

基于多粒度数据融合的直线检测算法^{*})

谢维波¹ 王永初² 郑艺泉¹

(华侨大学计算机系¹ 华侨大学机电学院² 泉州 362021)

摘要 本文探讨了粒度计算思想和 Hough 变换之间的联系,结合小波分析中尺度伸缩和平移的思想,提出了一种基于多粒度数据融合的直线检测算法。在 Hough 变换中,较大的参数离散间隔($\Delta\rho$, $\Delta\theta$)会降低检测精度,而较小的离散间隔则导致峰值扩散和伪峰的出现。该算法改善了($\Delta\rho$, $\Delta\theta$)的选择问题,基本实现了以各种合适的粒度($\Delta\rho$, $\Delta\theta$)对各种粗细宽度直线的检测。另外,和传统的 Hough 变换相比,该算法具有更高的计算效率。

关键词 粒度计算, Hough 变换, 直线检测, 小波分析, 峰值扩散, 伪峰

A Multi-granularity Data Fusion-based Algorithm for Line Detection

XIE Wei-Bo¹ WANG Yong-Chu² ZHENG Yi-Quan¹

(Department of Computer Science, Huaqiao University, Quanzhou 362021)¹

(College of Mechanical & Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021)²

Abstract The paper discusses the relationship between granular computing and Hough transform, combining with the scale flexing and shifting in wavelet analysis, a multi-granularity data fusion based algorithm for line detection has been proposed. In Hough transform, the bigger interval ($\Delta\rho$, $\Delta\theta$) can bring down the detecting precision, and a smaller leads to peak spread or pseudo peak appearing. Improved on the selection of ($\Delta\rho$, $\Delta\theta$), which line detection for various widths in various appropriate granularities ($\Delta\rho$, $\Delta\theta$) has achieved basically. In addition to, the algorithm is more efficient in computing than traditional Hough transform.

Keywords Granular computing, Hough transform, Line detection, Wavelet analysis, Peak spread, Pseudo peak

1 引言

直线提取是模式识别中非常典型的任务。Hough 变换以其对图像噪声的鲁棒性,一直是参数化图形(尤其是直线)检测的主要工具。有关 Hough 变换的文献大量地集中于研究它的时间复杂度和空间复杂度^[1~4];Hough 变换的检测性能受到参数量化间隔($\Delta\rho$, $\Delta\theta$)的制约。文[2]指出较大的间隔会降低检测的精度,而较小的间隔则导致峰值扩散和伪峰的出现。合理的方案是:以不同的参数量化间隔检测具有不同粒度的对象。

粒度计算(Granular Computing, 简称 GrC)的思想产生于 20 世纪 70 年代,并得到了迅速发展和广泛应用。引入粒度计算的原因有很多,它的基本思想是模仿人类思考问题的方式。从理论或哲学的角度来看,信息粒度是人类解决问题的本质,是人类认知形成的三大组成部分之一^[5];人能在极不相同的粒度观察和分析同一个问题,并能够在不同的粒度之间迅速跳变,通过综合多个粒度下得到的信息,形成对整个问题的理解,最后解决问题^[6];人类已经形成了对这个世界的粒度的理解,人类对这个世界上的东西进行感知、测量和推理都是用粒度的^[7,8],等等。事实上,作为科学的基础,传统的测量技术定量认识客观世界的过程正是粒度计算思想的体现。因此,理解信息粒度对建立和实现智能系统有很大的影响。从实际应用的角度来看,在很多情况下,人们所要解决的问题包含一些不完整的、不确定的、模糊的信息,只靠这些信息难以清晰地区分一些有一定特征的单元,在这种情况下就只能考虑在粒度计算的基础上来解决问题。粒度计算已经成为国内

外学者研究的热点之一,在理论方面的研究已经达到了相当水平,但在应用方面的研究还处在起步阶段。因此,对粒度计算的应用研究具有十分重要的意义。

Hough 变换的上述缺点限制了它在更高精确度要求、更多直线信息场合的应用。本文结合小波分析中尺度伸缩和平移的思想,提出了一种基于多粒度数据融合的直线检测算法;改善了($\Delta\rho$, $\Delta\theta$)的选择问题,基本实现了以各种合适的粒度($\Delta\rho$, $\Delta\theta$)对各种粗细宽度直线的检测;另外,和传统的 Hough 变换相比,该算法具有更高的计算效率。

