构造方法无法解决图 3 所示的曲线需求。一个粗放的解决方案是:可以通过计算输入点的排列位置是否符合这一情况而做附加的处理(例如改变 C 点切矢的方向),但是这种二分的做法的结果是:用户在编辑模式下将输入点拖动到做附加处理的区域的边界位置时,就会产生突变,而这种突变是与需求 3 相违背的。

4.2 解决方案

4.2.1 思想

我们的解决方案是在符合图 3 所示的情况时做附加的处理,并且选取某种适当的函数因子,将这种附加处理的效果沿通往附加处理区域的边界方向逐渐减小到零,从而实现了在边界处的无缝连接,保证了曲线的连续变化。

由于每个输入点和与其相邻的两个控制点(输入点本身也是控制点)在一条直线上,因此曲线生成可以分为两大步骤,第一步为每个输入点生成切矢方向,第二步确定在这个切矢方向上的两个和该输入点相邻的控制点的位置,即确定它们相对于该输入点的模的大小。

4.2.2 输入点切矢方向生成算法

对于任何一个输入点,其切矢方向都要通过该点和其前面两个输入点和后面两个输入点来共同确定。如图 6 所示, C 点最终的切矢方向的产生涉及四个矢量 V_1, V_2, V_3, V_4 。

V_1 为 A, B, C 三点确定的圆弧在 C 点的切线方向,是单位矢量。

V_2 为 C, D, E 三点确定的圆弧在 C 点的切线方向,是单位矢量。

V_3 为 B, C, D 三点确定的圆弧在 C 点的切线方向,是单位矢量。

V_4 为 $(V_1 + V_2)/2$ 。

另外,该算法认为,如图 3 的情况是切矢方向改变最大的情况,即所有对原切矢方向的偏移不能超过 $\pi/4$ 。因此引入一个中间矢量 V_5 。 V_5 的几何含义为 V_3 向 V_4 的方向旋转 $\pi/4$ 。

具体的算法如下:

```

if(|v4| < lengthThreshold)
    then  $\Gamma = v_3$ 
else
    if(angle(v3, v4) < angleThreshold)
        then  $v_6 = v_3$ 
        else
            if(angle(v3, v4) >  $\pi/4$ )
                then  $v_6 = \text{between}(v_3, v_5)$ 
            else
                 $v_6 = \text{between}(v_4, v_5)$ 
                 $\Gamma = \text{between}(v_6, v_3)$ 
    
```

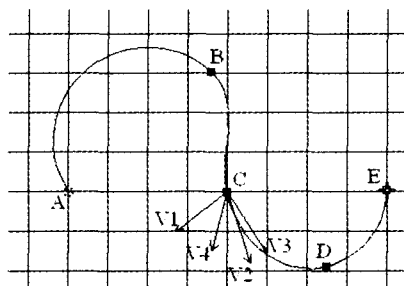


图 6 切矢

其中 Γ 为切矢, $\text{between}(a, b)$ 表示 a 和 b 中间的某值, 通过函

(上接第 229 页)

$$\text{relevance_deg} = \sum_{i=1}^n \frac{(n-i+1)}{n} \times w_i \quad (5)$$

其中, n 表示检索返回结果 URL 列表的前 n 个 Web 页面, i 表示检索返回结果中的第 i 个页面, w_i 表示第 i 个页面的权值, 1 表示与检索主题相关, 0 表示与检索主题不相关。因为考虑到大多数的用户通常只浏览全部检索结果的前 20 到 30 个页面, 本文在实验中对检索结果的前 50 个页面进行分析和比较。本文系统的检索结果和传统搜索引擎 Yahoo! 的检索结果的相关程度的比较结果如表 1 所示。

表 1 查询结果的相关性程度值比较

查询项	前 50 个 URL 中文档的相关程度值	
	Yahoo	本文系统
Web 分类	9.12	23.46
粗糙集	12.30	21.26
Java	7.90	20.03
数据挖掘	13.53	26.69
农业专家系统	5.41	18.72

