基于模糊粗糙集的粒度计算*)

程 昳[1,2] 苗夺谦[1] 冯琴荣[1]

(同济大学计算机科学与技术系 上海 201804)[1] (中国海洋大学数学系 青岛 266071)[2]

摘 要 粒度计算是一种新的智能计算的理论和方法，目前受到很多学者的关注。但是，具体可行的粒表示模型和不同粒的推理方法研究相对较少。本文将模糊粗糙集纳入粒度计算这种新的理论框架，对于处理复杂信息系统，求解复杂问题无疑具有重要的意义。首先利用笛卡尔积，构建了模糊关系下的信息粒；然后给出不同粒度下模糊粗糙算子的表示方法，进而形成一个分层递阶结构；最后考虑了对于模糊信息系统粒度粗细的选择问题，并给出一个实例，从而为粒度计算提供一个具体而实用的框架。

关键词 模糊粗糙集，粒度计算，分层递阶，信息系统

Granular Computation Based on Fuzzy Rough Sets

CHENG Yi[1,2] MIAO Duo-Qian[1] FENG Qin-Rong[1]

(Department of Computer Science and Technology, Tongji University, Shanghai 201804)[1]

(Mathematics Department, Ocean University of China, Qingdao 266071)[2]

Abstract Granular computing emerges as a new theory of intelligence computing and has received much attention at present. However, there are few researches on feasible granule representation models and reasoning methods in different granular levels. Undoubtedly, it is significant to put fuzzy rough set in the framework of granular computing for processing complex information system and solving complex problems. At first, cartesian product provided us with a method for constructing information granularity in fuzzy relation. Then the paper presented fuzzy rough operator that in different granularities. Moreover, a hierarchy model was formed. Finally, the problem of how to choose the coarser degree of granularity in fuzzy information system was also taken into account, and an example put forward maked it clear that the whole process of constructing granularity. The research we have done suggests that a concrete and useful framework for granular computing is provided.

Keywords Fuzzy rough sets, Granular computation, Hierarchy, Information systems

1 引言

由波兰学者 Pawlak 提出的粗糙集理论，其基本思想是通过不可分辨二元关系来近似描述一个给定的概念。针对 Pawlak 粗糙集，许多学者作了一些改进和推广工作。这些工作可大致分为两个方面：一为被近似集由精确集向模糊集推广，如 Dubois 和 Prade[1,2]，Greco，Matarazzo，Slowinski 和 Stefanowski[3,4]等在这方面做了较深入的研究；二为对不可分辨关系进行扩充，较有代表性的如 Nieminen，Lin，Marcus，Polkowski，Skowron 和 Zytkow，王国胤[5]等。在第一个方面，最主要的工作是模糊粗糙集及粗糙模糊集理论模型的建立和发展[1,6]。

粒度计算(Granular Computing，缩写为 GrC)是信息处理的一种新的观念和计算范式，主要用于处理不精确的、模糊的、不确定的、部分真实的和海量的信息。在 1979 年，Zadeh 首先提出了信息粒度的概念，并且认为模糊集理论在粒度计算方面具有极大潜力。在 1982 年，Pawlak 提出了粗糙集理论，这实际上是为粒度计算提供了一个具体实例。在 1997 年，Zadeh 将模糊信息粒化问题扩展为“词计算理论[7]”；同年，T. Y. Lin 正式对“粒度计算”命名，并且提出在邻域系统下的粒度计算模型[8]，这是对基于划分的粗糙集理论的延伸。随后，大量关于粒度计算的文献相继发表。在国内，张钹院士和张铃教授提出了商空间理论[9]，王飞跃教授开发了以词计算为基础的语言动力学系统，刘清教授将粒度计算用于医疗诊断专家系统等[10~12]。粒度计算的思想是用简单易求、低成本的足够满意的近似解代替精确解。凡是在分析问题和求解问题中，应用了分组、分类和聚类手段的一切理论和方法均属于粒度计算的范畴。粒度计算的主要理论模型有：基于模糊集的词计算模型，粗糙集模型，基于商空间的粒度计算模型及一些粒度的混合模型。粒度计算覆盖了所有有关粒度的理论、方法、技术和工具的研究，现已成为智能信息处理领域研究的热点之一。

