

DSmT 相关证据模型及反问题近似解求法^{*})

王 进 孙怀江

(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)

摘 要 介绍了一种新的信息融合理论——DSmT(Dezert-Smarandache Theory)。在 DSmT 下,鉴于实际处理的证据经常是相关证据,提出了一种新的模型表示相关证据。其中两个相关证据各自由一个独立源证据和一个相关源证据正交和合成,相关证据的合成就归结为这两个独立源证据和这个相关源证据的正交和合成。辨识独立源证据是一个反问题,该反问题可能不存在唯一精确解,此时采用了粒子群优化算法求其近似解。

关键词 Dezert-Smarandache 理论,证据理论,智能系统

A Dependent Evidence Model of DSmT and the Approximate Solution of the Inverse Problem

WANG Jin SUN Huai-Jiang

(College of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract A new information fusion theory—Dezert-Smarandache Theory is introduced. In this framework a new model is proposed to represent dependent evidences for the case that the evidences we usually have are dependent. In this model, two dependent evidences are considered resulted from orthogonal sum of one dependent original evidence and two independent original evidences, respectively. Combining the two dependent evidences can be reduced to an orthogonal sum of the two independent original evidences and the dependent original evidence. Identifying the independent original evidences is an inverse problem. The inverse problem does not always have a unique exact solution, and the PSO arithmetic is adopted for the approximate solution of the inverse problem.

Keywords Dezert-smarandache theory, Evidence theory, Intelligent system

1 引言

2002 年, Jean Dezert 和 Florentin Smarandache 提出了一种新的信息融合理论 DSmT^[1],它是 D-S 证据理论^[2]的自然扩展。D-S 证据理论是经典概率论的自然扩展,它相对于概率论,能很好地表示和处理不确定信息,目前已经成为智能系统中处理不确定信息的一个常用的方法。相对于 D-S 证据理论,DSmT 不仅可以很好地表示和处理不确定信息,而且可以很好地表示和处理矛盾信息。DSmT 的提出引起了国际上一些学者的关注,提出之后连续 4 年在信息融合国际会议(International Conference on Information Fusion)上被深入研讨。DSmT 产生后短短几年时间里出现了不少实际应用^[3~6],展示了很好的发展前景。

DSmT 和 D-S 证据理论一样,都是强制假定所处理的证据是独立证据,但是实际中要处理的证据很可能是相关证据。文^[7]提出了 D-S 证据理论中相关证据的合成方法。本文借鉴文^[7],提出了在 DSmT 理论框架下相关证据的模型,并对其中反问题的近似解求法进行了研究。

2 D-S 证据理论

证据理论是建立在一个非空集合 Θ 上的理论, Θ 由有限个互斥且穷尽的命题组成,称为鉴别框架(Frame of Discernment)。

若 m 为幂集 2^Θ 到区间 $[0,1]$ 的函数且满足条件

$$\begin{cases} m(\Phi) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

则 m 称为基本概率分配函数(BPA)。

设两个独立证据 E_1 和 E_2 对应的 BPA 分别是 m_1 和 m_2 , 则合成证据 E 的 BPA 定义为

$$m(\phi) = 0 \quad (2)$$

$$m(C) = \frac{\sum_{\substack{A \subseteq \Theta, B \subseteq \Theta \\ A \cap B = C}} m_1(A) m_2(B)}{1 - \sum_{\substack{A \subseteq \Theta, B \subseteq \Theta \\ A \cap B = \phi}} m_1(A) m_2(B)} \quad (3)$$

这就是 Dempster 合成规则。

D-S 证据理论是经典概率论的一般化扩展,它引入了对不确定(Uncertainty)的描述,在目标检测、识别、诊断和决策等方面得到了广泛的应用,在不少领域取得了很好的成果。

但是,D-S 证据理论也有一些不足之处。比如,D-S 证据理论无法处理相关证据。另外,D-S 证据理论在处理矛盾证据的时候也遇到了困难。Zadeh 曾举了一个例子^[8]说明 D-S 证据理论处理矛盾证据时的不足:

例 1 两个医生检查了一名病人,认为这个病人可能得的病是:脑膜炎(M)、脑震荡(C)、脑瘤(T),因此 $\Theta = \{M, C, T\}$ 。假设这两个医生都认为这个病人得脑瘤的可能性很小,但是是脑膜炎还是脑震荡,两个医生存在很大的分歧,他们的诊断如下:

$$m_1(M) = 0.99, m_1(T) = 0.01 \quad (4)$$

^{*}) 本工作得到南京理工大学青年学者基金资助项目资助(编号 NJUST200304)。王 进 博士研究生,主要研究方向为 Web 智能;孙怀江 研究员,博士生导师,研究领域包括信任管理、智能系统。

$$m_2(C)=0.99, m_2(T)=0.01 \quad (5)$$

现在使用 Dempster 合成规则得到

$$m(T)=\frac{0.0001}{1-0.0099-0.0099-0.9801}=1 \quad (6)$$

合成结果表明这个病人肯定是得了脑瘤,这是一个非常意外的结果。

3 一种 D-S 相关证据模型

针对 D-S 证据理论无法处理相关证据的问题,文[7]提出了一种在 D-S 证据理论框架里的相关证据的合成方法:

假设两个 D-S 相关证据 E_1 和 E_2 是由三个独立的源证据 E_{h1}, E_{h2} 和 E_h 合成的。 E_{h1}, E_{h2} 表示独立的部分,称为独立源证据, E_h 表示相关的部分,称为相关源证据。图 1 说明了它们之间的关系。

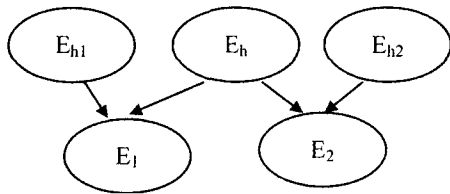


图 1 D-S 相关证据的产生

实际使用中,假设只能得到相关证据 E_1 和 E_2 以及相关源证据 E_h , 而

$$m=m_{h1} \oplus m_h \oplus m_{h2} = m_1 \oplus m_{h2} = m_{h1} \oplus m_2 \quad (7)$$

为了求得 E , 可以先辨识出 E_{h1} 或 E_{h2} , 然后利用公式(7)来合成。由 E_1 和 E_h 辨识出 E_{h1} , 或由 E_2 和 E_h 辨识出 E_{h2} 可以认为是反问题。

4 DSMT 基础^[1,9]

DSMT 是一个新的理论,它是经典概率理论和 D-S 证据理论的一个自然扩展,这个关系从下面可以看出。设 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ 是只包含了两个基本假设的鉴别框架,那么

- 概率理论,它的基本概率分配函数 $m(\cdot) \in [0, 1]$ 满足 $m(\{\theta_1\}) + m(\{\theta_2\}) = 1$ (8)

• D-S 证据理论,它的基本信度分配函数 $m(\cdot) \in [0, 1]$ 满足

$$m(\{\theta_1\}) + m(\{\theta_2\}) + m(\{\theta_1 \cup \theta_2\}) = 1 \quad (9)$$

• DSMT,它的广义基本信度分配函数 $m(\cdot) \in [0, 1]$ 满足

$$m(\{\theta_1\}) + m(\{\theta_2\}) + m(\{\theta_1 \cup \theta_2\}) + m(\{\theta_1 \cap \theta_2\}) = 1 \quad (10)$$

4.1 超幂集

设 $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_n\}$ 是一个由 n 个完备假设组成的有限集,称为广义鉴别框架(Generalized Frame of Discernment)。

超幂集(Hype-power Set)是由以下几个规则定义的集合:

- (1) $\Phi, \theta_1, \dots, \theta_n \in D^{\theta}$ 。
- (2) 如果 $A, B \in D^{\theta}$, 那么 $A \cap B \in D^{\theta}$ 且 $A \cup B \in D^{\theta}$ 。
- (3) 除了用规则(1)和(2)得到的元素外, D^{θ} 不包含其它的元素。

