

一种新的鲁棒子空间建模方法^{*})

余成文 郭 雷 张前进 李晖晖

(西北工业大学自动化学院 西安 710072)

摘 要 针对传统子空间建模技术中存在的两个难点问题,即对训练数据中的噪音或局外点非常敏感和基于批处理方式的大尺度高维样本模型学习计算非常费时,提出了一种新的鲁棒子空间建模方法。该方法先利用基于双平方函数的鲁棒估计,基于梯度下降的学习规则和 M-估计器来同时学习和估计线性模型的初始参数,自动分级检测出初始训练样本集中的样本级局外点和样本中的信号级局外点;然后利用鲁棒的增量学习来更新参数,获得可靠的子空间模型。实验证明,这种新的鲁棒子空间建模方法能有效处理不同类型的噪音数据,在学习亮度子空间模型时能有效解决亮度明显变化、遮挡、噪音污染等敏感问题,并且具有较快的学习速度。

关键词 子空间建模, 增量学习, 鲁棒统计 M-估计器, 局外点

A New Robust Subspace Modeling Method

YU Cheng-Wen GUO Lei ZHANG Qian-Jin LI Hui-Hui

(College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract Noise data can arbitrarily skew the solution from the desired solution in traditional subspace learning methods that based on least squares estimation, in addition, batch-based mode of subspace learning is time consuming for large scale and high dimensional problem. To deal with these two problems simultaneously, we propose a new robust learning method which comprise of two parts: robust initial parameter learning based on robust dual square function, degrade descending rule and M-estimators, which can automatically detect and remove picture level outliers and pixel level outliers; then followed by a robust incremental subspace learning process considering removing the picture level outliers and pixel level outliers. The simulation experiments show that our method is robust to different noise data, and gets better reconstruction effect of training data through learned subspace for illumination with a much more higher learning speed than Torre's method^[4].

Keywords Subspace learning, Incremental learning, Robust statistic, M-estimation, Outlier

1 引言

在计算机视觉领域,子空间建模主要用来从训练数据集学习低维线性或多线性模型,目前已经存在几个经典的子空间线性模型学习技术,包括主成分分析(PCA),因子分析(FA)和奇异值分解(SVD)等^[1],这些方法都直接或间接地与线性回归相关,在原理上基于迭代最小平方技术,对局外点非常敏感。在训练样本集中存在样本级的局外点,也存在信号级的局外点,如对二维图像信号,整个图像都是局外点或者仅仅图像的一部分被污染。局外点可以将正确结果任意偏离,因此,有必要开发鲁棒的子空间学习技术来自动处理局外点的影响。另一方面,当维数和训练样本都很大时,以批处理方式进行子空间模型的学习变得非常费时。针对该类方法的缺点,提出了一种新的鲁棒子空间建模方法。本文仅以主成分分析为例进行分析,通过少量修改,该方法能方便扩展到其它子空间学习技术。

主成分分析是建立形状、外表和运动参数模型的流行技术,在人脸和对象识别,跟踪,检测和背景建模中广泛应用^[2,3]。先前的鲁棒 PCA 技术主要与鲁棒统计的 M-估计相关,Black M J, Jepson A D^[4]在已知基向量的情况下,鲁棒地恢复线性系数来重建输入图像。Xu L, Yuille A^[5]则利用自组织规则和能量函数的关系,建立了一个新的学习规则,并数数据中同时鲁棒地学习基向量和线性系数,仅能有效排除向量内部的局外点,并且对大量训练样本非常费时。Danijel^[6]

利用基于子采样的鲁棒识别来获得系数向量,并将受污染的样本用先前学习的重建值来替代,来获得 PCA 学习的鲁棒性,并扩展到增量方式的 PCA。Li Y.^[7]提出了一个增量学习的主成分分析,但需要假定初始训练样本不受污染。

本文利用基于双平方函数的鲁棒估计排除样本级局外点,再结合 Torre^[1]的排除信号级局外点方法,得到鲁棒的初始参数,然后应用一个修改的鲁棒增量方式来学习子空间,得到一个新的鲁棒子空间建模算法。该方法能增强对各种噪音数据的鲁棒性,同时能减少计算量,达到适合在线计算目的。实验结果证实了本文算法的效果。