本文提出基于模糊粗糙集的粒度计算模型。首先利用笛卡尔积，构建了模糊关系下的信息粒，然后给出不同粒度下模糊粗糙算子的表示方法，进而形成一个分层递阶结构，最后考虑了对于模糊信息系统，粒度粗细应该如何选择，给出一个粒度选择的算法，并给出了一个实例。本文采用文[1]中的模糊粗糙集模型，以下简称 Dubois 模型。

2 Dubois 模糊粗糙集的定义

Dubois 模型起源于 Willaeys 和 Malvache 对模糊等价关系与模糊分类的讨论[13]。与 Pawlak 粗糙集相比，其不同之

*)本文受国家自然科学基金项目资助(编号：60175016，60475019)。**程 昳** 博士生，研究方向为人工智能、粗糙集理论、粒度计算。**苗夺谦** 教授，博士生导师，研究方向为人工智能、模式识别、数据挖掘、粗糙集理论、主曲线、粒度计算等。**冯琴荣** 博士生，研究方向为人工智能、粗糙集理论、粒度计算。

处有两点：一为被近似对象由精确集换为模糊集；二为等价关系推广为模糊等价关系。

定义 1[2] 设(U,P)是模糊近似空间，$P=\{P_1,P_2,\cdots,P_m\}$为论域U上的模糊等价关系簇，$U/P=\{F_{ik}\mid=1,2,\cdots,m;k=1,2,\cdots c_i\}$是对论域$U$进行模糊划分所得模糊等价类，对$\forall A\in F(U)$($F(U)$表示$U$上的模糊集构成的集合)，用模糊等价类$U/P$中的元素描述给定的模糊集$A$所得下近似$\underline{P}A$，上近似$\overline{P}A$是$U/P$上的一对模糊集：

$$\mu_{\underline{P}A}(F_{ik})=\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_{F_{ik}}(x),\mu_A(x)\}$$

$$\mu_{\overline{P}A}(F_{ik})=\sup_{x\in U}\min\{\mu_{F_{ik}}(x),\mu_A(x)\}$$

则称$(\mu_{\underline{P}A},\mu_{\overline{P}A})$为一个模糊粗糙集。

3 基于模糊粗糙集的粒度计算模型

粒度计算的基本问题包括两个主要的方面：一是如何构建信息粒；二是如何定义粒度的运算和利用信息粒度进行推理。前者处理粒度的形成、表示和语义解释；而后者处理怎样利用粒度计算去求解问题。本节我们重新形式化表示模糊粗糙集的基本概念，这种形式化表示能够使我们更加清晰而简单地表示许多概念，为粒度计算提供一个具体而实用的框架，也为数据库中大规模的数据信息化处理奠定一定的理论基础。

下面我们基于 Dubois 模型的模糊等价关系来讨论信息粒的构建。

3.1 信息粒的构建

信息粒是一类具有不可区分性、相似性或近似性的对象的集合。基于论域U上的模糊等价关系P，我们就可以定义论域上的基本信息粒。在每一个基本信息粒中的对象有着相同或相似的描述，以这些基本信息粒为基元，可能对现实中的不精确概念，给出更清晰的表示；同时可能发现更有价值的知识或信息。

定义 2 (U,P)是模糊近似空间，$P=\{P_1,P_2,\cdots,P_m\}$为论域U上的模糊等价关系簇，$U/P_i=\{N_{ik_i}\mid k_i=1,2,\cdots,c_i\}$(其中$c_i$为由$P_i$划分论域$U$所得模糊等价类的数目)，则由$P$对论域划分所得结果为由$\forall P_i\in P$对论域划分所形成的模糊等价类的笛卡尔积，即

$$U/P=\otimes\{P_i\in P;U/P_i\}=\{\bigcap_{i=1}^{m}N_{ik_i}\mid k_i=1,2,\cdots,c_i\},$$