2 Hough 变换中的粒度和粒度计算

传统的 Hough 变换实现直线检测的步骤为:1)根据公式

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (1)$$

遍历 θ 求出 ρ , 并使累积矩阵 $A(\rho, \theta)$ 加 1, 其中 (x, y) 是二值图像黑色像素点的坐标, 累积矩阵 $A(\rho, \theta)$ 构成了图像的 Hough 参数空间;2)搜索 Hough 参数空间的全局峰值点或局部峰值点 (ρ_i, θ_i) ;3)由所得的峰值点 (ρ_i, θ_i) 确定直线方程:

$$\rho_i = x \cos \theta_i + y \sin \theta_i \quad (2)$$

数字图像的坐标 (x, y) 是一组整数, 而(1)式遍历 θ 的计算需要 θ 的离散化和 ρ 的量化, 即 $\rho_i = i\Delta\rho, \theta_i = j\Delta\theta$ 。显然, 只有当 $\theta_i = 0, \pi/4$ 和 $\pi/2$ 时(2)式严格成立, 数字图像上才对应严格意义的直线。离散网格 (ρ_i, θ_i) 构成了观察连续世界空间 $A(\rho, \theta)$ 的窗口, 其观察结果 $A(\rho_i, \theta_i)$ 紧密地依赖于窗口的尺度($\Delta\rho, \Delta\theta$)。

窗口尺度($\Delta\rho, \Delta\theta$)的选择严重地影响 Hough 变换的结果。以直线检测为例, 当($\Delta\rho, \Delta\theta$)偏小时, 粗直线上的像素点

^{*}) 本文的研究得到福建省自然科学基金(A0540005)的资助。谢维波 副教授, 博士生; 王永初 博士生导师; 郑艺泉 硕士研究生。

将投票到 Hough 参数空间的多个 (ρ_i, θ_i) 网格, 导致峰值扩散, 造成峰值提取的困难, 有时甚至无法提取峰值(图像噪声及邻域像素点的影响, 导致伪峰的出现); 当 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 偏大时, 会使相邻细直线投票到同一个 (ρ_i, θ_i) 网格, 把多条直线识别成一条直线, 造成识别精度的下降。采用单组 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 的 Hough 变换不能很好地达到直线检测的目的, 需要采用多组的 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 来观察、分析问题, 并融合多组观察、分析的结果, 以达到解决问题的目标。之所以需要采用多组的 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 来观察、分析问题, 是因为: 对象(直线)在各种观察尺度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 下呈现的多样性, 以及问题空间(图像)所包含的对象(直线)的多样性(各种粗细宽度、长短不一的直线)。对多种尺度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 下观察、分析结果的融合, 才可能确定问题空间中所研究对象的最佳观测窗口。窗口尺度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 构成了“Hough 变换直线检测”这一问题的粒度, 而一组最佳窗口尺度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 的搜索构成了“Hough 变换直线检测”的粒度计算。

2.1 Hough 变换中的粒度问题

人类智能的一个公认特点, 就是人们能从极不相同的粒度(Granularity)上观察和分析同一问题。人们不仅能在不同粒度的世界上进行问题求解, 而且能够很快地从一个粒度世界跳到另一个粒度世界, 往返自如, 毫无困难。这种处理不同粒度世界的能力, 正是人类问题求解的强有力的表现^[6]。什么是粒度? 顾名思义, 就是取不同大小的对象。也就是说, 将原来“粗粒度”的大对象分割为若干“细粒度”的小对象, 或者把若干小对象合并成一个大的粗粒度对象进行研究。那么, 粒度计算就是研究被划分类或颗粒的大小及这些颗粒之间的关系, 即粒度的合成与分解^[7,8]。

那么, 粒度计算的三要素^[8]: 粒(granules)、粒层次及视图(granulated views and levels)和层次结构(hierarchies)在 Hough 变换中是如何体现的?

2.1.1 粒(granules)

粒度计算的首要问题是粒的选取, 它决定了如何控制粒度计算。在前面的分析中可以看出: 在 Hough 变换中, 通过设定一组离散网格 (ρ_i, θ_i) , 对二维图像空间中的黑色像素点 (x, y) , 根据(1)式遍历 $\{\theta_i\}$ 求出 $\{\rho_i\}$, 并在累积矩阵 $A(\rho_i, \theta_i)$ 累加 1。不同的窗口尺度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 确定了不同的离散网格 (ρ_i, θ_i) , 不同的离散网格 (ρ_i, θ_i) 给出了连续世界空间 $A(\rho, \theta)$ 的不同的观察 $A(\rho_i, \theta_i)$ 。窗口尺度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 的选择严重地影响 Hough 变换的结果, 所以在 Hough 变换中考虑粒度计算的时候理应选取 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 作为基本粒。

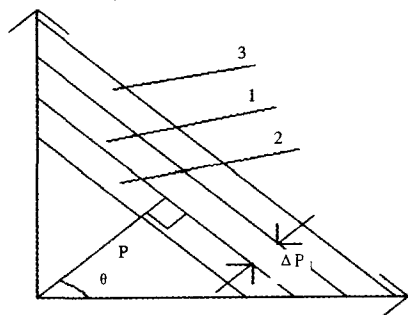


图 1 (ρ, θ) 在图像空间中代表的区域

2.1.2 粒层次及视图(granulated views and levels)

