基于泛组合运算的分类器融合*)

林 卫 何华灿 贾澎涛
(西北工业大学计算机学院 西安 710072)

摘 要 本文介绍了一类可用于分类器融合的泛组合逻辑算子,同时作为方法论基础研究了基于案例学习的泛逻辑运算符(算子)构造和选择方法,并以此构造分类器的融合器,实验数据集选择了 UCI 的 spam 数据集,并同其他融合方法进行了对比。结果表明本文所述方法具有较低的错误率和相应较高的查全率。

关键词 泛组合运算,模式分析,分类器融合,T-范式,泛逻辑学

Fusion Classifiers Based on Universal Combination Operation

LIN Wei HE Hua-Can JIA Peng-Tao
(School of Computer Science, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072)

Abstract In this paper we introduce that combination operator can be a kind of universal logic operator to describe complex system in noisy and changing environment, e. g. the problem of fusing a collection of classifiers. This approach is mainly based on Triangular norm theory. We also discuss the learning method for fuzzy logical operator construction and selection; finally we apply this in fusion of classifiers. The results of computer experiments on spam and other UCI datasets show that the method can give less error rate and better performance correspondingly.

Keywords Universal combination operation, Pattern analysis, Fusion classifier, T-norm, Universal logics

1 引言

为了描述不确定及噪声环境下的命题及其关系,符号逻辑应当具备适应性。这种逻辑适应性部分地依赖于逻辑运算符(连接词)的选择。T-范式理论(Theory of T-norms)使得这种逻辑的适应性成为可能。然而,从理论上来说,如何从T-范式簇正确地选择特定实际应用中的算子,这在模糊逻辑领域仍然是个问题。本文介绍的是利用案例学习的方法从经验中学到适当的算子,并把它应用在模式分类的分类器融合方法上,在垃圾邮件数据上取得了较高的查准率及查全率。

在经典的数理逻辑中,对于'与'和'或'这样的逻辑运算(同算子,也有称命题连接词)是由最大和最小运算来定义的;同样在模糊逻辑中,Zadeh[1]的理论同样继承了这一点。然而这种定义有片面性,在某些应用场合中会很牵强。如果不加选择地随意使用,会带来错误的结果,因此应找到在特定场合选取正确算子的方法。经典逻辑学家认为逻辑算子应该是保持不变的。但是在很多情形中,命题的环境会发生改变,而且实际数据采样也包含噪声,具有不精确的特点。为了描述这种情形,逻辑运算也应当同系统环境的变化保持同步,这种同步是通过在不同的时刻(或者时间区间)对环境学习来取得正确算子的方式完成的。E. P. Klement[6]证明可以用 T-范式(或者 T-余范式)来表示逻辑算子,泛逻辑学则尝试给出在特定领域表示这些算子的方法。

近来,在模式识别领域,T-范式在分类器集成方面扮演了一些重要角色。W. M. Campbell[19]采用 T-范式作为判决分类器,P. Bonissone[20]则采用了一种泛与运算的算子来表示分类器间的可能相关性(possible corrifiers);Y. Y. Chen[21]研究了基于普通 T-范式的聚集属性信息的简单模型。这些应用的一般特征是采用 T-范式作为分析工具,来修正分类器集成误差,将分类器的相关程度定量化表示。然而,直接采用 T-范式理论来直接构造和选择分类器融合运算的方法至今还未出现。

本文首先讨论了算子选择的基本原理,然后研究了算子构造和选择的案例学习方法,主要包括数据收集以及通过函数逼近来估计广义相关系数 h 和广义自相关系数 k。接下来讨论了不确定柔性系统(比如 spam 识别过程中的分类器融合)的算子构造。在 UCI 的 spam 数据集[18]上所作的计算机实验表明,本方法取得了较低的错误率和较高的查全率。