定义：

$$GD(P)=\{F\mid F\in U/P\}$$

为模糊关系簇P对论域U进行划分所得到的基本信息粒。

基本信息粒$GD(P)$是由模糊关系P对论域U划分所形成的最小子集合。

3.2 模糊粗糙算子的表示

通过模糊关系可以获得论域的划分，该划分中所有的信息粒构成论域的一个参照系(一组知识基)，论域中的任何一个子集均可以用这组知识基精确地或近似地描述。

现在的问题是，任意给定U上的模糊集A，如何利用信息粒来描述或逼近A。

定义 3 $\forall A\in F(U)$($F(U)$表示U上的模糊集构成的集合)，在基本信息粒层次上描述A，由一对上下近似来界定：

$$\mu_{\underline{A}}(F)=\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_F(x),\mu_A(x)\}$$

$$\mu_{\underline{A}}(F)=\sup_{x\in U}\min\{\mu_F(x),\mu_A(x)\}$$

其中，$F\in GD(P)$。

显然，Dubois 模型的上、下近似算子实质上是在基本信息粒层次上对所求问题进行逼近。

3.3 分层递阶结构

粒度计算问题等价于研究在给定参照系上的各种子集合之间的关系和转换。对同一问题，可以采取不同的粒度，通过对不同的粒度的分析，综合获取对原问题的求解。

基本信息粒层次上论域通过模糊关系簇P建立起一种非常“细”的粒度结构，即粒度最细的情况。如果我们在这种很细的层次上考虑问题，无疑是很复杂的而且成本很高，有时甚至是不必要的。假如将粒度变粗后，所求问题的解能够满足我们的要求，那么可以大大简化问题复杂度。将粒度变粗等价于去掉某些模糊属性。基于这种考虑，我们可以将论域上的模糊属性有选择地进行取舍，然后判断是否对求解结果带来大的误差。

基于以上思想，我们将论域在基本信息粒层次基础上进行粗化。粗化可以通过两种方式进行，一是对基本信息粒进行合并，二是去掉某些模糊属性。我们主要讨论第二种方式。通过一次去掉某一个属性，到逐次去掉多个属性，可以得到逐渐变粗的粒度。为了更清楚地说明问题，我们将以上过程反方向进行，即首先考虑一个模糊属性的情况，然后逐渐增加属性，由此得到逐渐变细的粒度。

首先考虑论域上只有一个模糊属性P_1的情况，$P=\{P_1\}$，此时粒度最粗。

为简化问题起见，假设模糊属性P_1将论域划分为两个模糊等价类，即$U/P_1=\{N_{11},N_{12}\}$，则$GD(P)=\{F\mid F\in U/P\}=\{N_{11},N_{12}\}$。

在此粒度上描述U上的模糊集A如下：

$$\mu_{\underline{A}}(N_{11})=\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_{N_{11}}(x),\mu_A(x)\}$$

$$\mu_{\underline{A}}(N_{11})=\sup_{x\in U}\min\{\mu_{N_{11}}(x),\mu_A(x)\}$$

其中隶属函数$\mu_{N_{11}}(x)$可根据需要选择斜台阶型、三角形、梯形、高斯函数型等。

$\mu_{\underline{A}}(N_{12})$，$\mu_{\overline{A}}(N_{12})$，类似。

增加属性P_2，即$P=\{P_1,P_2\}$，设

$U/P_2=\{N_{21},N_{22}\}$信息粒

$GD(P)=\{F\mid F\in U/P\}=\{N_{11}\cap N_{21},N_{11}\cap N_{22},N_{12}\cap N_{21},N_{12}\cap N_{22}\}$

在此粒度上描述U上的模糊集A如下：

$$\mu_{\underline{A}}(N_{11}\cap N_{21})=\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_{N_{11}\cap N_{21}}(x),\mu_A(x)\}$$

$$\mu_{\overline{A}}(N_{11}\cap N_{21})=\sup_{x\in U}\min\{\mu_{N_{11}\cap N_{21}}(x),\mu_A(x)\}$$