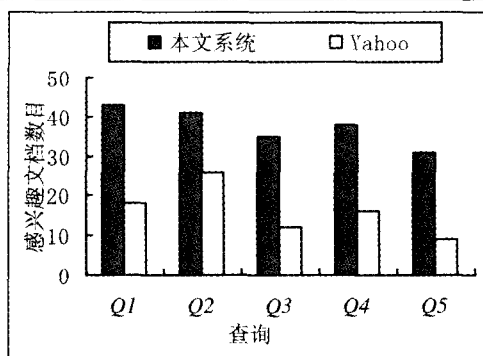


图 3 前 50 个 URL 中用户感兴趣的文档数目比较

数因子算得。

在该算法中,为了简单起见,我们选用的函数因子均为一次函数,实验表明用一次函数构造的曲线能够保证变化的连续性,而且在视觉上有较好的变化均匀性。

4.2.3 控制点模长的确定算法

对于前面介绍的圆弧构造法,控制点相对于输入点的模长为 $L/(1+2 \times \cos(\theta/2))$,又因为需求 $a-b$ 中要求当三点成的圆弧为劣弧时,所形成的封闭曲线应为类椭圆形。我们对此提出的解决方案是以圆心角为 π 分界,如果某一曲线片断的圆心角大于 π ,则该曲线片断的 θ 取值为 $2 \times \pi - \theta$ 。

结束语 本文介绍了三次有理 Bezier 在刺绣工业打版 CAD 系统中的应用,并根据刺绣工业对曲线的特殊要求,给出了一种基于函数约束的 Bézier 造型方法。该方法已经应用到具体的系统中,应用效果良好。同时,本文提出的对有特殊造型需求曲线的构造方法对于其他类似的曲线应用具有很大的实用性。

参考文献

- 1 王崇骏,于文涛,陈世福. 智能化刺绣 CAD 系统的绣法推理技术的研究. 计算机科学, 2004, 31 (8)
- 2 于文涛. 智能刺绣 CAD 系统中若干关键技术的研究: [南京大学硕士毕业论文], 2005
- 3 李俊,张华,王崇骏,等. 智能化 CAD 系统中的工作流技术研究. 计算机科学, 2005, 32(3): 97~100
- 4 de Casteljau P. Outillages methods calcul; [Technical Report]. A. Citioen, Paris, 1959
- 5 施法中. 计算机辅助几何设计于非均匀有理 B 样条. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994

本文系统的查询结果和传统的搜索引擎 Yahoo! 的查询结果中,用户感兴趣的文档数目的比较如图 3 所示。其中,查询项“Web 分类”、“粗糙集”、“Java”、“数据挖掘”和“农业专家系统”分别由 Q1、Q2、Q3、Q4 和 Q5 表示。

实验数据表明,对于本文系统检索结果的前 50 个 URL 而言,增加了用户感兴趣的文档数目,因此检索结果的相关性程度得到了显著的提高。

结论 本文中提出了一种基于粗糙集理论的个性化 Web 搜索系统。系统中采用了新的算法来提高检索过程的个性化,使得检索结果更贴近于用户的需求。随着 Web 的发展,个性化的 Web 检索系统一定会有广阔的应用前景。

参考文献

- 1 Pazzani M, Muramatsu J, Billsus D. Syskill&Webert; Identifying Interesting Websites. In: Proc. Nat'l Conf. AI, AAAI, 1996. 51~61
- 2 Joachims T, Freitag D, Mitchell T. WebWatcher; A Tour Guide for the World Wide Web. In: Proceeding of IJCAI97, 1997, 08
- 3 Helmy T, Amamiya S, Amamiya M. Collaborative Kodama Agents with Automated Learning and Adapting for Personalized Web Searching. In: Proc. of the 13th Inter. Conference on Innovative Applications of AI (IAAI/IJCAI-2001), 2001. 65~72
- 4 Srinivasan P, Ruiz M E, Kraft D H, Chen J, Kundu S. Vocabulary Mining for Information Retrieval; Rough Sets and Fuzzy Sets. Information Processing and Management, 2001, 37: 15~38
- 5 Pawlak Z. Rough sets; Theoretical aspects of reasoning about data. Kluwer Dordrecht, 1991
- 6 王珏, 苗夺谦. 关于 Rough Set 理论与应用的综述. 模式识别与人工智能, 1996, 9(4): 337~344