2 泛逻辑学的逻辑算子确定方法

算子的选择同实际应用的领域关系十分密切,其研究甚至超出了逻辑学本身的范围。不过,柔性逻辑学(也包括模糊逻辑学)的三角范式理论给出了算子选择的范围。

2.1 T-范式

最早的 T-范式出现于文[8]中,以下的公理体系由 Schweizer 以及 Sklar[9~13] 和 Klement[7] 所建立。T-范式和 T-余范式是满足逻辑运算符要求的最一般的二元函数。相应地,它们将面单元映射为区间单元,即 $T(x, y):[0, 1]\times[0, 1]\rightarrow[0,1]$ 以及 $S(x, y):[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$,它们具有单调性、可交换性和可结合性;同时满足边界条件,即处于[0,1]区间的极限值时,它们分别对应经典二值逻辑真值表中的"与"和"或"运算;还满足 De Morgan 对偶律,即当 $N(x)$ 为非运算时,T 余范式 $S(x,y)$ 可以表示为 $S(x,y) = N(T(N(x), N(y)))$。

*)本文受国家自然科学基金项目(No. 50474041)资助。林 卫 博士生,研究方向为人工智能、模式识别发现;何华灿 教授,博士生导师,研究方向为人工智能、泛逻辑学;贾澎涛 博士生,研究方向为人工智能、数据挖掘以及时间序列分析。

文[2]讨论了T范式和它们的对偶式T余范式的几种参数化函数簇。具体参数化函数簇的选取依赖于T范式空间的完备覆盖以及相应的取值稳定性。函数簇中函数的选择由控制参数 h 和 k 来确定，这里 h 和 k 分别代表泛逻辑学的广义相关系数和广义自相关系数。

2.2 泛逻辑学中的基本参数

要为实际的逻辑系统构造和选择逻辑运算，首先需要做的是确定运算的选择域。下面要介绍的是基于泛逻辑学三角范式理论的逻辑运算域的确定方法。

1) 广义相关性与广义相关系数 h

广义相关性是泛逻辑学[2]中对于命题间关系的度量，它的值由广义相关系数 h 来确定。广义相关性思想是基于命题间的作用依赖于相互间的关系，因此它们之间具体的运算方式也是取决于相互之间的具体关系形式的。具体而言，命题间关系可以是相生相克或者独立，对于运算选择而言我们可对应为类或、类与或者概率的运算关系。

广义相关系数 h 是用于量化模糊命题间的广义相关性的参数。一般而言，当 $1\geqslant h>0.75$ 时，我们认为命题元素间关系是相互促进的，即相生的；当 $h=0.75$ 时，认为命题元素间关系是独立的；另外，当 $0.75>h>0.5$ 时，认为它们间的关系是相容的；最后，在 $0.5>h\geqslant 0$ 时，命题元素间显示出对抗关系。在泛逻辑学中，狭义的广义相关系数表示了运算函数在运算簇中的序关系，通常运算簇可以是 T 型或 T 余型(即S型)运算完整簇，也可以是其它类型(如组合型运算完整簇)。因此，运算完整簇的意思则是指包含参数 h 的一系列算子函数。

2)广义自相关性与广义自相关系数 k

前段所述的是忽略测度误差时所得到的结果。事实上，在柔性命题 p 和它的非命题 $\neg p$ 间存在着另外一种相关性，这种关系用广义自相关性来描述。只有在两个极端情形 $m(E)=1$ 以及 $m(\varnothing)=0$ 的时候是没有误差的；在其它条件下，比如 $m(X)=x$，这里 x 代表一般情形，则会存在误差。于是 X 的非命题的测度 $m(\neg X)$，经常记作 $N(x)$，这里 $N(x)=1-x$，不一定能够成立，并且测度误差越大，则 $N(x)$ 和 $1-X$ 间的误差也会越大。为了描述泛'非'运算的效果，于是引入广义自相关系数 k。

对于误差能够忽略的情形，我们称之为"0级误差"情形；否则，称之为"1级误差"情形。这两种情形所对应的问题，分别称为0级误差的不确定问题和1级误差的不确定问题。对于前者，由于模糊测度误差被忽略，'非'运算可以简单地表示为 $N(x)=1-x$。但是，由于广义相关性的存在，'与'和'非'运算并不能像经典数理逻辑学中那样简单地表示为 $T(x,y)=\min(x,y)$ 和 $S(x,y)=\max(x,y)$，相应地，它们应是连续变化的函数簇中包含广义相关系数 h 的公式。