其中：$\mu_{N_{11}\cap N_{21}}(x)=\min\{\mu_{N_{11}}(x),\mu_{N_{21}}(x)$，

其余各式类似。

继续增加属性，可以获得更细的粒度层次。当增加到m个模糊属性时，我们就得到了定义 2 中的信息粒。这说明根据纳入的模糊属性的多少，我们可以得到一种分层递阶的粒度结构，我们就是要在这种分层递阶的粒度结构中寻求问题的不同层面的解。

3.4 粒度粗细的选择

人类智能的显著特征是能从极不相同的粒度上观察和分析同一问题，如何根据问题求解的实际需要选择合适的粒度，对于降低问题复杂度、加快求解速度、降低成本以及体现问题本质等都具有重要意义。模糊是粒度变粗的必然产物。为了降低模糊概念的成本，可以将模糊集粒度化。通过对问题进行宏观分析，获取不同粒度的知识，降低求解问题的复杂性。以下我们将讨论对于一个模糊信息系统，怎样选择粒度的粗

细。

定义 4 $P=\{P_1,P_2,\cdots,P_m\}$为模糊条件属性集，Q为模糊决策属性，$U/Q=\{F_l\mid l=1,2,\cdots,c_Q\}$，则$F_l$的上、下近似为：

$$\mu_{\underline{F_l}}(F)=\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_F(x),\mu_{F_l}(x)\}$$

$$\mu_{\overline{F_l}}(F)=\sup_{x\in U}\min\{1-\mu_F(x),\mu_{F_l}(x)\}$$

其中，$F\in GD(P)$（$GD(P)$为根据P由定义 2 所构建的基本信息粒）。

定义 5 定义信息粒对模糊正域的隶属度：

$$\mu_{POS_P(Q)}(F)=\sup_{F_l\in U/Q}\mu_{\underline{F_l}}(F)$$

对象x对模糊正域的隶属度：

$$\mu_{POS_P(Q)}(x)=\sup_{F\in GD(P)}\min\{\mu_F(x),\mu_{POS_P(Q)}(F)\},$$

其中，$F\in GD(P)$。

定义 6 决策属性Q对条件属性集P的依赖度：

$\gamma_p(Q)=\dfrac{\sum_{x\in U}\mu_{POS_Q(Q)}(x)}{|U|}$，显然$0\leqslant\mu_P(Q)\leqslant1$。

根据依赖度，我们有如下选择粒度粗细的算法，该算法借鉴了文[14]中算法的思想，根据决策属性Q对条件属性集P的依赖度来分层识别相关属性，最后可得到一个属性的约简，再用约简后的属性集构建粒度，则在该粒度层次上进行各种推理运算性价比最高。算法如下：

1)输入$P=\{P_1,P_2,\cdots,P_m\}$；

2)令$R=\phi,\gamma_1=0,\gamma_2=0$；

3)$T=R,\gamma_2=\gamma_1$；

4)对$\forall P_i\in(P-R)$，若，$\gamma_{R\cup\{P_i\}}(Q)>\gamma_T(Q)$，则

$T=R\cup\{P_i\},\gamma_1=\gamma_T(Q),R=T$；

5)重复步骤 3，4，直到$|\gamma_1-\gamma_2|<\delta$；

6)输出R。

其中δ为预先设定的常数，通常非常小。显然，此算法是一个树结构的组合搜索过程。它在每一层计算Q对P的依赖度。在第一层，当条件属性集只包含一个属性时，我们得到了最粗的粒度；在第二层，当条件属性集包含两个属性时，我们得到的粒度比第一层的细；随着计算过程由上至下地进行，我们得到的粒度越来越细。在每一层，我们都计算Q对P的依赖度。下面我们以一个实例来说明对模糊信息系统粒度粗细的选择过程。