2 模型初始参数鲁棒学习

在没有任何背景先验信息的情况下,不知道到底哪个样本或样本的哪部分可能是局外点,必须使用一种迭代的方法来获得鲁棒的初始主成分,这些初始主成分为后续的子空间增量学习提供一个可靠的近似原型模型。

2.1 样本级局外点的排除

设训练数据集 $D \in \mathbb{R}^{n \times d}$, 每列表示一个维数为 d (以 2 维 $a \times b$ 图像为例, $d = a \times b$) 的样本,共 n 个样本。随机选取 n' 个样本,组成初始训练集 $D' \in \mathbb{R}^{n' \times d}$ 。从 D' 中获得样本的中值 κ , 并求得样本偏离中值的平方和 $\theta, \theta_i = \sum_{p=1}^d (d_{ip} - \kappa_p)^2$ 。

训练数据为同一个固定的摄像机采样所得,反应同一场景的光照变换情况,可以假设 θ 的中值残差 $r(r_i = \theta_i - M_{\text{median}}(\hat{\theta}^T))$ 服从零均值随机分布,其中, $\hat{\theta}$ 表示训练集加权后计算

^{*}) 基金项目: 国家自然科学基金项目(60175001)资助。余成文 博士生, 主要从事计算机视觉与模式识别研究; 郭 雷 教授, 博导, 主要研究方向: 神经计算, 模式识别等。

得到的图像偏离中值的平方和。利用双平方函数方法来计算每个图像的鲁棒权值^[8]。

$$\omega_i = \begin{cases} (1 - (r_i/6m)^2)^2 & r_i < 6m (m = M_{\text{median}}(|r|)) \\ 0 & r_i \geq 6m \end{cases} \quad (1)$$

用迭代重调权值最小平方 (IRLS) 使得 $\min(r^T W_i r)$ 收敛, 得到对角线矩阵 W_i , 对角线上每个元素对应每个图像的权值。取域值 α , 后二值化 (0-1) 权值分量, 排除对应的样本级局外点。

2.2 信号级局外点的排除

设 K -主成分 $B \in \mathbb{R}^{d \times k}$, 每列表示数据变化的最大方向。传统计算主成分的方法是将 PCA 的公式写为基准图像 B 的最小平方估计,

$$E_1(B) = \sum_{i=1}^n e_{\mu}(\epsilon_i) = \sum_{i=1}^n \|d_i - BB^T d_i\|^2 \quad (2)$$

上式由于容易受局外点的影响, Torre^[4]通过引入加权系数、尺度参数和惩罚项, 对 (2) 式进行修改, 使得每个像素对于能量函数的贡献具有不同的大小, 并用学习规则同时计算 B 、线性系数 C 和均值 μ ,

$$E_2(B, C, \mu, \sigma, L) = \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^d (L_{\mu}(\tilde{e}_{\mu}^2 / \sigma_p^2) + P(L_{\mu})) \quad (3)$$

其中, $\tilde{e}_{\mu} = d_{\mu} - \mu_p - \sum_{j=1}^k b_{pj} c_{ji}$, $\sigma = [\sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_d]^T$ 为 d 个像素的尺度参数, 不同的像素根据尺度参数和重建误差获取不同的模拟权值 L_{μ} ($0 \leq L_{\mu} \leq 1$), $P(L_{\mu})$ 是一个惩罚函数。利用模拟局外点和鲁棒统计之间的联系, (3) 式的最小化等价于最小化一个鲁棒能量函数

$$E_3(B, C, \mu, \sigma) = \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^d \rho(d_{\mu} - \mu_p - \sum_{j=1}^k b_{pj} c_{ji}, \sigma_p) \quad (4)$$