4.2 广义基本信度分配

令 Θ 为一个广义鉴别框架,如果函数 $m: D^{\theta} \rightarrow [0, 1]$ 满足如下条件:

$$m(\phi) = 0 \quad (11)$$

$$\sum_{A \in D^{\theta}} m(A) = 1 \quad (12)$$

则 m 称为广义基本信度分配函数(General Basic Belief Mass, gbba)。

广义信度函数(Generalized Belief Function)和广义似真度函数(Generalized Plausibility Function)分别定义如下:

$$Bel(A) = \sum_{\substack{B \subseteq A \\ B \in D^{\theta}}} m(B) \quad (13)$$

$$Pl(A) = \sum_{\substack{B \cap A \neq \phi \\ B \in D^{\theta}}} m(B) \quad (14)$$

4.3 自由 DSMT 模型和混合 DSMT 模型

Θ 中的元素 $\theta_i, i=1, \dots, n$, 构成了一个包含所考虑问题的假设的一个有限集。 D^{θ} 如果不加任何其他的约束,就把这个模型叫做自由 DSMT 模型(Free DSMT Model),表示为 $M^f(\Theta)$;如果元素之间都是互斥的,那么加上所有这些互斥的约束之后,超幂集 D^{θ} 就退化为经典幂集 2^{θ} ,相应的模型也就退化为 Shafer 模型,表示为 $M^s(\Theta)$ 。

在某些特殊的融合问题中,有一部分 θ_i 确实是互斥的。为了更好地描述融合问题的本质,使其更符合实际情况,将这些互斥约束(Exclusivity Constraint)加到模型中,也就是混合 DSMT 模型(Hybrid DSMT Model),表示为 $M(\Theta)$ 。所以,自由 DSMT 模型 $M^f(\Theta)$ 和 Shafer 模型 $M^s(\Theta)$ 可以看作是混合 DSMT 模型 $M(\Theta)$ 的两个特例。

本文中相关证据的合成方法仅涉及自由 DSMT 模型,更多的关于混合 DSMT 模型的介绍可以参考文[1,9]。

4.4 自由 DSMT 模型中独立证据的合成

令 m_1 和 m_2 是同一个广义鉴别框架 Θ 上的两个独立的 gbba, 定义满足如下两个条件的函数 $m: D^{\theta} \rightarrow [0, 1]$

$$\begin{cases} m(\phi) = 0 \\ m(C) = \sum_{\substack{A, B \in D^{\theta} \\ A \cap B = C}} m_1(A) m_2(B) \end{cases} \quad (15)$$

则 m 也是一个 gbba, 表示为 $m = m_1 \oplus m_2$ 。

5 DSMT 与 D-S 证据理论的比较

在 D-S 证据理论里,鉴别框架 Θ 中的基本元素认为是不可再分的而且是两两互斥的。DSMT 是 D-S 证据理论的自然扩展,它抛弃了这一约束,所以它比 D-S 证据理论更一般,表达能力更强。

下面用 DSMT 来讨论第 2 节所提到的 Zadeh 例子,并与 D-S 证据理论解得的结果进行比较。

设 $\Theta = \{M, C, T\}$, 两个医生分别作出了这样的诊断:

$$m_1(M)=0.99, m_1(T)=0.01, \forall A \in D^{\theta}, A \neq T, A \neq M, m_1(A)=0, m_2(C)=0.99, m_2(T)=0.01, \forall A \in D^{\theta}, A \neq T, A \neq C, m_2(A)=0$$

利用 DSMT 合成规则得到如下结果:

$$m(M \cap C) = 0.9801$$

$$m(M \cup T) = 0.0099$$

$$m(C \cap T) = 0.0099$$

$$m(T) = 0.0001$$

可以得到如下的广义信度函数:

$$Bel(M) = m(M \cap C) + m(M \cap T) = 0.99$$

$$Bel(C) = m(M \cap C) + m(T \cap C) = 0.99$$

$$Bel(T) = m(T) + m(M \cap T) + m(C \cap T) = 0.0199$$

合成后 $m(M \cap C)$ 很大,这意味着这个病人可能得的是脑

膜炎也可能是脑震荡,但是基本上不可能是脑瘤,这个结论与直觉是一致的。根据这个结论,医生将不可能对病人采取脑瘤的治疗方法,这就帮助医生拯救病人生命做出了一个重要的决定。当然,最后采取什么治疗方法,还要进一步深入检查才能决定。而 D-S 证据理论对这个问题的结果完全肯定这个病人是得了脑瘤,这与直觉明显不符。