例：模糊信息系统（表 1）中，$U=\{1,2,\cdots,9\}$为论域，P_1，P_2，P_3为模糊条件属性，Q为模糊决策属性。

表 1

U	P_1	P_2	P_3	Q
1	0.44	0.46	0.54	0.48
2	0.20	0.30	0.46	0.34
3	0.64	0.56	0.48	0.66
4	0.34	0.56	0.56	0.38
5	0.40	0.30	0.60	0.44
6	0.66	0.50	0.60	0.56
7	0.30	0.36	0.44	0.36
8	0.46	0.52	0.46	0.80
9	0.44	0.32	0.40	0.70

P_1，P_2对应的模糊集如图 1 所示，P_3对应的模糊集如图 2 所示，Q所对应的模糊集如图 3 所示。

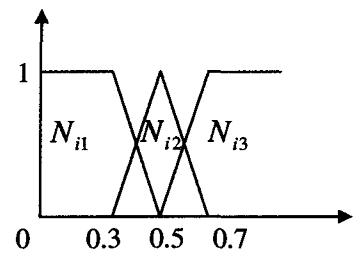

图 1

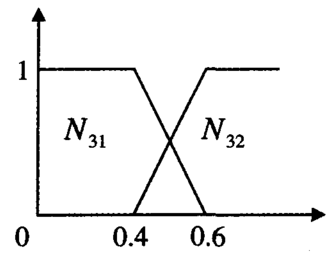

图 2

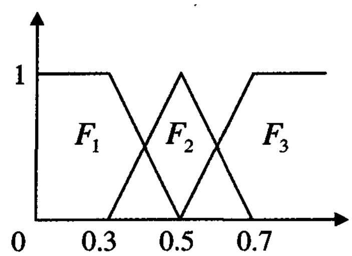

图 3

$GD(P_1)=\{N_{11},N_{12},N_{13}\}$

$GD(P_2)=\{N_{21},N_{22},N_{23}\}$

$GD(P_3)=\{N_{31},N_{32}\}$，$U/Q=\{F_1,F_2,F_3\}$

这是按单个属性对论域划分所得到的粒度，此时粒度最粗。根据隶属函数，可计算出论域中各对象对该粒度的隶属度，见表 2。

我们首先考虑基于$GD(P_1)$粒度层次上的依赖度$\gamma_{P_1}(Q)$：对

$F=N_{11}$，$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(N_{11})=\sup_{F_l\in U/Q}\mu_{\underline{F_1}}(N_{11})$

$=\sup_{F_l\in U/Q}\{\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_{N_{11}}(x),\mu_{F_1}(x)\}\}$

$=\sup\{\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_{N_{11}}(x),\mu_{F_1}(x)\},\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_{N_{11}}(x),\mu_{F_2}(x)\},\inf_{x\in U}\max\{1-\mu_{N_{11}}(x),\mu_{F_3}(x)\}\}=\sup\{\inf\{0.7,0.8,1,0.6,0.5,1,0.7,0.8,0.7\},\inf\{0.9,0.2,1,0.4,0.7,1,0.3,0.8,0.7\},\inf\{0.7,0,0.8,0.2,0.5,1,0,11\}\}=0.5$；

类似可得到：$\mu_{POS_{P_1}(Q)}=(N_{12})=0.3$；$\mu_{POS_{P_1}(Q)}=(N_{13})=0.3$；则

$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(1)=\sup\{\min\{\mu_{(N_{11}}(1),\mu_{POS_{P_1}(Q)}(N_{11})\},\min\{\mu_{N_{12}}(1),\mu_{POS_{P_1}(Q)}(N_{12})\},\min\{\mu_{N_{13}}(1),\mu_{POS_{P_1}(Q)}(N_{13})\}\}=\sup\{\min\{0.3,0.5\},\min\{0.7,0.3\},\min\{0,0.3\}\}=0.3$；$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(2)=0.5$；$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(3)=0.3$；$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(4)=0.5$；$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(5)=0.5$；

