

微分几何编码识别物体的形状^{*})

郭克华 刘广海 刘传才 杨静宇

(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)

摘要 为更好地识别目标形状,编码方法需要对目标的刚体变换具有不变性,同时最大限度保持目标的原有信息。鉴于刚体平面曲线作变换时其曲率的不变性,提出了基于轮廓曲率提取的目标边界编码方法,并对此方法实施了离散化处理。提出了基于改进的KMP算法(D. E. Knuth, V. R. Pratt和J. H. Morris)的曲线匹配方法,并对目标轮廓的重建作了描述。实验证明,利用微分几何的思想描述目标边界,提取方法简单,存储量小,其编码针对目标刚体变换具有不变性,为识别提供了较大的方便。

关键词 微分几何,曲率,形状识别

Objects Shape Recognition Using Differential Geometry Code

GUO Ke-Hua LIU Guang-Hai LIU Chuan-Cai YANG Jing-Yu

(School of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094)

Abstract Coding approaches to object must be invariant under rigid transform and maximally keep the original information in order to get a better recognition result. Considering the invariance of curvature, a new coding approach based on the abstraction of contour curvature is presented and discrete approximation solution has been demonstrated. A new curve-matching algorithm based on improving KMP (D. E. Knuth, V. R. Pratt and J. H. Morris) and the reconstruction method to contour is proposed. Experiments indicate a simpler matching algorithm, reduced storage and greater convenience for pattern recognition when the differential geometry approaches is utilized to describe the contour.

Keywords Differential geometry, Curvature, Shape recognition

1 引言

物体形状识别是模式识别领域中的一个重要课题。目标物的形状信息表现为边界轮廓,二维图像的边界轮廓一般表示为平面曲线。一个好的曲线匹配方法除了要具备较高的识别效果外,还需对目标发生刚体变换时的识别具有鲁棒性。对此问题,目前的研究焦点主要集中在曲线的编码方式和相应的匹配算法上。

利用位置坐标和链码方法^[1]来描述目标物的边界,取得了广泛的应用。但在物体发生刚体变换时,目标的编码会产生很大变化,给匹配带来障碍。基于傅里叶描述子的边界描述方法^[2],对目标刚体变换具有不变性,但需要进行复杂的傅里叶变换,在确保精度的同时,为实现不变性的归一化,丢失了一些信息,并且受到起始点选择的影响^[3]。此外,轮廓不变矩^[4]描述方法、自回归模型法^[5]、几何相关函数方法^[6]和神经网络方法^[7]虽然能够描述目标的轮廓边界特征,但大量丢失了轮廓的原始信息,难以对曲线进行完全的恢复。

本文提出了一种新的曲线编码方法,用它来对各种情况下的轮廓匹配作简化。此方法基于微分几何中刚体轮廓像素点之间相对位置不变的思想,提取各个像素点的曲率对目标进行编码,减少了存储空间,简化了不变量的计算和匹配算法。

2 基于微分几何的曲线编码

2.1 利用曲率描述平面曲线

在刚体变换下,坐标或链码表示的曲线编码会发生变化,但是曲线上像素点之间的相对位置不变。从几何上讲,曲率刻画了曲线上任意一点近旁的弯曲程度。首先给出曲率的定义:

定义 1^[8] 令 s 为弧长参数,对于曲线 $C: r=r(s)$ 上点 $P(s)$ 邻近的点 $P'(s+\Delta s)$, 设 $a(s)$ 和 $a'(s+\Delta s)$ 分别为 P 点和 P' 的切线向量, 夹角为 $\Delta\varphi$ (如图 1)。 $a(s)$ 定义相对于弧长 s 的旋转速度 $\lim_{\Delta s \rightarrow 0} |\Delta\varphi|/|\Delta s|$ 为曲线在 P 点的曲率, 记作 $\kappa(s)$ 。

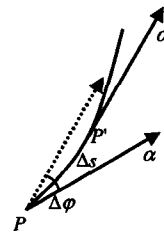


图 1 曲率的定义

根据微分几何原理,对于曲率,有以下定理:

定理 1^[8] 平面曲线刚体变换下相应点的曲率不变。

定理 2^[8] 若两条曲线和在弧长参数值相同的点处有相同的曲率,则必存在一个刚体运动使它们重合。

以上定理说明,平面曲线的特征完全可以由各点曲率确定;确定了各点曲率,也可以重建原始曲线。

2.2 起始点和曲率符号确定

^{*})基金项目:国家自然科学基金(60472060,60472061)。郭克华 博士研究生,主要研究方向为模式识别与人工智能;刘广海 博士研究生,主要研究方向为图像处理与计算机视觉;刘传才 教授,博士生导师,主要研究方向为图像理解与计算机视觉;杨静宇 教授,博士生导师,主要研究领域为模式识别、智能机器和信息融合。

曲线的曲率在几何上表示某点的弯曲程度,但是,给定某点的曲率值,还不能确定弯曲方向。为了能够尽可能不丢失曲线原有的信息,需对曲率的值赋予一个符号,首先定义曲线起始点:

定义 2 给定平面闭合曲线 $C: r=r(s)=\{x(s), y(s)\}$, 令 $x_0=\max\{x|x,y\in C\}$, $y_0=\min\{y|x=x_0, y\in C\}$, 定义 $P_0(x_0, y_0)$ 为曲线曲率提取的起始点,从起始点 P_0 沿曲线逆时针运动为曲率提取的运动方向。

定义 3 对曲线 $C: r=r(s)$ 上点 $P(s)$ 的邻近点 $P_1(s+\Delta s)$ 和 $P_2(s-\Delta s)$ 作线段 P_1P_2 , 当 $\Delta s \rightarrow 0$ 时, P 点的曲率符号由以下准则确定:

$$\kappa = |\kappa| \times \begin{cases} 1 & \text{线段 } P_1P_2 \text{ 在区域内部} \\ -1 & \text{线段 } P_1P_2 \text{ 在区域外部} \\ 0 & \text{其他情况} \end{cases}$$

如图 2 所示。

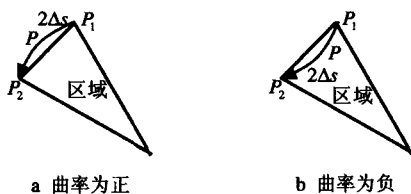


图 2 曲率的符号确定

3 曲率表示法的离散提取及编码

3.1 离散近似

给定目标的二维图像,通过边缘检测对曲线轮廓离散化。根据定义 2, 确定起始点和运动正方向,以逆时针排列的像素点坐标 P_0, P_1, \dots, P_N 来描述目标轮廓,其中 $P_0 = P_N$ 。

平面曲线离散化后, P_{n-1}, P_n, P_{n+1} 三点的位置关系可以在图 3 中得到描述。设 O 点为 P_n 所在的点, P_{n-1}, P_{n+1} 和 P_n 的连线分别具有八个可能的方向,用数字序列 $i_n j_n$ 表示它们之间的关系,例如 37 意味着: P_{n-1} 是标示为 3 的顶点, P_{n+1} 是标示为 7 的顶点。根据排列组合,共有 $P_n^8 = 56$ 种可能性。像素点间的长度计算 Δl 定义为:

$$\Delta l = \begin{cases} 1 & |i-2|=0 \\ \sqrt{2} & |i-2|=1 \end{cases}, i \in N, 0 \leq i \leq 7$$

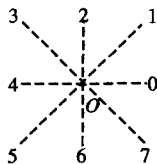


图 3 三个相邻点的位置关系

把 56 种可能性总结为 4 种形式,根据曲率近似公式,曲率绝对值如表 1 所示,为了便于描述,各种曲率用一个编码代替。

表 1 曲率描述

位置关系描述	$ i_n - j_n = 1$	$ i_n - j_n = 2$	$ i_n - j_n = 3$ 或 $ i_n - j_n = 4$
编码	3	2	1
			0

这样,任何离散的平面曲线都可以用以上的曲率编码来表示。

曲率的符号由定义 3 所确定的规则进行计算。

3.2 存储方法

通过离散化提取,可将曲线各点曲率存放在线性表内,这样曲线可用一维线性表来表示。值得一提的是,为了能重建曲线,在起始 P_0 点还必须确定一个方向,否则相同的曲率值可能得到不同的重建方法。这里,起始点 P_0 沿正方向出现的情况只能有 3 个:斜向左上,水平向左,斜向左下。把方向值存储在线性表的第一个元素,称为方向位,记斜向左上为 1、水平向左为 0、斜向左下情况为 -1。从第二个元素开始,存储 P_1, P_2, \dots, P_N 的曲率值。曲线记作: $C[0:N]$ 。