其中 $\rho(t, \sigma_p) = t^2 / (t^2 + \sigma_p^2)$, 为一个 Geman 误差函数, σ_p 为尺度参数, 控制着鲁棒函数的凸状, 在优化过程中进行确定性退火。该鲁棒 ρ 函数对应惩罚项 $P(L_{\mu}) = (\sqrt{L_{\mu}} - 1)^2$, 并且两次可微, 在基于梯度下降的优化方法中比较有用。鲁棒问题, 可以转化为求能量函数的最小值, 因此, (4) 式的求解, 可转变为求解加权最小平方,

$$E_4(B, C, \mu, W) = \sum_{i=1}^n (d_i - \mu - Bc_i)^T W_i (d_i - \mu - Bc_i) \quad (5)$$

$$= \sum_{p=1}^d (d^p - \mu_d 1_n - C^T b^p)^T W^p (d^p - \mu_d 1_n - C^T b^p) \quad (6)$$

式中对应像素级权值矩阵, W_i 为 W 的第 i 行, W^p 为 W 的第 p 列。

对于加权最小平方问题第 (5)、(6) 式的求解, 需要一个好的计算初始值。首先计算标准 PCA, 获得保存一定能量比例 (此处为 58%) 的初始基数量。在此基样本数量的基础上应用自组织学习规则, 用梯度下降法来迭代获得基样本、线性系数和均值的初值, 升级步长采用用局部二次逼近来估计^[3]。基样本、线性系数和均值的升级公式为

$$\begin{cases} B^{(n+1)} = B^{(n)} - [H_b]^{-1} \cdot (\partial E_2 / \partial B) \\ C^{(n+1)} = C^{(n)} - [H_c]^{-1} \cdot (\partial E_2 / \partial C) \\ \mu^{(n+1)} = \mu^{(n)} - [H_{\mu}]^{-1} \cdot (\partial E_2 / \partial \mu) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $H_b = \zeta(\tilde{E}, \sigma) (C \cdot C)^T$, $H_c = (B \cdot B)^T \zeta(\tilde{E}, \sigma)$, $H_{\mu} = \zeta(\tilde{E}, \sigma) 1_n$, $(\partial E_2 / \partial B) = -\Psi(\tilde{E}, \sigma) C^T$, $(\partial E_2 / \partial C) = -B^T \Psi(\tilde{E}, \sigma)$, $(\partial E_2 / \partial \mu) = -\Psi(\tilde{E}, \sigma) 1_n$, $\Psi(\tilde{E}, \sigma) W \cdot \tilde{E}$, $\zeta_{\mu} = 2 / \sigma_p^2$ 。 W 的每个权值为 $\omega_{\mu} = (\partial \rho / \partial \tilde{e}_{\mu}) / \tilde{e}_{\mu}$, 两者每次升级都更新。尺度参数 σ 用 MAD (绝对中位差) 来计算, MAD 可以认为是标准差的鲁棒统计估计。

$$\sigma_p = \beta \max(1.4826 M_R(|e^p - M_R(|e^p|)|), \sigma_{\min}) \quad (8)$$

其中 M_R 为取像素 p 周边一个区域 R 的中值, $\sigma_{\min}$ 为整个图像的 MAD。 β 为一个常数, 设定局外点 σ_p 为估计的偏差值的 1 到 2.5 倍。其中 e^p 的计算如下: 用保存 58% 能量获得的标准 PCA 计算所得来重构训练集, 获得最小平方重构误差 $\tilde{E}$ 。并用该误差通过 (8) 式计算 σ 的鲁棒估计。

计算流程为: (1) 用 SVD 计算获得保存 58% 能量的初始化均值 $\mu^{(0)}$, $B^{(0)}$, $C^{(0)}$; (2) 计算训练集的重构误差 $\tilde{E}$, 并用 (9) 式计算每个像素的 σ_p 。并乘一个大的常数 K , $\sigma_{\text{initial}} = K \sigma_p$, 使得所有的像素都是局内点。 (3) 用 (7) 式迭代计算基样本、线性系数和均值, 直到 $B^{(n)}$ 和 $B^{(n+1)}$ 间的主角残差小于某个选择的 ϵ 。同时, 为了使得结果不收敛到局部最小, 用确定性退火来进行优化, 如果 $\sigma > \sigma_p$, 根据退火策略降低 σ 。 (4) 由第 3 步得到的值计算训练集的重建值和重建误差, 如果像素残差大于 $\sigma_p / \sqrt{3}$, 则将第 3 步得到权值矩阵 W 对应值置为 0, 得到 W^* 。