这些逻辑运算的具体形式可以从下列将要介绍的函数簇中确定和选取[2,3,16]。

2.3 逻辑算子的选择集——零级和一级运算模型簇

定义中间变量 $m=(3-4h)/(4h(1-h))$ 使公式形式上简洁化；于是对应地，$h=((1+m)-((1+m)^2-3m)^{1/2})/(2m)$，$h\in[0,1]$，$m\in R$。令 $S=ite\{\beta|\alpha,\gamma\}$ 为条件表达式，它的含义是："如果 α 为真，那么 $S=\beta$，否则 $S=\gamma$"；$\Gamma^1[x]$ 表示 x 严格限制在[0,1]，即如果 $x>1$，那么其值为1；如果 $x<0$ 或 x 为虚值，其值为0。考虑忽略误差的情形，我们直接写出下面的零级运算模型簇：

1) 泛'非'运算的零级运算模型簇

对于零级误差，广义自相关系数 $k=0.5$，得到

$N(x,k)=1-x$，这里泛'非'运算的表示符号为 $\neg$ (1)

2) 泛'与'运算的零级运算模型簇

$T(x,y,h)=\Gamma^1[(x^m+y^m-1)^{1/m}]$，这里泛'与'运算的表示符号为 $\wedge_h$ (2)

3) 泛'或'运算的零级运算模型簇

$S(x,y,h)=1-\Gamma^1[((1-x)^m+(1-y)^m-1)^{1/m}]$，这里泛'或'运算的表示符号为 $\vee_h$ (3)

4)泛'蕴含'运算的零级运算模型簇

$I(x,y,h)=ite\{1|x\leqslant y,0|m\leqslant 0 \text{ and } y=0 \text{ and } x\neq 0,\Gamma^1[(1-x^m+y^m)^{1/m}]\}$，这里泛'蕴含'运算的表示符号为 $\rightarrow_h$ (4)

5)泛'等价'运算的零级运算模型簇

$Q(x,y,h)=\mathrm{ite}\{(1+|x^m-y^m|)^{1/m}|m\leqslant 0,(1-|x^m-y^m|)^{1/m}\}$，这里泛'等价'运算的表示符号为 $\leftrightarrow_h$ (5)

6)泛'组合'运算的零级运算模型簇

$C^e(x,y,h)=ite\{\Gamma^e[(x^m+y^m-e^m)^{1/m}]|x+y<2e;1-(\Gamma^{1-e}[((1-x)^m+(1-y)^m)-(1-e)^m]^{1/m})|x+y>2e;e\}$ (6)

这里泛'组合'运算的表示符号为 $©_h^e$，其中，e 表示评判阈值[2]。

事实上，实际系统往往不可忽略误差的存在。如果我们在整个过程中(观察、检测等)使用固定的测量方法，这种问题称作1级误差不确定问题。类似地，为了简记起见，同样引入中间变量 $n=-1/\log_2 k$，这里 k 为广义自相关系数并且满足 $k\in[0,1]$，另外基于同样原因引入中间变量 $\Phi(x,k)=x^n$。$k=0.5$ 对应的是可忽略误差的情形；误差处于正的最大时，$k=1$；并且在误差为负的最大时，$k=0$。下面给出一级运算模型簇：

1)泛'非'运算的一级运算模型簇

$N(x,k)=\Phi^{-1}(1-\Phi(x,k),k)=(1-x^n)^{1/n}$，这里泛'非'运算的表示符号为 $\neg_k$，当 $k=0.5$ 的时候，可以简记为 $\neg$ (7)

2)泛'与'运算的一级运算模型簇

$T(x,y,h,k)=\Gamma^1[(x^{mn}+y^{mn}-1)^{1/mn}]$，这里泛'与'运算的表示符号为 $\wedge_{h,k}$ (8)