$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(6)=0.3$；$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(7)=0.5$；

$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(2)=0.3$；$\mu_{POS_{P_1}(Q)}(2)=0.3$；

则 $\gamma_{P_1}(Q)=\frac{\sum_{x\in U}\mu_{POS_{P_1}(Q)}(x)}{9}=\frac{3.5}{9}$。同理可求得 $\gamma_{P_2}(Q)=\frac{1.7}{9}$，$\gamma_{P_3}(Q)=\frac{2.7}{9}$。

表 2

U	P_1			P_2			P_3		Q		
	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{21}	N_{22}	N_{23}	N_{31}	N_{32}	F_1	F_2	F_3
1	0.3	0.7	0	0.2	0.8	0	0.3	0.7	0.1	0.9	0
2	1.0	0	0	1.0	0	0	0.7	0.3	0.8	0.2	0
3	0	0.3	0.7	0	0.7	0.3	0.6	0.4	0	0.2	0.8
4	0.8	0.2	0	0	0.7	0.3	0.2	0.8	0.6	0.4	0
5	0.5	0.5	0	1.0	0	0	0	1.0	0.3	0.7	0
6	0	0.2	0.8	0	1.0	0	0	1.0	0	0.7	0.3
7	1.0	0	0	0.7	0.3	0	0.2	0.8	0.7	0.3	0
8	0.2	0.8	0	0	0.9	0.1	0.7	0.3	0	0	1.0
9	0.3	0.7	0	0.9	0.1	0	1.0	0	0	0	1.0

由于 $\gamma_{P_1}(Q)$最大，即 P_1 对依赖度的影响最大，根据算法，下面的搜索过程是在 P_1 的基础上加入其它属性。若加入属性 P_2(即 $P=\{P_1,P_2\}$)，所得粒度为：

$GD(P)=\{N_{11}\cap N_{21},N_{11}\cap N_{22},N_{11}\cap N_{23},N_{12}\cap N_{21},N_{12}\cap N_{22},N_{12}\cap N_{23},N_{13}\cap N_{21},N_{13}\cap N_{22},N_{13}\cap N_{23}\}$

与计算 $GD(P_1)$粒度层次上依赖度 $\gamma_{P_1}(Q)$方法类似，可得：$\gamma_P(Q)=\gamma_{P_1\cup P_2}(Q)=\frac{3.8}{9}$；若加入属性 P_3(即 $P=\{P_1,P_3\}$)，则 $\gamma_P(Q)=\gamma_{P_1\cup P_3}(Q)=\frac{5.5}{9}$。

由于 $\gamma_{P_1\cup P_3}(Q)$较大，在此基础上再加入属性集中剩余的属性，只能是加入属性 P_2，即 $P=\{P_1,P_2,P_3\}$，所得粒度为：

$GD(P)=\{N_{11}\cap N_{21}\cap N_{31},N_{11}\cap N_{21}\cap N_{32},N_{11}\cap N_{22}\cap N_{31},N_{11}\cap N_{22}\cap N_{32},N_{11}\cap N_{23}\cap N_{31},N_{11}\cap N_{23}\cap N_{32},N_{12}\cap N_{21}\cap N_{31},N_{12}\cap N_{21}\cap N_{32},N_{12}\cap N_{22}\cap N_{31},N_{12}\cap N_{22}\cap N_{32},N_{12}\cap N_{23}\cap N_{31},N_{12}\cap N_{23}\cap N_{32},N_{13}\cap N_{21}\cap N_{31},N_{13}\cap N_{21}\cap N_{32},N_{13}\cap N_{22}\cap N_{31},N_{13}\cap N_{22}\cap N_{32},N_{13}\cap N_{23}\cap N_{31},N_{13}\cap N_{23}\cap N_{32}\}$

同理可求得：

$\gamma_P(Q)=\gamma_{P_1\cup P_2\cup P_3}(Q)=\frac{5.5}{9}$。根据算法的终止条件，得到约简为$\{P_1,P_3\}$。约简流程可见图 4。