3.3 曲线重建算法

为了能恢复图像的轮廓,编码方法必须能尽量保存曲线的原有信息。参照图 3,用数字序列 $i_n j_n$ 表示 P_{n-1}, P_n, P_{n+1} 间的关系,通过分析, κ_n, i_n, j_n 的关系如表 2 所示。

表 2 j_n 的确定

$\kappa_n + j_n$	4	5	6, -2	7, -1	8, 0	9, 1	10, 2	11, 3
j_n	0	1	2	3	4	5	6	7

曲线的重建算法如下:

Step1: 确定起始点 P_0 , 利用方向位确定 P_1 的位置, 令变量 $n=1$ 。将 $P_0 P_1$ 组成的线段方向记为 i_n 。

Step2: $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ 的线段 j_n 方向由表 2 确定。

Step3: 令 $n=n+1$, 回到 Step2, 直到 $n=N$ 为止。

4 曲线匹配算法及其性能分析

由于曲线用线性表存储,目标和样本间的匹配实际上转化成模式匹配问题。设样本曲线为 $C_1[0:N]$, 目标曲线为 $C_2[0:M]$, 利用朴素的模式匹配算法对两条曲线进行匹配, 计算复杂度为 $O(MN)$ 。本文利用改进的模式匹配 KMP(D. E. Knuth, V. R. Pratt 和 J. H. Morris) 算法进行曲线匹配, 其运算复杂度为 $O(M+N)$ 。

4.1 基于 KMP 算法的轮廓匹配算法及判断准则

KMP 算法的基本思想是在模式匹配时, 遇到一个不完全的匹配后, 充分利用已得到的部分匹配所隐含的信息, 使得下一步的匹配测试可以跳过那些肯定是多余的测试。由于曲线轮廓是个闭合结构, 其编码是一维线性表, 在匹配之前应该将样本所在的线性表转化为循环表, 其等价的方法是对样本曲线进行延拓, 令样本曲线表达方法变为:

$$C_1[0:N+M]; C_1[i] = \begin{cases} C_1[i], & 0 < i \leq N \\ C_1[i-N], & N < i \leq N+M \end{cases}$$

利用 KMP 算法对曲线 $C_1[0:N+M], C_2[0:M]$ 进行匹配的过程描述如下:

Step1: 令 $s=0$, 对 C_2 中的每一个元素 P_i , 计算它的前缀函数, 方法为:

$$pre[i] = \max\{r | 1 \leq r < i, C_2[0:r] \text{ 是 } C_2[0:i] \text{ 的后缀}\};$$

Step2: 令 $C_1[s:s+M]$ 和 $C_2[0:M]$ 匹配, 若在 C_2 中第 i 个元素处匹配失败, 则 $s = s + pre[i]$;

Step3: 若匹配成功或者 $s \geq N+M$, 停止匹配, 否则转 Step2。

在实际情况下, 由于曲线的离散化误差, 不可能进行完全精确的匹配, 那么, 在什么样条件下认为匹配失败就成为较大的问题。在此, 引进 Minkowski 距离的概念, 定义阈值函数来进行判断。

令目标曲线 $C_2[0:M]; 0 < i \leq M$ 和样本曲线中的一部分: $C_1[s:s+M]$ 进行匹配, 定义曲线 C_2 在第 i 个元素处和曲线 C_1 的 Minkowski 距离为:

$$d_i[i] = \sum_{k=0}^i |C_1[t+k] - C_2[k]|$$

当 $d_i[i]$ 超过某个阈值, 认为匹配失败。

利用本文方法, 还可描述形状间的部分相似程度。设目标曲线 $C_2[0:M]$ 和样本曲线中的 $C_1[0:M]$ 进行匹配, 基于 Minkowski 距离, 定义相似性的值 S 为:

$$S = \min\{d_i[M] | 0 \leq t \leq W\}$$

此时, 曲线 C_1 上与目标曲线 C_2 “最相似” 的一段曲线弧起始点 t 满足:

$$d_i[M] = S$$

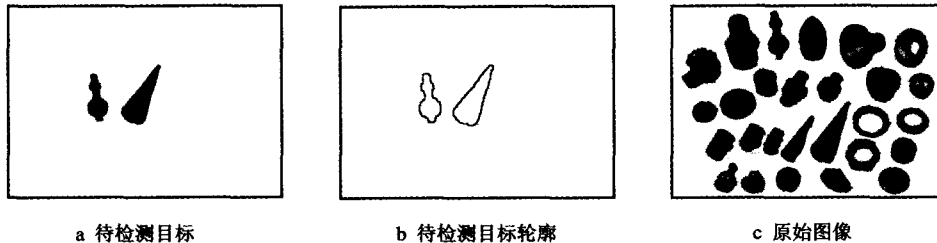


图 4 待检测的目标与原始图像

利用本文的曲线描述方法进行匹配。首先, 利用曲率提取公式对图 4(c) 中的样本进行逐个编码; 然后利用改进的 KMP 算法, 将图 4(b) 中的目标编码和这些样本编码进行匹配。取阈值为 50, 上面两个目标与样本中相应物体的 Minkowski 距离分别为 32 和 40, 而与其它样本之间的 Minkowski 距离均大于 50, 可以成功检测目标。图 5 为检测的结果。

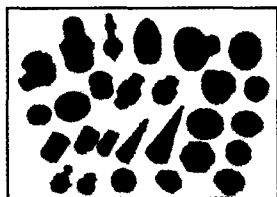


图 5 检测结果

实验 2 目标分类

图 6 中, 选取了 8 个不同的二维图像, 每幅图像的大小为 90 × 90 像素。实验的目的是将相同或最相似的目标分为一类。

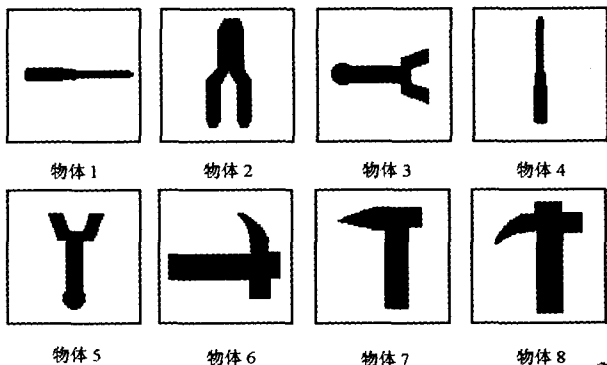


图 6 8 个目标的轮廓

利用本文方法对各目标编码, 然后计算两两之间的

4.2 噪声的影响

由于本文的微分几何方法不仅可以表达曲线轮廓的整体信息, 还可以表达局部信息, 因此, 噪声影响是一个不容忽视的因素。可以利用去噪方法对目标边缘进行平滑。图像去噪本身是一个比较广的研究课题, 限于篇幅, 本文不再赘述。

5 数值实验和复杂度分析

实验 1 拥挤情况下的目标检测

该实验的目的是在拥挤样本中寻找目标。图 4 中有 3 幅图像, 来自机器零件样本, 大小都为像素。其中, 图 4(a) 是待检测的目标, 图 4(b) 是提取的曲线轮廓, 要在图 4(c) 中找到和图 4(a) 中相同的物体。

Minkowski 距离, 结果如表 3 所示。

表 3 图 6 中 8 个物体之间根据 Minkowski 相对度量方法计算的距离

	物体 1	物体 2	物体 3	物体 4	物体 5	物体 6	物体 7	物体 8
物体 1	0	125	118	48	112	138	165	142
物体 2	125	0	125	134	130	159	172	165
物体 3	118	125	0	123	35	168	159	162
物体 4	48	134	134	0	116	145	158	139
物体 5	112	130	35	116	0	163	152	164
物体 6	138	159	168	145	163	0	78	42
物体 7	165	172	159	158	152	78	0	65
物体 8	142	165	162	139	164	42	65	0

本实验的阈值取 50。也就是说, 当物体之间的 Minkowski 距离不超过 50 时, 将它们归入同一类。由表 3 可知, 物体 1 和物体 4 属于同一类, 物体 3 和物体 5 属于同一类, 物体 6 和物体 8 属于同一类, 物体 2, 物体 7 与其他各个物体的距离均大于这个阈值, 可以认为它自成一类。由此可见, 该方法能够取得较好的分类效果。

另外, 从表中可以发现, 物体 7 和物体 8 之间的相似度虽然超过了阈值, 但最接近阈值, 这说明它们之间的形状比较相似。可见, 基于微分几何编码的曲线匹配, 也能够一定程度上反映物体之间形状的差别。