3)泛'或'运算的一级运算模型簇

$S(x,y,h,k)=(1-\Gamma^1[((1-x^n)^m+(1-y^n)^m-1)^{1/m}]^{1/n})$，这里泛'或'运算的表示符号为 $\vee_{h,k}$ (9)

4)泛'蕴含'运算的一级运算模型簇

$I(x,y,h,k)=\mathrm{ite}\{1|x\leqslant y,0|m\leqslant 0 \text{ and } y=0 \text{ and } x\neq 0,\Gamma^1[(1-x^{mn}+y^{mn})^{1/mn}]\}$，这里泛'蕴含'运算的表示符号为 $\rightarrow_{h,k}$ (10)

5)泛'等价'运算的一级运算模型簇

$Q(x,y,h,k)=ite\{(1+|x^{mn}-y^{mn}|)^{1/mn}|m\leqslant 0,(1-|x^{mn}-y^{mn}|)^{1/mn}\}$，这里泛'等价'运算的表示符号为 $\leftrightarrow_{h,k}$ (11)

6)泛'组合'运算的一级运算模型簇

$C^e(x,y,h,k)=ite\{\Gamma^e[(x^{mn}+y^{mn}-e^{mn})^{1/mn}]|x+y<2e;(1-(\Gamma^{e'}[((1-x^n)^m+(1-y^n)^m)-(1-e^n)^m])^{1/m})^{1/n}|x+y>2e;e\}$ (12)

这里的泛'组合'运算的表示符号为 $©_{h,k}^e$，并且 $e'=(1-e)^n$，$n=-1/\log_2 k$，$k\in[0,1]$；$k=2^{-1/n}$，$n\in R_+$，同样地，e 表示评判阈值。

实际应用中所需要的逻辑运算选择集就是由上述零级误

差和一级误差的运算完整簇合并构成的。特别地，如果可以忽略误差的话，逻辑运算的算子可以只从零级运算簇中选取。h 和 k 的实质是有关命题元素间关系的先验参数。对于实际问题，如果能够获取训练数据，就有了确定先验参数的前提。下一节要讨论的是这种前提下的案例学习方法。

2.4 确定算子的案例学习方法

1) 基于回归估计的广义相关、自相关系数 h 和 k 的确定

实际上，上述零级和一级运算完整簇是依赖于广义相关参数 h 和 k 的函数模型，其中 h 是广义相关系数，k 是广义自相关系数。这里用符号 f 表示对应算子的函数模型簇（泛函），用 $\mathrm{Operator}_{h,k}$ 表示基于参数 (h,k) 的逻辑运算（算子）。因此，对于逻辑算子的确定问题就转化为对参数 (h,k) 的确定问题，这样的问题如果能够从环境中获得部分有监督标志的数据，则可以通过最小化风险泛函的方式来求解。

$$\mathrm{Operator}_{h,k}(x,y)=f(x,y;h,k) \tag{13}$$

如果是稳定的系统环境，广义自相关系数 k 保持恒定，即 $k=kc$。将 k 替代为 kc，(13)式可以另行表示为：

$$\mathrm{Operator}_{h,kc}(x,y)=f(x,y;h) \tag{14}$$

在(14)式中，kc 不再是变量。

对于实际系统中得到的数据，假如 A 为数据样本集合，样本数量为 n 可以将数据集表示为

$$((x_1,\ y_1),)\ z_1),\ \cdots,\ ((x_n,\ y_n),\ z_n) \tag{15}$$

其中包括输入向量 $(x,\ y)$ 以及相应向量（实际运算过程的结果）z。用最小范数方法（如最小二乘法）构造风险泛函：

$$R(h,\ k)=\int_A(\ z-\ f(x,y;h,k)^2)\mathrm{d}F(z,(x,y)),\quad h,k\in[0,\ 1] \tag{16}$$

将积分转化为离散形式，可得

$$R(h,\ k)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(z_i-f(x_i,y_i;h,k))^2,\quad h,k\in[0,\ 1] \tag{17}$$