Zadeh 这个关于矛盾证据的问题提出来之后,涌现了许多针对 Dempster 合成方法的改进方法。但是大多是启发式的,并且都或多或少存在着一些局限。而 DSmT 则从理论模型层次上引入了对矛盾证据的处理,能够很好地解决高冲突证据的合成^[9]。

6 DSmT 相关证据模型

与 D-S 证据理论一样,DSmT 也不适用于对相关证据进行处理。因此本文借鉴文[7]中的思想,假设自由 DSm 模型中的两个相关证据 E_1 和 E_2 是由三个独立的源证据 E_{h1} , E_{h2} 和 E_h 合成的。本文采用文[7]中的名称和表示方法: E_{h1} , E_{h2} 表示独立的部分,称为独立源证据; E_h 表示相关的部分,称为相关源证据。

把图 1 的 D-S 证据理论框架中的证据换成 DSm 理论框架中的证据,符号不变,模型中 E_1 由 E_{h1} 和 E_h 合成, E_2 由 E_{h2} 和 E_h 合成。 E_h 既参与了 E_1 的合成,也参与了 E_2 的合成,所以 E_1 和 E_2 是相关的。

根据这个模型,合成证据的实际 gbba 应该是

$$m = m_{h1} \oplus m_h \oplus m_{h2} \quad (16)$$

而用经典 DSm 合成规则计算的合成证据的 gbba 为

$$m' = m_{h1} \oplus m_h \oplus m_h \oplus m_{h2} \quad (17)$$

容易看出, m_h 被多用了一次,这就造成了 m' 与实际结果 m 之间的误差。下面举个例子说明。

例 2 设 $\Theta = \{A, B\}$, 两个 DSmT 独立源证据 E_{h1} , E_{h2} 和相关源证据 E_h 已知,计算 E_1 和 E_2 以及利用公式(16), (17) 得到的合成证据的 gbba 见表 1。

表 1 相关证据例子

	A	B	$A \cup B$	$A \cap B$
m_{h1}	0.1	0.6	0.2	0.1
m_{h2}	0.2	0.5	0.1	0.2
m_h	0.7	0.1	0.1	0.1
m_1	0.22	0.14	0.02	0.62
m_2	0.23	0.11	0.01	0.65
m'	0.0574	0.0190	0.0002	0.9234
m	0.07	0.094	0.002	0.834

由表 1 可以看出来,由于 E_h 的 $m_h(A)$ 很大, m' 与 m 的差距比较大,因此 DSmT 相关证据应该用公式(16)来合成。

讨论本文模型的一个特殊情况。当 E_h 是空证据($m_h(\{A \cup B\}) = 1$)时, $m = m_{h1} \oplus m_h \oplus m_{h2} = m_{h1} \oplus m_{h2}$, $m' = m_{h1} \oplus m_h \oplus m_h \oplus m_{h2} = m_{h1} \oplus m_{h2}$, $m = m'$ 。当 E_h 是空证据时,本文模型就退化为自由 DSm 模型(它假定证据是独立的),也就是说本文模型可以认为是自由 DSm 模型的一个扩展,比自由 DSm 模型更具有一般性。