2.3 初始基样本和线性系数

初始训练集中的样本级和信号级局外点排除后, 得到的少数基样本和线性系数, 在此基础上增加基样本数目, 并用 IRLS 方法求解基于 (5) 式和 (6) 式的加权最小平方问题, 得到满足重建精度要求的基样本和线性系数。对 (5) 式关于 c_i 和 μ 微分, 对 (6) 式关于 b^p 微分, 得到求解最小值的必要但非充分条件, 并由这些条件派生得到

$$\begin{cases} \mu = (\sum_{i=1}^n W_i)^{-1} \sum_{i=1}^n W_i (d_i - Bc_i) \\ (B^T W_i B) c_i = B^T W_i (d_i - \mu) \quad \forall i = 1 \cdots n \\ (C W^p C^T) b^p = C W^p (d^p - \mu_d 1_n) \quad \forall p = 1 \cdots d \end{cases} \quad (9)$$

计算流程如下: (1) 用上一节中获得的均值, 基样本、线性系数和 W^* 为初值, 通过 (9) 式迭代求解各 $c_i b^j$ 和均值 μ 。 (2) 计算加权的能量百分比 $\zeta = (\sum_{i=1}^n (Bc_i)^T W_i^* (Bc_i) / \sum_{i=1}^n (d_i - \mu)^T W_i^* (d_i - \mu))$, 如果 ξ 小于 0.85, 在上一步收敛的基样本和线性系数基础上, 增加基样本的数目, 并通过 (9) 式得到新的收敛的基样本直到 ξ 大于 0.85。

3 鲁棒增量子空间学习

在鲁棒获得初始模型参数后, 为了增量在线地快速学习子空间模型, 对 Li Y. 的增量子空间建模方法^[7]进行修改, 使其对新来的样本先进行样本级局外点判别, 再采用一个不同的鲁棒函数排除信号级局外点。对新来的单个学习样本, 样本级局外点根据其重建残差的平方和利用域值进行排除, 信号级局外点与 2.2 节中残差能量和 M 估计器的建立的联系过程相似, 加入 M-估计器。鲁棒影响函数采用 $\rho(t, \sigma) = t^2 / (t^2 + \sigma^2)$, 对每个新来样本 y , 尺度参数 σ 用 $\sigma = \beta \max_{i=1}^q \sqrt{\lambda_i} B_i (q$ 为基样本个数) 来升级。计算权值 $\omega = (\partial \rho / \partial t) / t$ 后, 得到新样本的加权表示 $x = \omega^T (y - \mu)$ 。用鲁棒初始化得到的基样本和对应的特征值近似重建协方差矩阵为 Γ , 并引入一个加权参数 α , 在新来样本 y 后, 将新的协方差表示为

$$\Gamma' = \alpha \Gamma + (1 - \alpha) x x^T \approx \alpha \sum_{i=1}^p B_i B_i^T + (1 - \alpha) x x^T = A A^T \quad (10)$$

其中 A 表示 $[\sqrt{\alpha \lambda_1} B_1, \cdots, \sqrt{\alpha \lambda_p} B_p, \sqrt{(1 - \alpha)} x]$ 。 Γ' 为 $d \times d$ 的矩阵, 进行 SVD 分解比较费时, 考虑到 Γ' 的秩为 $p + 1$, 分解 $(p + 1) \times (p + 1)$ 的矩阵 $A^T A$, 得到 $A^T A v_i = \lambda'_i v_i$, $i = 1 \cdots p + 1$, 等式两边同乘矩阵 A 得到 $\Gamma' A v_i = \lambda'_i A v_i$, $i = 1 \cdots p + 1$ 。 $B'_i = A v_i$

为引入新样本后的新的特征向量, λ'_i 为对应的新特征值。

3.1 训练样本

训练样本由 251 幅反映同一场景光照变化的图像(120×160)和 3 幅类型不同的受污染图像组成。前者中部分图像由于有人的活动而产生遮挡现象,如图 2(a) 所示;后者见图 1,

图 1(a)为图像中部受到 11×11 大小的局部强污染(约为像素平均值的 150 倍,通过对图像取对数显示的结果);图 1(b)为含高斯随机噪声样本,由图像中随机稀疏分布位置用与图像相同均值和方差的高斯随机值替代后得到;图 1(c)为一幅与场景类型完全不同的图像按样本规整化后得到。