通过最小化风险泛函 $\mathrm{R}(h,k)$ 可以得到 h^* 和 k^*，此时 $\mathrm{R}(h^*,\ k^*)=\mathrm{minimize}(R(h,k))$。在(13)式中用 (h^*,k^*) 代替 $(h,\ k)$，最终得到实际应用中所需逻辑运算：

$$\mathrm{Operator}_{h^*,k^*}(x,y)=f(x,y;\ h^*,\ k^*) \tag{18}$$

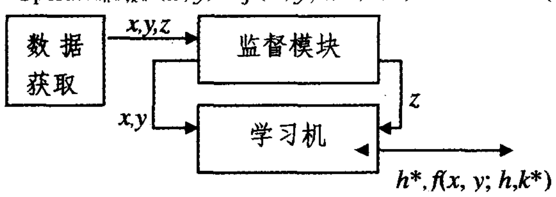

图 1　案例学习方法确定逻辑算子

图 1 表明了基于案例学习的模型框架。框架分为 3 个部分：1)数据获取模块；2)监督模块；3)学习模块。数据获取模块也可以成为采样模块，它负责从环境中采集数据并传递到监督模块，由学习监督模块通过监督学习方式来训练学习模块。最后得到的模型是最小化泛化误差后所得到的结果，其逻辑运算可由确定参数后的(18)式来表示。

2) 逻辑算子运算模型确定和选择过程描述

用于解决算子运算模型选择问题的泛逻辑学过程描述如下。

逻辑算子选择过程：

Step 1. 确定算子的类型，包括‘与’，‘或’，‘蕴含’，‘等价’以及‘组合’运算；

Step 2. 确定误差类型属于 0 级还是 1 级误差；

Step 3. 在逻辑算子选择集中选取对应 Step 1 和 Step 2 的逻辑运算参数表达式；

Step 4. 用监督案例学习的方法完成训练，通过最小风险化泛函来确定控制参数 h^* 和 k^* 值；

Step 5. 将 h^* 和 k^* 回代 Step 3 所得到的逻辑运算的参数表达式，得到实际逻辑算子表达式。

3 基于泛组合运算的分类器融合方法

3.1 泛组合运算融合方法

设计成功的分类器融合系统包括两个重要的成分，首先是子分类器的设计——选择一组分类器，然后是设计分类器的融合规则。让分类器有效融合的关键是将子分类器差异化。通常用到的三种增强差异化的策略包括：1)采用不同类型的子分类器；2)用不同的训练集训练子分类器；3)用不同的特征子集训练子分类器。这里我们采纳第二种方法来提高子分类器的差异性。

1) 样本集合的定义

i) 设给定样本集合 $D_l=(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_l)^T$，且 $X_i=(x_{i1},\ x_{i2},\ \cdots,\ x_{in},\ c)^T$，$i=1,\ 2,\ \cdots,\ l$，描述了样本上的 l 个测量，并且属性个数为 n，并且还另外有一个分类属性 c，相应地也可以将这些属性表示为 $A_1,\ A_2,\ \cdots,\ A_n,\ C$；

ii) 假设类属性包括 r 个分类标签，即存在类标签集合 $C=\{C_1,\ C_2,\ \cdots,\ C_r\}$，且 $C_i\in C$。如果 X 是未知数据样本，则 X 的类属性为空。

2) 多分类器融合的结构和它们的训练过程

基于泛组合运算及并行融合规则，本文设计了多分类器融合模型(Multiple Classifiers Ensemble based on Generalized Combination Operation)，如图 2 所示。主要训练环节包括两个步骤：1)训练各个单分类器；2)训练融合规则。

第一步，假设单分类器的个数为 m，对于数据样本集我们按照一定比例分为训练集和测试集，然后将训练集分为 $m+1$ 个子集，其中的 m 个子集用于训练单分类器；剩下的那个子集将在下一步用于训练融合规则，将其命名为 L 集。对于单分类器的训练方式我们采用 Naïve Bayesian 算法[22]。