粒层次及视图是指: 在某个特定的粒度水平下所描述的问题的视图。在某个特定的粒度水平 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 下, 观察值 $A(\rho_i, \theta_i)$ 就是所描述的问题的视图。如图 1 所示, $A(\rho_i, \theta_i)$ 对

应图像空间区域 1 中黑色像素点的个数。 $A(\rho_i, \theta_i)$ 的峰值代表了在该粒度水平 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 下看到的所有直线, 这是一些假定宽度为 $\Delta\rho$ 的直线。这就是在 Hough 变换中一个粒层次及视图所要描述的, 也是算法实现中确定直线宽度的理论依据。

2.1.3 层次结构(hierarchy)

粒度计算中的层次结构描述各个不同的粒层次之间的关系。在 Hough 变换中, 一个粒层次及视图描述了该粒度水平 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 下看到的宽度为 $\Delta\rho$ 的所有直线。给定一组 $\{\theta_i\}$ 下的观察, 在一个比较大的 $\Delta\rho$ 下, 观察值 $A(\rho_i, \theta_i)$ 对应图像空间一个比较大的区域中黑色像素点的个数, 记这个区域为 S 。如果区域 S 里的黑色像素点不足以把该区域充满(如图 3 所示), 那么肯定有一个更小的区域来更好地“包住”这些像素点。若记 $\Delta\rho^{(1)} = \Delta\rho, \Delta\rho^{(2)} = \Delta\rho/2$, 这个更小的区域可由减小的粒度 $\Delta\rho^{(2)}$ (保持 θ_i 不变)的局部 Hough 变换得到(以步长 $\Delta\rho^{(2)}$ 在 $\rho_i \pm \Delta\rho/2$ 区间的搜索)。这个小的区域将给出直线更为精确的描述。如果区域 S 里充满了黑色的像素点(如图 2 所示), 此时没有更小的区域能“包住”这些像素点, 减小粒度 $\Delta\rho$ 就会使这些像素点无法投到同一个 (ρ_i, θ_i) 网格, 此时的粒度称为描述该直线的“最佳粒度”。以上就是 Hough 变换中粒度计算的层次结构, 从粗粒度到最佳粒度的搜索使得直线的描述越来越精确。从最佳粒度再继续细化, 对解决问题就没有意义了, 这构成了算法实现中确定多粒度搜索终止条件的理论依据。

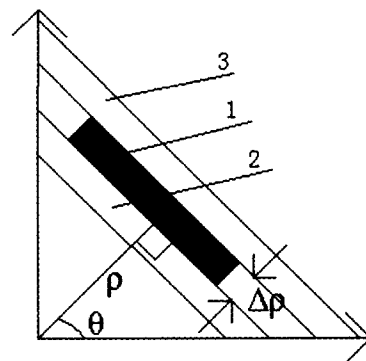


图 2 最佳粒度

2.2 Hough 变换中的粒度计算

如图 3 所示, 保持 θ_i 不变, 以 $\Delta\rho^{(1)} = \Delta\rho, \Delta\rho^{(2)} = \Delta\rho/2 \dots$ 的粒度变化对最佳粒度的折半搜索是不够的。为了“恰好地”搜索到黑色像素点的分布区间, 还需要“平移”的操作。实际上, 这是“整数规划”技术的共性; “整数规划”技术是描述连续世界空间的一般性的离散化方法。

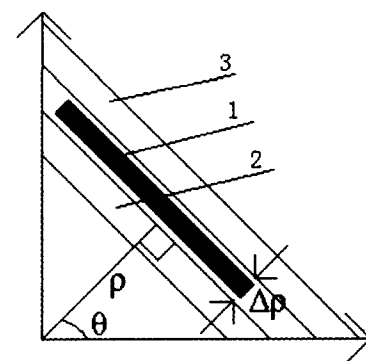


图 3 次佳粒度

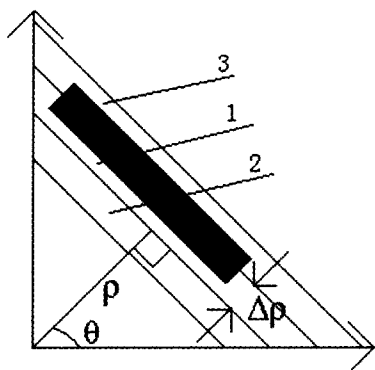


图4 单向跨越情况 1

2.2.1 二进小波变换的思想和粒度计算

小波分析是在傅里叶分析的基础上发展起来的一种信号分析方法,它采用持续时间有限且平均值为零的函数作为基本小波;基本小波函数经过不同尺度的伸缩和平移对信号进行滤波,以得到信号各种频率成分在时间轴上的分布信息;分析信号的各种频率成分是通过基本小波函数的尺度伸缩来实现的,获取各种频率成分在时间轴上的分布信息则是借助各种尺度小波函数的平移实现的。连续小波变换采用连续变化的尺度,计算量大,无法用数字计算实现,而且产生大量的信息冗余。二进制双尺度离散小波变换对伸缩尺度和平移尺度采用二进制整数规划,解决了信息冗余和计算量大的问题。显然,二进制整数规划并不能准确地确定信号包含的频率成分及其在时间轴上的分布信息。