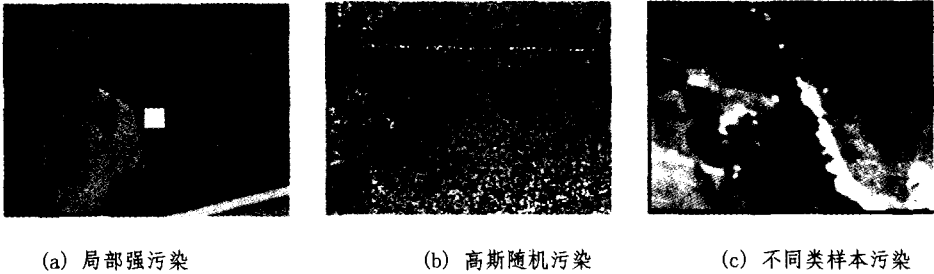


图 1 污染样本



图 2 试验结果:(a)部分原始图像,(b)标准 PCA 重建结果,(c)Torre 方法重建结果,(d)和(e)为本文方法重建和排除的内部局外点

3.2 实验及结果

本文的实验在奔 4 1.7G CPU 和 512MM 存储器上运行。初始训练样本数 n' 为 30, 域值 a_i 取 0.15, 常数 K 取 3.1, 升级鲁棒尺度参数 σ 的调节常数 $\beta=2$, 增量升级权值比例 $\alpha=0.95$ 。为了验证本文算法的有效性, 本文从运行时间和重建质量两方面比较标准 PCA, Torre et al^[1] 的鲁棒 PCA 方法和本文的鲁棒增量 PCA 算法。由于本文算法和 Torre 方法能自动获得基样本数, 本文初始鲁棒参数估计自动得到的初始基图像数为 18, 为了公平起见, 标准 PCA 主成分数也设为 18, 由三种算法得到的部分基图像和重建效果如图 2 所示。

由图 2 可知, 标准 PCA 重建结果受人活动引起的遮挡和光照明显变化, 局部强污染等情况影响较大, Torre 方法虽然能处理遮挡和光照明显变化的情况, 但对局部强污染效果也不理想。本文的方法由于引入样本级局外点排除过程, 取得了较好的重建效果。从定量上来分析重建质量, 三种方法对整个训练集的均值平方重建误差 (MSRE 定义为 $(1/n) \sum_{i=1}^n \|d_i - \mu - Bc_i\|_2^2$) 分别为: 2.2129, 0.05626 和 0.04925。从算法运行时间来看, Torre 的鲁棒算法运行需要 3h10m, 而本文的鲁棒增量子空间算法仅需要 18m, 大大快于 Torre 的鲁棒方法。本文的鲁棒增量算法最费时的部分是在采用迭代的鲁棒初始参数学习部分, 费时约 16m, 增量部分能处理图像约 2fps。由图 2 可知, 本文算法能捕获光照变化, 得到鲁棒的子空间模型, 又由于能排除样本级局外点, 如图 2(e) 所示, 可以应用在自适应背景建模中, 进一步来检测运动对象, 这是下一步需要研究的内容。

结论 本文提出了一种新的鲁棒子空间建模方法, 该方

法主要利用基于双平方函数的鲁棒估计, 梯度下降学习规则和 M-估计器来学习和估计初始参数, 自动从样本级和信号级两个层次来排除局外点的影响, 然后采用一个考虑到样本级和信号级局外点的鲁棒增量方式来学习更新参数, 获得可靠的子空间模型。试验表明, 本文的鲁棒子空间算法, 能够有效处理各种不同类型的噪音, 在背景建模时可以获得反映场景亮度变化的子空间模型, 能有效解决传统背景建模对亮度明显变化, 遮挡, 噪音污染等敏感问题, 同时具有较快的在线学习速度。下一步研究方向有: 进行适量修改, 将本文的方法扩展到其它子空间学习技术中; 在自适应背景建模中应用本文方法, 进一步用来检测运动对象。