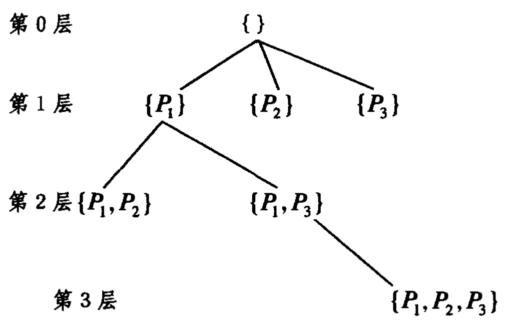

图 4

显然，这就是一种分层递阶的粒度结构。对于该模糊信息系统，在基本信息粒(即按属性 P_1,P_2,P_3 划分论域所得的最细的信息粒)上来提取规则或进行推理是不必要的，我们只需要在 P_1,P_3 划分论域所得的次细的信息粒上来进行各种推理运算就能够满足我们的要求，这样也可以最大限度地降低问题求解的成本。

结束语 面对复杂的、难于准确把握的问题，人们通常是通过由粗到细、不断求精、逐步尝试的办法达到比较合理的目标，也就是取得所谓足够满意的解，避免了计算复杂度高的困难。粒度计算理论是人工智能领域一种很有价值的解决问题的思维方法，也是当前研究的热点之一。本文基于模糊粗糙集，构建了模糊关系下一种分层递阶结构的信息粒度，给出相应粒度下模糊粗糙算子的表示方法，讨论了模糊信息系统粒度粗细的选择问题，最后的实例说明通过选择合适的粒度不仅能使问题得到简化，同时还能得出影响问题的核心因素。进一步的研究方向是：(1)如何将清晰信息粒度(如基于粗糙集的粒度)的理论、方法进一步推广到模糊信息粒度(如基于模糊粗糙集的粒度)。(2)构造出基于粒度计算的求解问题的高效算法，构建出能有效处理模糊信息的粒度计算的理论平台。

参 考 文 献

1 Dubois D, Prade H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets. International Journal of General Systems, 1990, 17: 191～208

2 Dubois D, Prade H. Putting rough sets and fuzzy sets together. Intelligent Decision Support: Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory, Kluwer, Dordrecht, 1992. 203～233

3 Greco S, Matarazzo B, Slowifiski R. Fuzzy similarity relation as a basis for rough approximations. In: RSCTC'98, Proceedings. Heidelberg: Springer-Verlag, 1998. 283～289

4 Slowinski R, Stefanowski J. Rough Classification in Incomplete System. Math. Comput. Modelling, 1989, 12(10/11): 1347～1357

5 王国胤. Rough 集理论在不完备信息系统中的扩充[J]. 计算机研究与发展, 2002, 39(10): 1238～1243.

6 Morsi N N, Yakout M M. Axiomatics for fuzzy rough sets. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 100: 327～342

7 Zadeh L A. Towards a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 19: 111～127

8 Lin T Y. Granular computing, LNCS 2639, Springer

9 Zhang B, Zhang L. Theory of Problem Solving and Its Applications. Beijing: Tsinghua University Press, 1990

10 Liu Qing, Feng Jiang, Deng Da yong. Design and Implement for Diagnosis Systems of Hemorheology on Blood ViscositySyndrome Based on GrC. RSFDGrC 2003, LNAI 2639, Springer-Verlag Berlin Heldelberg, 2003. 413～420

11 苗夺谦, 范世栋. 信息粒度计算及其应用[J]. 系统工程理论与实2, 22(1): 48～46

12 李道国, 苗夺谦, 张东星, 张红云. 粒度计算研究综述[J]. 计算机科学, 2005, 32(9): 1～12

13 Willaeys D, Malvache N. The use of fuzzy sets for the treatment of fuzzy information by computer [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1981, 5: 323～327

14 Jensen R, Shen Q. Fuzzy-rough attribute reduction with application to Web categorization [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 141(3): 469～485