在多粒度 Hough 变换中,同样存在上述问题。对连续世界空间 $A(\rho, \theta)$ 的计算类似于连续小波变换的计算。如果粒度层的变化间隔选择得太小,不仅计算量大,而且产生大量的信息冗余,不利于各粒度层上信息的识别,也不利于多粒度层间信息的融合。粒度计算的思想原本就是指:在“粗粒度”和“细粒度”上的分别考量,然后通过综合(融合)所得的信息,再决定是否需要进行“更粗粒度”或“更细粒度”的考量。也就是对粒度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 采用二进制整数规划。本文采用了比二进制粒度规划更进一步的二分法规划。在多粒度 Hough 变换中的平移操作是指:保持二进制(二分法)规划下粒度的大小不变(比如 $\Delta\rho$ 的大小),以所考量的最小粒度为单位,通过逐一平移粒度的区间 (ρ_{i-1}, ρ_i) ,搜索确定直线参数的最佳分布区间。这样做的目的是为了得到直线在某个粒度下最准确的描述。平移操作是在局部的参数区间内进行的,计算量不大。

2.2.2 最佳粒度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 的确定

本文算法在给定的一组 $\{\theta_j\}$ 下,只对 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 中的 $\Delta\rho$ 粒度进行二进制(二分法)规划和平移操作,以确定最佳的 $\Delta\rho$ 粒度及其分布区间,减少算法的复杂性。传统的 Hough 变换采用绝对投票阈值 T_a 来判别直线,如果投票值大于 T_a 就认为是直线;降低 T_a 会使一些噪声被误检为直线,增大 T_a 又会使图像中的短直线被忽略掉。本文采用相对投票阈值 T_r 和绝对投票阈值 T_a 相结合的方法来判别直线。相对投票值定义为

$$A_r(\rho_i, \theta_j) = \frac{A(\rho_i, \theta_j)}{A(\rho_{i-1}, \theta_j) + A(\rho_i, \theta_j) + A(\rho_{i+1}, \theta_j)} \quad (3)$$

其中 $A(\rho_i, \theta_j)$ 是离散网格 (ρ_i, θ_j) 上的投票值。相对投票值 $A_r(\rho_i, \theta_j)$ 反映了 $A(\rho_i, \theta_j)$ 与 (ρ_i, θ_j) 邻域在 ρ 轴方向上的投票值 $(A(\rho_{i-1}, \theta_j)$ 和 $A(\rho_{i+1}, \theta_j))$ 的比值。相对投票值 $A_r(\rho_i, \theta_j)$ 越大,离散网格 (ρ_i, θ_j) 就越好地反映直线的分布区域。当

达到最佳粒度时, $A_r(\rho_i, \theta_j)$ 达到最大,在某些情况下甚至达到 100%。

本文的绝对投票阈值 T_a 设定为一个较小值,因为像素点少的肯定不是直线。像素点多的可能是局部峰值点或其边上的“伪峰值”,可以由局部极大值点来识别,而相对投票值 $A_r(\rho_i, \theta_j)$ 正好反映了参数空间 $A(\rho_i, \theta_j)$ 的局部极大值。最佳粒度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 的确定是通过粒度的合成与分解来实现的。下面讨论 $A(\rho_i, \theta_j)$ 局部极大值点的分布情况及各种情况下粒度的合成与分解。

(1)最佳粒度:如图 2 所示,离散网格 (ρ_i, θ_j) 所确定的图像区域恰好地“包住”了直线,无需再进行粒度合成与分解。该情况是其它情况下粒度合成与分解最终要达到的目标。

(2)次佳粒度:如图 3 所示,处在同一条直线上的点都投到同一个离散网格 (ρ_i, θ_j) 上,但是该 (ρ_i, θ_j) 所确定的图像区域没有恰好地“包住”直线,还有一个更小的区域能够恰好地“包住”直线。该情况下,需要进行粒度的分解以得到一个更小的区域(更好地“包住”了直线)。粒度分解采用二分法规划,即:把当前的 $\Delta\rho$ 减半,进行局部 Hough 变换;如果变换后的相对投票值 $A_r(\rho_i, \theta_j)$ 没有减小,继续把 $\Delta\rho$ 减半,否则在当前的 $\Delta\rho$ 和减半后的 $\Delta\rho$ 之间搜索一个描述该直线的最佳粒度。