第二步，为了训练子分类器的融合规则，我们使用训练集中剩下的 L 集。对于 L 中的已知模式 X，为每个单分类器 q 计算其划分结果为类标签 i 的后验概率：

$$P_q(C_i|X)\ =\ P_q(X|C_i)P_q(C_i)/P_q(X)$$

然后利用泛组合运算（由(12)式表示）将结果合成为最终的后验概率：

$$P(C_i|X)=P_1(C_i|X)©_{hX,kX}P_2(C_i|X)©_{hX,kX}\cdots©_{hX,kX}P_m(C_i|X) \tag{19}$$

由于(12)式表示的是由广义相关系数 h 和自相关系数 k 作为参数的函数簇，并且 h 和 k 为未知量，需要确定，因此，为模式 X 构造目标函数（对应于风险函数(16)式和(17)式）：

$$R_X(h,k)=(1-S(P_j(C_j|X),0;h,k))^2+\sum_{i=1,i\neq j}^{m}(S(P_i(C_i|X),0;h,k))^2$$

这里，$S(*,*;h,k)$ 是(9)式所定义的泛或运算。最小化风险泛函 $R_X(h,k)$ 之后得到待定参数 h 和 k，于是

$$(h_X,k_X)=\mathrm{argmin}(R_X(h,k)) \tag{20}$$

将 h_X，k_X 代入(19)式，可以得到类标签为 i 的后验概率表达式 $P(C_i|X)$。将第二步循环 r 次（r 为类标签集合的基数）之后，X 被划分为每一类标签的后验概率均可得到。

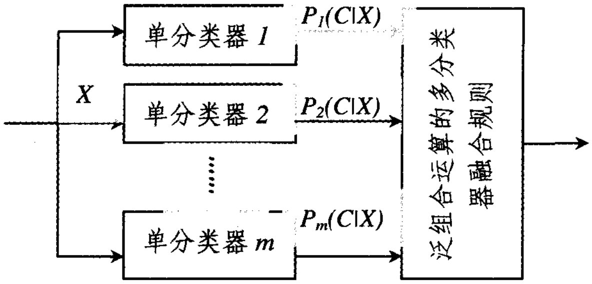

图 2　基于泛组合运算的多分类器融合模型

对于未知模式 X^* 的结果判定是根据上述第二步训练所得到的求取后验概率的方法求出每一个 $P(C_i|X)$，赋予 $X \rightarrow C_i$ 当且仅当 $P(C_i|X) \geq P(C_j|X)$，其中 j 为除 i 外任意的类标，且 $i,j \in \{1,2,\cdots,r\}$。

3.2　其他融合方法

文[23]介绍了多种方法，可以同本文方法进行试验结果比较。这些方法包括 max 规则、min 规则、vote 规则、sum 规则以及 product 规则。

4　实验和结果分析

表 1　分类器融合模型的测试结果对照

方法	错误率	召回率
本文所述方法	11.0173%	95.6%
Max 规则	11.6065%	72.96%
Min 规则	12.0375%	83.3%
Vote 规则	12.0407%	79.03%
Sum 规则	11.0542%	73.18%
Product 规则	11.9723%	79.14%
SVM	9.5489%	83.1%
Naïve Bayesian	11.9808%	90.3%

我们从机器学习数据库的 UCI 库中选取 spam 集[18]进行实验。在这个数据集当中，包含的样本数总共为 4601 条，每个样本记录包含 58 个属性。实验的目标是设计算法区分 spam 和普通邮件，要求尽可能高的正确率(validate rate)和查全率(recall rate)。为了训练得到本文所述分类器的融合模型，总的样本集被分为三个部分 W_1，W_2 和 W_3。另外，W_1 再分组为 10 个部分，用来训练十个单分类器；W_2 则用来训练融合规则；W_3 作为验证集使用。

表 1 对照列举了不同分类或分类器融合方法所得到的错误率和查全率。可以看到，本文所描述的方法取得了较低的错误率(仅次于 SVM 方法)以及最好的查全率。这里 SVM 方法所得到的查全率也达到了 90.3%，处于较高的水平。本结果表明，在不同方法的权衡及选择上，本文所述方法具有其特定的优势和效果。