下面研究如何求相关证据。假设已知相关证据 E_1 , E_2 和相关源证据 E_h , 为了得到 E_1 , E_2 的合成证据 E , 根据式(16), 要首先求得 E_{h1} 和 E_{h2} , 称为反问题。式(16)可以写成

$$m = m_{h1} \oplus m_h \oplus m_{h2}$$

$$= m_1 \oplus m_{h2}$$

$$= m_{h1} \oplus m_2 \quad (18)$$

因此,要求 m , 必须先求得 m_{h1} 或 m_{h2} 。采用文[7]中名称,把已知 m_1 和 m_h 求 m_{h1} 的运算称为“正交差”,表示为

$$m_{h1} = m_1 / m_h \quad (19)$$

$$\text{同理, } m_{h2} = m_2 / m_h \quad (20)$$

7 反问题近似解的求法

前面提到的反问题并不总是有唯一精确解。在这种情况下,可以把求解反问题看成一个最优化问题,采用 PSO 算法^[10]求其近似解。

PSO 算法由 Kennedy 博士和 Eberhart 博士于 1995 年提出,是一种基于种群搜索策略的自适应随机优化算法。作为群智能的典型代表,PSO 算法已被证明是一种有效的全局优化方法。

设反问题为:已知 m_1, m , 且 $m_1 \oplus m_2 = m$, 求 m_2 。其中, m_1, m_2 和 m 都是同一个广义鉴别框架 Θ 下的 gbba。

在一个 Dim 维($Dim = |\Theta| - 1$, 其中令 $m_2(\phi) = 0$)的目标搜索空间中,由 M 个粒子组成一个群落,其中第 i 个粒子表示为一个 Dim 维的向量 $\vec{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iDim})$, $i = 1, 2, \dots, M$, 即第 i 个粒子在 Dim 维空间的位置。将 \vec{x}_i 带入一个目标函数就可以计算出其适应值,根据适应值的大小衡量 \vec{x}_i 的优劣。第 i 个粒子的“飞翔”速度也是一个 Dim 维的向量,记为 $\vec{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iDim})$ 。

记第 i 个粒子迄今为止搜索到的最优位置($pbest$)为 $\vec{p}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iDim})$, 整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置($gbest$)为 $\vec{p}_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gDim})$, 采用下面的公式对粒子操作:

$$v_{id} = v_{id} + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}) + c_2 r_2 (p_{gd} - x_{id}) \quad (21)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (22)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, M, d = 1, 2, \dots, Dim$ 。学习因子(又称加速因子) c_1 和 c_2 是非负常数,分别调节粒子向全局最优粒子和个体最优粒子方向飞行的步长。取值合适,可加快收敛,且不易陷入局部最优。通常, $c_1 = c_2 = 2$, r_1 和 r_2 是 $[0, 1]$ 之间的随机数。适应度函数定义为 $m_1 \oplus \vec{x}$ 和 m 之间的平均平方误差(MSE):

$$F(\vec{x}) = MSE(m_1 \oplus \vec{x}, m) \quad (23)$$

迭代中止条件根据具体问题一般选为达到最大迭代次数或(和)粒子群搜索到的全局最优解满足误差要求。

例 3 广义鉴别框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$, 已知 $m_1 \oplus m_2 = m$ 。其中 $m(\{\theta_1 \cap \theta_2\}) = 0.7, m(\{\theta_1\}) = 0.1, m(\{\theta_2\}) = 0.1, m(\Theta) = 0.1, m_1(\{\theta_1 \cap \theta_2\}) = 0.73, m_1(\{\theta_1\}) = 0.11, m_1(\{\theta_2\}) = 0.11, m_1(\Theta) = 0.05$ 。求 m_2 。

表 2 用 PSO 求解反问题的例子

m_2	解析解	近似解
$\{\theta_1 \cap \theta_2\}$	-0.1	0.0000
$\{\theta_1\}$	0.3	0.2000
$\{\theta_2\}$	0.3	0.2000
Θ	0.5	0.6000

在这个例子中,先根据式(15)列出方程组,因为解得该方程组的解析解中出现了负数,如表 2 第 2 列所示,所以这个解析解不满足 gbba 的条件(如果解析解满足 gbba 的条件则称其为精确解)。因此用 PSO 算法求得一组近似解,结果如表 2

(下转第 244 页)

来产生一个适用的抽象模型。通过这种方法既可以降低难度又可以得到适当精度的抽象模型。在基于抽象的模型检测中,另一个追求的目标就是抽象系统的自动生成。通过抽象求精方法可以自动生成适当的抽象系统。基于 K-模拟的抽象求精方法是下一步的研究重点。