(3)单向跨越:处在同一条直线上的点投到参数空间中的两个离散网格上。产生这种情况的原因有两个:①如图 4 所示, ρ 的定位不准,可由平移操作来解决,平移后可能变成最佳粒度或次佳粒度的情况;②如图 5 所示, $\Delta\rho$ 太小引起的,应该采用粒度合成的方法来解决,即:把 $\Delta\rho$ 扩大为原来的两倍,变成了次佳粒度的情况。

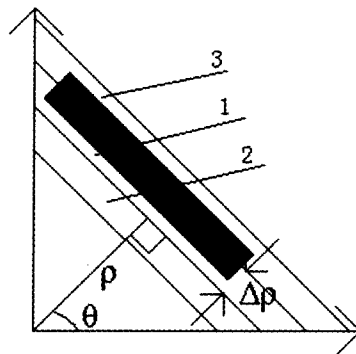


图5 单向跨越情况 2

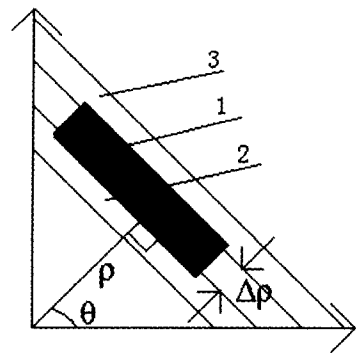


图6 双向跨越情况 1

(4)双向跨越:处在同一条直线上的点投到参数空间中的三个离散网格上。出现这种情况的原因是 $\Delta\rho$ 太小,应该采用粒度合成的方法来解决。考虑到粒度合成后有可能还要进行

粒度分解才能得到直线的最佳粒度,所以在粒度合成时应该考虑合成到什么程度,即 $\Delta\rho$ 要增大为原来的几倍。如图6、图7所示,如果区域2和区域3的投票数之和大于区域1的投票数,那么 $\Delta\rho$ 应该增大为原来的三倍,否则只要增大为原来的两倍就可以了。

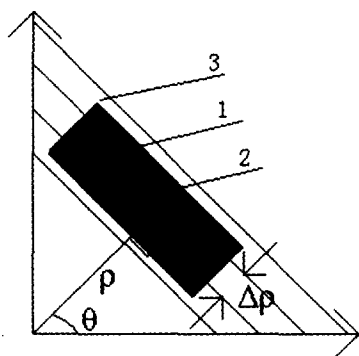


图7 双向跨越情况2

(5)其它情况:如果直线的宽度再增加,那么处在同一直线上的点就会投到参数空间的很多个离散网格,这种情况可以通过增大 $\Delta\rho$ 的初始粒度来避免。

3 算法的具体步骤

给定一组 $\{\theta_j\}$ 下,只对 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 中的 $\Delta\rho$ 粒度进行二进制(二分法)规划及平移操作。

(1)设定绝对投票阈值 T_a 、相对投票阈值 T_r ;给定一组 $\{\theta_j\}$ (比如: $\theta_j = j * \pi/180, j=0, 1, \dots, 179$),选取较大的 $\Delta\rho$ (比如取 $\Delta\rho=8$,记 $\Delta\rho_{\max}=\Delta\rho, \Delta\rho_{\min}=0$),进行粗粒度的全局Hough变换。

(2)由步骤(1)中全局Hough变换的结果 $A(\rho_i, \theta_j)$,根据设定的绝对投票阈值 T_a ,按下式进行筛选:

$$\begin{aligned} \text{当 } A(\rho_i, \theta_j) > T_a \text{ 时, } A(\rho_i, \theta_j) &= A(\rho_i, \theta_j) \\ \text{当 } A(\rho_i, \theta_j) \leq T_a \text{ 时, } A(\rho_i, \theta_j) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

(3)由步骤(2)所得 $A(\rho_i, \theta_j)$,按照(3)式计算相对投票值 $A_r(\rho_i, \theta_j)$,根据设定的相对投票阈值 T_r ,选出相对投票值大于 T_r 的点(比如取 $T_r=0.5$,由(3)式可知 $A_r(\rho_i, \theta_j) > 0.5$ 的 $A(\rho_i, \theta_j)$ 是在 ρ 轴方向上的局部极值点),得到初步选出的直线区域,并记录在直线列表中(如图9所示)。如果 $A_r(\rho_i, \theta_j) > 0.75$, $A(\rho_i, \theta_j)$ 网格已有效地确定一条直线,则转到步骤(7)。

(4)取出直线列表中未进行粒度伸缩处理过的一条直线,通过平移操作得到直线在该粒度下的最精确描述。如果 $A_r(\rho_i, \theta_j) > 0.75$, $A(\rho_i, \theta_j)$ 网格已有效地确定一条直线,则转到步骤(7)。