结论　T-范式理论使得柔性逻辑学的逻辑运算可以依据特定场合进行构造和选择，而不仅仅是同以往的模糊逻辑中习惯的做法一样只关注隶属函数的构造和调整，这无疑是给实际问题解决开辟了新的思路。具体在实际系统中如何来选择和构造这样的算子很少有文献提及，我们引入了案例学习的方法来解决这个问题，并且在分类器融合算法上验证了本方法的合理有效性。

参 考 文 献

1　Zadeh L A. Probability measures of fuzzy events. J Math Anal Appl, 1968, 23: 421～427

2　何华灿，等. 泛逻辑学原理. 北京：科学出版社，2001

3　He H, Ai L, Wang H. Uncertainties and the Flexible Logics. IEEE Proceedings of 2003 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Xi'an, China, 2003, 4: 2573～2578

4　Zadeh L A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1: 3～28

5　Delgado M, Moral S. On the concept of possibility-probability consistency. Fuzzy Sets and Systems, 1987, 21(3): 311～318

6　Klement E P, Navara M. Propositional Fuzzy Logics Based on Frank T-Norms: a Comparison. In: Dubois D, Prade H, Klement E P, eds. Fuzzy Sets, Logics and Reasoning about Knowledge, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999. 17～38

7　Klement E P, Mesiarb R, Papc E. Triangular norms. Position paper I: basic analytical and algebraic properties. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 143: 5～26

8　Menger K. Statistical metrics. In: Proc. Nat Acad Sci. USA, 1942, 8: 535～537

9　Schweizer B, Sklar A. Espaces metriques aleatoires. C R Acad Sci Paris Ser., 1958, A 247: 2092～2094

10　Schweizer B, Sklar A. Statistical metric spaces. Pacific J Math, 1960, 10: 313～334

11　Schweizer B, Sklar A. Associative functions and statistical triangle inequalities. Publ Math Debrecen, 1961, 8: 169～186

12　Schweizer B, Sklar A. Associative functions and abstract semigroups. Publ Math Debrecen1963, 10: 69～81

13　Schweizer B, Sklar A. Probabilistic Metric Spaces, New York, North-Holland, 1983

14　Sugeno M. Fuzzy measure and fuzzy integral. Trans. SICE 1972, 8: 95～102

15　Li Q. et al, Optimum drilling program for complex well under complex geological condition. Acta Petrolei Sinica, 2004, 25(4): 80～83

16　Chen Z, He H, Mao M. Correlation Reasoning of Complex System Based on Universal Logic. IEEE Proceedings of 2003 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Xi'an, China, 2003, 3～5: 1831～1835

17　王自果，田峥. 随机过程. 西安：西北工业大学出版社，1990

18　Blake C L, Merz C J. UCI Repository of machine learning databases. 1998. [http://www.ics.uci.edu/～mlearn/MLRepository.html]

19　Campbell W M, Reynolds D A, Campbell J P. Fusing Discriminative and Generative Methods for Speaker Recognition: Experiments on Switchboard and NFI/TNO Field Data. In: Proc. Odyssey: The Speaker and Language Recognition Workhop, Toledo, Spain, ISCA, May～ June 2004. 41～44

20　Bonissone P, Goebel K, Yan W. Classifier fusion using triangular norms. In: 5th International Workshop on Multiple Classifier Systems, Cagliari, Italy, June 2004

21　Chen Y Y. Fuzzy Analysis of Statistical Evidence. IEEE Trans Fuzzy System, 2000, 8: 796～799

22　Duba R O, Hart P E, Stork D G. Pattern Classification. 2nd Edition. John Wiley & Sons Inc, 2001

23　Jia Pengtao, He Huacan, Wei Lin. Decision by maximum of posterior probability average with weights: a method of multiple classifiers combination. In: IEEE Proceedings of 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, China, 2005, 4: 1949～ 1954

24　Lin Wei, He Huacan, Jia Pengtao. Learning for Universal Logic Operation Selection. In: Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation, IEEE Proceedings, Dalian, China, 2006, 5: 3613～3617