参 考 文 献

- 1 Clarke E M, Grumberg O, Peled D. Model Checking. Massachusetts: MIT Press, 1999
- 2 Milner R. An algebraic definition of simulation between programs. In IJCAI, 1971, 481~489
- 3 Etessami K. A hierarchy of polynomial-time computable simulations for automata. In: CONCUR 2002 - Concurrency Theory, 13th International Conference, Brno, Czech Republic, August Proceedings, volume 2421 of Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2002, 131~144
- 4 Dams D, Namjoshi K S. Automata as abstractions. In VMCAI, volume 3385 in Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, 2005, 216~232
- 5 Etessami K, Wilke T, Schuller R A. Fair simulation relations, parity games, and state space reduction for buchi automata. In: ICALP '01: Proceedings of the 28th International Colloquium on Automata, Languages and Programming, London, UK, 2001, 694~707
- 6 Klarlund N, Kozen D. Rabin measures and their applications to fairness and automata theory. In LICS, IEEE Computer Society, 1991, 256~265
- 7 Jurdzinski M. Small progress measures for solving parity games. In: Horst Reichel and Sophie Tison, eds. STACS 2000. 17th Annual Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science, Proceedings, volume 1770 of Lecture Notes in Computer Science, Lille, France, February 2000, 290~301

(上接第 202 页)

第 3 列所示,误差也用式(23)计算得 0.0026。

结论 DSMT 是一种新兴的信息融合理论,它是 D-S 证据理论和经典概率论的一般化扩展,能够很好地处理不确定和矛盾信息。目前已经出现了不少关于 DSMT 的研究和应用,但是 DSMT 的发展才有几年的时间,还未引起足够的重视,还有很大的发展空间。

比较了 DSMT 和 D-S 证据理论,表明 DSMT 比 D-S 证据理论的表达能力更强,更擅长对矛盾信息的处理。此外, D-S 证据理论不适用于处理相关证据,而 DSMT 也存在着这样的问题。因此,参照文[7],提出了 DSMT 相关证据模型。DSMT 相关证据模型中涉及到了反问题的求解,但是反问题并不总是有唯一精确解,所以这时将反问题求解看成一个最优化问题,采用 PSO 算法求其近似解。

本文提出了 DSMT 相关证据模型,解释相关证据的起源,为处理 DSMT 相关证据提供了理论基础。

参 考 文 献

- 1 Dezert J. An introduction to the theory of plausible and paradoxical reasoning. In: International Conference on Numerical methods and Applications, Springer Verlag Ed, Borovetz, Bulgaria, 2002
- 2 Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1976
- 3 Tchamova A, Semerdjiev T, Dezert J. Estimation of target behavior tendencies using Dezert-Smarandache theory. In: The 6th International Conference on Information Fusion, Radisson Hotel, Cairns, Queensland, Australia, 2003
- 4 Tchamova A, Dezert J, Semerdjiev T, et al. Target tracking with generalized data association based on the general DSMT rule of combination. In: The 7th International Conference on Information Fusion, Stockholm, Sweden, 2004
- 5 Tchamova A, Dezert J, Semerdjiev T, et al. Multi-target tracking applications of Dezert-Smarandache theory. NATO Advanced Study Institute, Albena, Bulgaria, 2005
- 6 Corgne S, Hubert-Moy L, Dezert J, et al. Land cover change prediction with a new theory of plausible and paradoxical reasoning. In: The 6th International Conference on Information Fusion, Radisson Hotel, Cairns, Queensland, Australia, 2003
- 7 孙怀江, 杨静宇. 一种相关证据合成方法. 计算机学报, 1999, 22(9): 1004~1007
- 8 Zadeh L A. On the validity of Dempster's rule of combination of evidence. ERL Memo M79/24, University of California, Berkeley, 1979
- 9 Smarandache F, Dezert J. Advances and applications of DSMT for information fusion. Rehoboth: America Reserch Press, 2004
- 10 Kennedy J, Eberhart R. Particle Swarm Optimization. In: Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia: IEEE Press, 1995