平移操作是指:在 $\rho_i \pm \Delta\rho$ 区间内,以所考量的最小粒度 $\min\Delta\rho$ (比如取 $\min\Delta\rho=0.75$)为单位,逐一平移粒度区间 $\rho_i \pm \Delta\rho/2 + k * \min\Delta\rho$ 搜索确定直线参数的最佳分布区间。其中 $k = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm km, km * \min\Delta\rho \leq \Delta\rho/2$ 。

(5) $\Delta\rho = (\Delta\rho_{\max} + \Delta\rho_{\min})/2, \Delta\theta$ 不变,根据新的 $\Delta\rho$ 进行局部Hough变换,通过平移操作得到该粒度层下最精确的直线描述。如果 $A_r(\rho_i, \theta_j) > 0.75$, $A(\rho_i, \theta_j)$ 网格已有效地确定一条直线,则转到步骤(7)。

局部Hough变换是指: $A(\rho_i, \theta_j)$ 是落入区间 $\rho_i \pm \Delta\rho/2$ 的投票值,区间 $\rho_i \pm \Delta\rho/2$ 的粒度为 $\Delta\rho$;对 $\rho_i \pm \Delta\rho/2$ 区间以新的粒度 $\Delta\rho/2$ 规划,得到粒度为 $\Delta\rho/2$ 的投票区间 $\rho_i - \Delta\rho/4 \pm \Delta\rho/4$ 和 $\rho_i + \Delta\rho/4 \pm \Delta\rho/4$,投票值分别记为 $A(\rho_i - \Delta\rho/4, \theta_j)$ 和 $A(\rho_i + \Delta\rho/4, \theta_j)$ 。

$(\rho_i + \Delta\rho/4, \theta_j)$ 。

(6)如果得到的直线描述不是单一的直线($A_r(\rho_i - \Delta\rho/4, \theta_j) < 0.5$ 且 $A_r(\rho_i + \Delta\rho/4, \theta_j) < 0.5$),则把所得直线加入到直线列表中,返回到步骤(4);

如果得到的直线描述为单一的直线($A_r(\rho_i - \Delta\rho/4, \theta_j) > 0.5$ 或 $A_r(\rho_i + \Delta\rho/4, \theta_j) > 0.5$),而且比局部Hough变换之前的直线描述更精确(即相对投票值增大了),则 $\Delta\rho_{\max} = \Delta\rho, \Delta\rho_{\min}$ 不变,返回到步骤(5);

如果得到的直线描述为单一的直线,但相对投票值比局部Hough变换前的相对投票值小,则 $\Delta\rho_{\max}$ 不变、 $\Delta\rho_{\min} = \Delta\rho$,返回到步骤(5);

(7)如果直线列表中还有直线没有处理,返回到步骤(4);否则结束。

4 实验结果及算法分析

图8所示7条直线的宽度分别为1到7个像素,叠加的椒盐噪声密度为0.02,算法的结果列于图9。实验结果表明,本算法能够求得各种粗细直线的宽度(图9中的 $\Delta\rho$)。

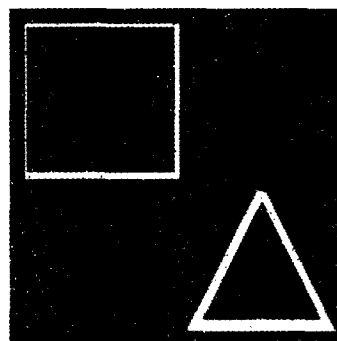


图8 实验原因

line =

P	θ	投票数	ΔP	相对投票值
11.0000	0	184.0000	2.0000	0.9583
101.0000	0	364.0000	4.0000	0.9575
190.0000	0	599.0000	7.0000	0.8861
185.0000	63.0000	505.0000	6.0000	0.8530
10.0000	90.0000	93.0000	1.0000	0.9394
100.0000	90.0000	275.0000	3.0000	0.9325
87.0000	116.0000	424.0000	5.0000	0.7681

图9 本算法检测的结果(直线列表)

粒度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 越小,Hough变换计算的时空复杂度就越大;最佳粒度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 给出了正确检测对象所需的最小计算复杂度;采用折半查找的策略搜索最佳粒度 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 的大小,所需时间较小。故,和传统的Hough变换相比本算法具有更高的计算效率。

结论 本文在深入研究Hough变换的基础上,分析了传统Hough变换存在的缺陷以及产生该缺陷的原因。在学习粒度计算理论的基础上,指出传统Hough变换产生缺陷的原因在于:单一粒度下的观察。要克服传统Hough变换中的缺陷,就要在多个粒度下来观察Hough变换的结果,并融合多个粒度下的观察结果以得到各种粗细直线的精确描述。遗憾的是:鉴于算法的复杂性,本文算法只对 $(\Delta\rho, \Delta\theta)$ 中的 $\Delta\rho$ 粒度进行二进制(二分法)规划和平移操作,以确定最佳的 $\Delta\rho$ 粒度及其分布区间。可喜的是:尽管如此,算法的实验已给出