本文方法和其它传统方法的复杂度比较

对于一条具有 N 个像素点的离散曲线, 表 4 将本文的方法和几种传统方法进行了性能比较。

表 4 本文方法和各种传统方法的性能比较

	编码复杂度	匹配复杂度	能否重建	噪声影响
本文方法	$O(N)$	$O(N)$	能	大
文献[2,3]方法	$O(N \log N)$	$O(N)$	一部分	大
文献[4]方法	$O(N)$	$O(1)$	不能	小

的系数,造成估计子偏差过大。Cai 1999 提出了块阈值去噪的方法,分块对小波系数进行阈值操作,能充分利用周围小波系数的信息,提高了估计的精度以及收敛的速度。块阈值去噪分为重叠和非重叠方法。

4.2.1 非重叠块阈值去噪方法

在每一分解尺度上分割小波系数为各个不重叠的块,根据每一块内小波系数平方和的幅度保留或去掉此块内的小波系数,块大小的阶数为 $(\ln(n))^2$ 。在尺度 j ,小波系数分隔为长度为 L 的互不重叠的块。 (jb) 表示尺度为 j 的第 b 块内的小波系数的索引, $(jb)=\{(j,k):(b-1)L+1\leq k\leq bL\}$ 。 $S_{jb}^2=\sum_{k\in(jb)}v_{j,k}^2$ 表示块内小波系数和的平方。如果 S_{jb}^2 比阈值 $\lambda=cLN^{-1}\sigma^2$ 大,则此块内所有小波系数保留,否则全部抛弃。

块阈值估计的性能取决于块长度 L 和常数 c 的选择,VisuShrink实际上为块阈值的特例, $L=1,c=2\ln(n)$ 。Cai系统地研究了块长度 L 和常数 C 的选取对块阈值估计的影响,通过选择恰当的参数,块阈值估计子能获得比点阈值估计子更为优越的性能(包括风险及渐进性能)。唯一的不足为块阈值去噪不是完全数据驱动的,常数 c 的选取在理论上不是直接的,需要借助于一些经验。

4.2.2 重叠块阈值去噪方法

Cai 和 Silverman 在非重叠块阈值去噪基础上于 2001 年提出了重叠的块阈值去噪方法,每一小块的小波系数的取舍取决于重叠大块的小波系数。在分解尺度 j ,分割小波系数为不重叠的块 b_i^j ,长度为 $L_0=(\ln(n))/2$ 。左右延长每一块 b_i^j 各 $L_i=\max(1,[L_0/2])$,形成互相重叠的块 B_i^j ,长度为 $L=L_0+2L_i$ 。在每一块 b_i^j ,估计小波系数 $\hat{w}_{j,k}=\beta_j v_{j,k}$, $(j,k)\in b_i^j$ 收缩因子 β_j 由大块 B_i^j 内得小波系数确定 $\beta_j=\max(0,1-\lambda L\sigma^2/S_{j,i}^2)$, $S_{j,i}^2=\sum_{(j,k)\in B_i^j}v_{j,k}^2$ 的值由 Cai 引入的 Oracle 不等式确定, $\lambda=4.50524\cdots$, B_i^j 可以看作滑动窗,每次移动 L_0 ;对于每一个窗,仅有窗中部一半的系数被估计。

5 小波去噪方法

5.1 基于边缘检测的小波去噪

首先进行边缘检测,确定边缘特征在各个子带图像中的位置,在这些位置上的小波系数将不受阈值去噪的影响。由于预先保护了图像的边缘特征,因此,可以根据噪声方差来设置去噪的阈值,而不必担心损害图像的边缘特征。

5.2 基于贝叶斯估计的小波去噪

应用小波变换计算小波系数矩阵,对矩阵中的细节系数进行 Bayesian MAP 估计,然后对处理后的系数进行逆变换就可得到降噪的估计值。该方法能有效地去除图像中的白噪

声,同时还能较好地保留图像边缘信息。

5.3 基于多小波噪声方差阈值的信号滤波方法

随着变换尺度地增大,噪声变换值减小,而信号呈现与之相反的特征。对此,可用相邻尺度变换值作乘积运算,如果相关运算结果相对变大,则认为是由信号引起的,反之,认为由噪声引起,由此实现信噪分离,这一思想应用到多小波,提出了基于多小波噪声方差阈值的信号滤波方法。该方法在对噪声方差估计的基础上,对噪声信号变换系数进行处理,减小由噪声产生的系数,同时最大限度保留有效信号产生的系数,保留了信号中的细节特征。