参考文献

- 1 De La Torre, Black M J. A Framework for Robust Subspace Learning. *International Journal of Computer Vision*, 2003, 54 (1): 117~142
- 2 Cootes T F, Edwards G J, Taylor C J. Active appearance models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, 23(6): 681~685
- 3 Diamantaras K I. *Principal Component Neural Networks (Theory and Applications)*. John Wiley & Sons, 1996
- 4 Black M J, Jepson A D. Eigentracking: Robust matching and tracking of objects using view-based representation. *International Journal of Computer Vision*, 1998, 26(1): 63~84
- 5 Xu L, Yuille A. Robust principal component analysis by self-organizing rules based on statistical physics approach. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1995, 6(1): 131~143
- 6 Skocaj D. *Robust Subspace Approaches to Visual Learning and Recognition*. University of Ljubljana, Doctoral Dissertation, 2003
- 7 Li Y. On incremental and robust subspace learning. *Pattern Recognition*, 2004, (37): 1509~1518
- 8 DuMouchel W, Brien F O. Integrating a Robust Option into a Multiple Regression Computing Environment. *American Statistical Association*, Alexandria, VA, 1989. 297~301

(上接第 198 页)

以是模糊的。另外, 从可能性值 0.2 可以看出, 工人很少在旧设备上进行操作。利用在本节中介绍的有关图形符号, 就可以将上述状态描述用 FIFO 数据模型表示出来, 如图 10 所示。

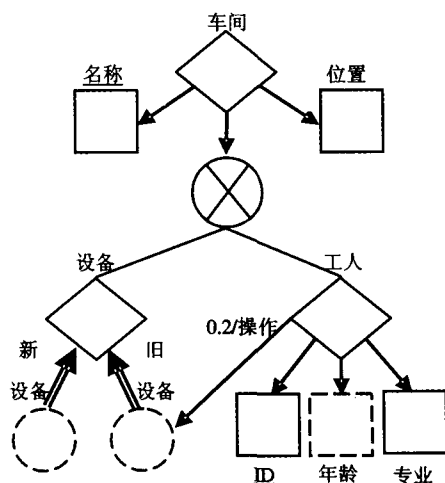


图 10 一个 FIFO 数据模型实例

结束语 计算机技术在非传统领域的应用需要对概念数据进行建模。然而, 已有的概念数据模型在实现日益增长的现实应用时具有一定的局限性。对现实世界中的模糊信息进行建模就是这些应用之一。实际上, 模糊性是现实世界的一

个特点。而在当前, 针对模糊概念数据模型进行建模的研究则很少。

本文将模糊信息引入了 IFO 数据模型的各个不同层次。并给出了 FIFO 所对应的图形表达, 根据本文所提出的概念和方法, 我们能够有效地表达和处理概念数据建模层次中的模糊数据。

参考文献

- 1 Rundensteiner E A, Hawkes L W, Bandler W. On Nearness Measures in Fuzzy Relational Data Models [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1989, 3: 267~298
- 2 Sheno S, Melton A. Proximity Relations in the Fuzzy Relational Databases [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 31(3): 285~296
- 3 Gyseghem N V, Caluwe R D. Imprecision and Uncertainty in UFO Database Model [J]. *Journal of the American Society for Information Science*, 1998, 49(3): 236~252
- 4 Bordogna G, Pasi G, Lucarella D. A Fuzzy Object-Oriented Data Model for Managing Vague and Uncertain Information [J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 1999, 14: 623~651
- 5 Zvieli A, Chen P P. Entity-Relationship Modeling and Fuzzy Databases [C]. In: *Proceedings of the 1986 IEEE International Conference on Data Engineering*, 1986. 320~327
- 6 Chen G Q, Kerre E E. Extending ER/EER Concepts towards Fuzzy Conceptual Data Modeling [C]. In: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1998, 2: 1320~1325
- 7 Abiteboul S, Hull R. IFO: A Formal Semantic Database Model [J]. *ACM Transactions on Database Systems*, 1987, 12(4): 525~565
- 8 Ma Z M, Zhang W J, Ma W Y. Conceptual Design of Relational Databases with Imprecise and Uncertain Information [C]. In: *Proceedings of the Fourth Asian Fuzzy Systems Symposium*, 2000. 869~874
- 9 Zadeh L A. Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1978, 1(1): 3~28