良好的结果。同时具有 $\Delta\rho$ 和 $\Delta\theta$ 两个粒度搜索的算法在下一步的研究之中。本文研究的另一个意义在于:成功地将粒度计算思想应用于实践。粒度计算思想并不复杂,它只是模仿人思考问题的方式;和它相关的有:小波分析的多尺度多分辨率思想、有限精度分析的思想 and 传统测量技术的思想;然而粒度计算思想的论域要大得多,它强调对几乎所有事物的考察都要用粒度的眼光。实际上,粒度构成了无穷世界到有限空间的桥梁。

参考文献

- 1 Kalviainen H, Xu Lei. Probabilistic and non-probabilistic Hough transform: overview and comparisons[J]. Image and Vision Com-

- puting, 1995, 13(4): 239~252
- 2 唐亮,谢维信. 自适应模糊 Hough 变换[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 946~949
- 3 Xu L., Oja E., Kultane P. A new curve detection method; randomized Hough transform (RHT)[J]. Pattern Recognition Letters, 1990, 11(5): 331~338
- 4 孙丰荣,刘积仁. 快速霍夫变换算法[J]. 计算机学报, 2001, 24(10): 1102~1109
- 5 Zadeh L. A. Towards a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 19(1): 111~127
- 6 张钱,张铃. 问题求解理论与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 1990. 10~30
- 7 张燕平,张玲,吴涛. 不同粒度世界的描述法—商空间法[J]. 计算机学报, 2004, 27(3): 328~333
- 8 Yao Y Y. Granular Computing[J]. Computer Science, 2004, 31(22): 1~5

(上接第 180 页)

包含 x 或 y , 则函数 $OHP_2(H, x, y)$ 返回一条路 $P \in OP(\{H\}, x, y)$ 。

证明:假设 $V(H) = n$ 。显然, $n \geq 4$ 。下面对 n 用归纳法证明。

(1) 当 $n = 4$ 。由 Halin 图的定义, H 是轮。进而由定理 4, $|P(H, x, y)| \leq n$ 。因此语句 2) 返回一条路 $P \in OP(\{H\}, x, y)$ 。

(2) 假设对任意 $n \leq k$ 定理成立。

(3) 当 $n = k + 1$ 时。若 H 是轮, 同(1), 定理成立。若 H 不是轮。显然树 T 的后序序列 Q 中第一个内部结点及其所有孩子结点的导出子图, 即 $H[\{w, u_0, u_1, \dots, u_r\}]$, 为 H 中的一个扇。令 $F = H[\{w, u_0, u_1, \dots, u_r\}]$ 。由 y 为 T 的根结点, $y \notin V(F)$ 。又由 H 中所有扇包含 x 或 y , 因此 $x \in V(F)$ 。

OHP_2 中 Case 1~5 给出了当 x 在 F 中不同位置时的处理过程, 根据 $\times_{x,y}$ 定义, 每种处理过程类似, 下面我们只需证明在满足 Case 1 时, 定理成立。

若 Case 1 的条件满足, 则 x, y 和 F 满足第 3 部分中 $\times_{x,y}$ 定义的 Case 2。语句 8) 构造的 H_{21} 和 H_{22} 满足: $\{H_{21}, H_{22}\} = H \times_{x,y} F$ 。由定理 3 和 $\times_{x,y}$ 定义可知: H_{21} 和 H_{22} 的所有扇包含 x 或 y , $|V(H_{21})| < |V(H)| = k + 1$ 和 $|V(H_{22})| < |V(H)| = k + 1$ 。因此, 由递归假设, 语句 9) 和 10) 中 P_1 和 P_2 满足: $P_1 \in OP(\{H_{21}\}, x, y)$ 和 $P_2 \in OP(\{H_{22}\}, x, y)$ 。进而语句 11) 中 P' 满足 $P' \in OP(\{H_{21}, H_{22}\}, x, y)$ 。由定理 1(2) 可知: 语句 12)~21) 中所得到的路径 $P \in OP(\{H\}, x, y)$ 。因此当满足 Case 1 条件时, 语句 22) 返回路径 $P \in OP(\{H\}, x, y)$ 。□

定理 6 若 $x \in V(H), y \in V(H)$, 则函数 $OHP_1(H, x, y)$ 返回一条路 $P \in OP(\{H\}, x, y)$ 。