5.4 基于提升小波的小波去噪

该方法的思想是先进行提升小波变换,然后进行小波阈值处理,然后在进行重构。提升小波是基于双正交小波的构造方法,其特点是利用预测算子,确定高频信息,并初步确定低频信息,再通过更新算子,对初步确定的低频信息进行修正,从而确定低频信息。这种方法减少了计算的复杂度,降低了运行时间。

总结与展望 近年来,小波分析在图像处理中得到了广泛的研究和应用,图像去噪更是应用广泛,新的变换方式的使用,阈值的选择,阈值函数的选取。尽管小波去噪方法现在已经成为去噪和图像恢复的重大分支和主要研究方向,但是在另类噪声分布(非高斯分布)下的去噪研究还不够。目前国际上开始将注意力投向这一领域。

目前,小波去噪方法所取得的成功,不仅将大大拓宽小波去噪方法的应用领域,而且在推动这些领域研究发展的同时,必将从这些领域的应用中反馈新的问题,从而进一步丰富小波去噪的内容和推动小波去噪的发展。

参考文献

- 唐晓初.小波分析及其应用[M].重庆大学光电工程学院出版,186~195
- 张莉,杨国梁.对小波图像去噪方法的探讨[J].桂林师范高等专科学校学报,2005(3)
- Donoho DL, Johnstone IM. Ideal spatial adaptation, by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 1994. 435~455
- Donoho DL, Johnstone. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage. *Journal of the American Statistical Association*, 1995, 90: 1200~1224
- Coifman R R, Donoho D L. Translation invariant de-noising. *Lecture Notes in Statistics*, 1995, 103: 125~150
- Abamovich F, Benjamini Y. Thresholding of wavelet coefficients as multiple hypotheses testing procedure *Wavelets and Statistics. Lecture Notes in Statistics* 103, Springer-Verlag, 1995. 5~14
- Cai T T, Silverman. Incorporating information on neighboring coefficients into wavelet estimation. *Sankhya*, 2001, 63: 127~148
- Taswell C. The what, how, and why of wavelet shrinkage denoising. *Computing in Science & Engineering*, 2000(2-3): 12~19
- Nason G P. Wavelet shrinkage using cross-validation. *J. R. Statist. Soc. B*, 1996, 58: 463~479
- Chang S G, Yu B, Matrin V. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and Compression [J]. *IEEE Transactions on Image*

(上接第 221 页)

可见,本文的方法在编码和匹配上具备了较大优势,并且能够最大限度保持曲线的原始信息,但是受到噪声的影响比较大。

结论 本文提出了一种基于微分几何的平面曲线轮廓编码方法,并提出了重建和匹配方案。实验证明,采用这种方法可减少计算复杂度,能较好地对平面曲线轮廓作匹配。但是,噪声对本文方法的影响比较大,未来的工作将重点放在如何减小噪声对计算结果的影响上。

参考文献

- Freeman H. Computer processing of line-drawing images [J]. *Computing Surveys*, 1974, 6(1): 57~97
- Miao Zhenjiang, Gandelin M-H, Yuan Baozong. Fourier transform based image shape analysis and its Application to flower recognition. In: *IEEE 6th International Conference on Singal Processing*

[C], Ottawa, Canada, 2002.2: 1087~1090

- 王涛,刘文印,孙家广,等.傅立叶描述子识别物体的形状[J].计算机研究与发展,2002,39(12): 1714~1719
- Belkassim S O, Shridhar M, Ahmadi M. Pattern recognition with moment invariant: A comparative study and new results. *Pattern Recognition*, 1991, 24: 1117~1138
- Dubois S R, Glanz F H. An autoregressive model approach to two dimensional Shape classification. *IEEE Trans on PAM I*. 1986, 8: 55~56
- Loui A C P, Venetsanopoulos A N. Two-dimensional shape representation using morphological correlation functions. In: *Proceeding of the 1990 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Albuquerque*. 1990. 2165~2168
- Gupta L, Sayeh M R, Tammana R. Neural network approach to robust shape classification. *Pattern Recognition*, 1990, 23(6): 563~568
- 陈维桓.微分几何初步.北京:北京大学出版社,1997. 18~25