证明:若 H 是轮。显然, 由定理 4, 语句 2) 返回一条路 $P \in OP(\{H\}, x, y)$ 。

若 H 不是轮。根据文[3], 语句 4)~6) 重复 $\times_{x,y}$ 压缩不包含 x 和 y 的扇直到压缩后的图中不存在这样的扇。为了与原图 H 区分开, 我们把执行完语句 4)~6) 的循环压缩后得到的图记为 H' 。由定理 5 可知, 语句 7) 中的路径 $P \in OP(\{H'\}, x, y)$ 。进而根据文[3], 执行语句 8) 后, $P \in OP(\{H\}, x, y)$ 。□

6 算法的复杂度分析

6.1 时间复杂度

令 $n = |V(H)|$ 。

定理 7 若 $x \in V(H), y \in V(H)$ 而且 H 中所有扇包含 x 或 y , 则函数 $OHP_2(H, x, y)$ 的时间复杂度为 $O(n^2)$ 。

证明:若 H 是轮。由定理 4, 易得: 计算 $P(H, x, y)$ 中所有路的花费需要的时间为 $O(n)$ 。

若 H 不是轮。显然, 语句 4)~6) 需 $O(n)$ 时间。 H_{21} 和 H_{22} 可以在遍历树 T 和 C 的同时构造并赋边权值。因此, 语句 8) 需 $O(|E(H)|)$ 时间。又由 Halin 图定义可知 $|E(H)| = O(n)$, 因此语句 8) 需 $O(n)$ 时间。显然, 语句 (11)~(22) 需 $O(n)$ 时间。因此除去递归调用语句 9) 和 10), 执行 Case 1 总共需要 $O(n)$ 时间, 同理, Case 2~6 中除去递归调用语句总共需要 $O(n)$ 时间, 因此函数 $OHP_2(H, x, y)$ 除去递归调用语句总共需要花费 $O(n)$ 时间。

由定理 3, 每调用一次 OHP_2 其作用为压缩一个包含结点 x 的扇。显然 $OHP_2(H, x, y)$ 结束时, 递归调用的次数与压缩所有只包含结点 x 的扇过程中生成的 Halin 图的数目相同。而由 $\times_{x,y}$ 的定义可知, 每压缩一个扇, 至多生成两个 Halin 图。进而由定理 3, 压缩只包含结点 x 的扇过程中生成的 Halin 图至多 $1 + 2^1 + \dots + 2^{\text{Height}(T)-1}$ 个。而由 Halin 图的定义可知: $\text{Height}(T) < \log_2 n$ 。因此递归调用的总次数 $< 1 + 2^1 + \dots + 2^{\log_2 n-1} = n$ 。而由 $\times_{x,y}$ 的定义可知, 每次递归调用中输入的 Halin 图的结点数小于 n 。因此函数 $OHP_2(H, x, y)$ 的时间复杂度为 $O(n^2)$ 。□

定理 8 函数 $OHP_1(H, x, y)$ 的时间复杂度为 $O(n^2)$, 其中 $x \in V(H)$ 且 $y \in V(H)$ 。

证明:若 H 是轮。与定理 7 类似可得 $OHP_1(H, x, y)$ 的时间复杂度为 $O(n)$ 。若 H 不是轮。由文[3]可知: 语句 4)~6) 和 8) 共需 $O(n)$ 时间。而由定理 7, 语句 (7) 需 $O(n^2)$ 时间, 因此, $OHP_1(H, x, y)$ 的时间复杂度为 $O(n^2)$ 。□

6.2 空间复杂度

本算法所需的主要空间: 保存函数 $OHP_2(H, x, y)$ 在递归调用的过程中生成的所有 Halin 图。由定理 7 可知, 这些的 Halin 图最多有 $O(n)$ 个, 而且每个结点数不超过 n 。保存每个 Halin 图只需要保存其特征树与伴随图, 即 $O(n)$ 空间, 因此本算法总共需要 $O(n^2)$ 空间。

参考文献

- 1 Winter P. Steiner problem in Halin networks. Discrete Applied Mathematics, 1987, 17(3): 281~294
- 2 裴定俊. Halin 图中的 Hamilton 路径, 1995, 8(2): 158~160
- 3 Cornuéjols G, Naddef D, Pulleyblank W R. Halin graph and the traveling salesman problem. Mathematical Programming, 1983, 26: 287~294
- 4 Winter P. Steiner Problem in Networks: A survey. Networks, 1987, 17(2): 129~167
- 5 Horton S B, Parker R G. On Halin subgraphs and supergraphs, Discrete Applied Mathematics, 1995, 56(1): 19~35
- 6 Halin R. Studies On minimally n -connected graphs, Combinatorial Mathematics and its Applications. London, Academic Press, 1971. 129~136
- 7 Monnot J. Approximation algorithms for the maximum Hamilton path problem with specified endpoints. European Journal of Operational Research, 2005, 161(3): 721~735
- 8 Bondy J A, Murty U S R. Graph theory with applications. London, Macmillan Press, 1976