Petri 网的空标识及相关性质研究*)

吴振寰[1]　于　枫[2]　吴哲辉[1]
(山东科技大学信息科学与工程学院　青岛 266510)[1]　(江苏科技大学电子信息学院　镇江 212003)[2]

摘　要　在一个网系统中,如果每个库所中的标志数都等于 0,则说这个网系统中的标识是一个空标识。文[1]通过例子指出空标识可以是一个网系统的初始标识,也可以是具有非空初始标识的网系统的一个可达标识。文[2]讨论了空标识的再现性。本文给出了空标识在网系统运行过程中重复出现的一个例子,并对上述 3 种情况的实际背景以及相关的网结构性质进行了讨论。

关键词　Petri 网,空标识,活性,可达性

Empty Marking of Petri Net and Related Properties

WU Zhen-Huan[1]　YU Feng[2]　WU Zhe-Hui[1]
(College of Information Science and Engineering, Shandong Univ. of Scie. and Tech., Qingdao 266510)[1]
(School of Electronic Information, Jiangsu Univ. of Scie. and Tech., Zhenjiang 212003)[2]

Abstract　A marking M is said to be an empty marking in a Petri net $\Sigma=(S,T;F,M)$ if $M(s)=0$ for every $s\in S$[1]. An empty marking may be an initial marking of a net system, or a reacheable marking for a net system of which the initial marking is not empty[1]. Reproducibility of empty marking is discussed by [2]. We indicate that an empty marking mary also be a repetitive marking in some net systems in this paper. Moreover, the physical background of empt markings in three case above are discussed, some properties of net structure related to the empty markings are proven.

Keywords　Petri net, Empty making, Liveness, Reachability

1 引言

在 Petri 网 $\Sigma=(S,T;F,M)$ 中,标识 M 被定义为一个映射 $M:S\rightarrow\{0,1,2,\cdots\}$。根据这个定义,如果对任意 $s\in S$,都有 $M(s)=0$,那么 M 也是网系统的一个标识,文[1]把这种标识称之为空标识。文[1]指出,对于有的网系统,空标识可以作为初始标识,如图 1 所示。对有的网系统,其初始标识虽然不是空标识,但空标识是该网系统的一个可达标识,如图 2 所示。为叙述方便,本文中记号 M_ϕ 表示一个网系统中的空标识。

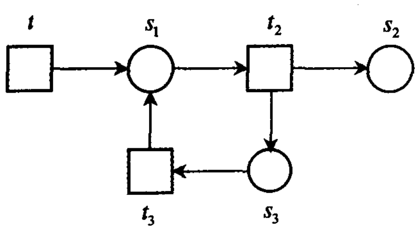


图 1　一个网系统(N_1,M_ϕ)

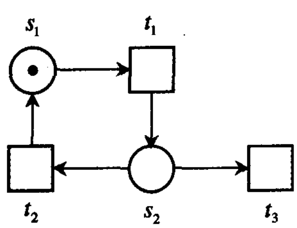


图 2　以 M_ϕ 为可达标识的一个网系统(N_2,M_0)

仔细观察这两个网系统的运行可以发现,在图 1 的(N,M_ϕ)中,M_ϕ 只是该网系统初始标识,一旦变迁 t_1 发生后,这个网系统就再也不会出现标识 M_ϕ;在图 2 的(N_2,M_0)中,M_ϕ 是一个可达标识,但到达 M_ϕ 后,这个网系统就再也不能运行。在这两个网系统中,M_ϕ 都只能出现一次。

还有一种情况,空标识可以在网系统的运行中频繁出现,如图 3 所示的网系统(N_3,M_ϕ)。在这个网系统中,M_ϕ 不仅是初始标识,而且 t_1 发生后,在网系统的继续运行中,M_ϕ 还是一个可达标识,而且 M_ϕ 的到达也不会使网系统的运行终止。换句话说,M_ϕ 在网系统的运行过程中可以重复出现无限多次。同图 1 和图 2 的网系统比较,在这个网系统中,空标识更具有普遍性。

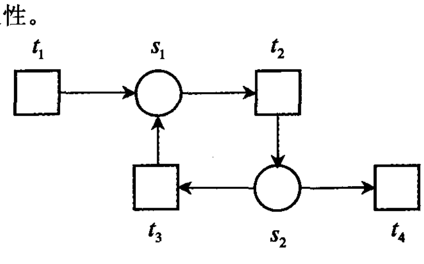


图 3　一个网系统(N_3,M_0),M_ϕ 在网系统中可以重复出现

以上对空标识的的讨论是从定义出发的。那么,作为分布式系统描述和分析的工具的 Petri 网,空标识 M_ϕ 的实际背景是什么? M_ϕ 作为初始标识的网系统(如图 1),M_ϕ 作为具有非空初始标识的网系统的一个可达标识(如图 2),以及 M_ϕ 在网系统运行中重复出现的网系统在结构上有什么性质呢?这些就是本文要讨论的问题。

本文涉及到的概念、术语和记号在文[1]中均可见到,不再赘述。

*)国家自然科学基金资助课题(60173053)。吴振寰　讲师,硕士,研究方向:Petri 网理论及应用,信息安全;于　枫　讲师,硕士,研究方向:Petri 网理论及应用;吴哲辉　教授,博士生导师,研究方向:Petri 网理论及应用,算法设计与分析,形式语言与自动机理论等。

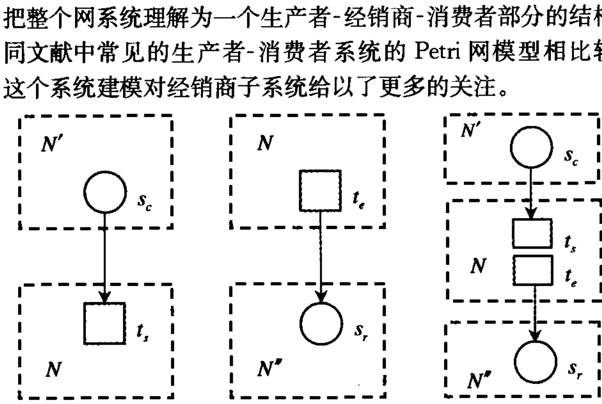
2 Petri 网中空标识的实际背景

用 Petri 网对一个复杂的实际系统建模时,常常采用分层建模或分块建模的方法步骤。分块建模的方法把一个大系统分成几个部分,对每部分分别用 Petri 网建模,然后用一个总框(相当于流程图)把各个部分连接起来。图 4 给出了几种常见的连接方式。

在图 4 中,a)表示的是把一个复杂系统分成两部分分别用 Petri 网建模,得到的子网分别为 N'和 N。它们之间通过 N'中的传送库所 s_c 和 N 中的启动变迁 t_s 实现连接(在对实际系统建模时,可能通过 N'中的一组传送库所同 N 中的一组启动变迁实现连接。为叙述简便,作为示意图,只给出一个库所和一个变迁连接的情况)。其中 N'是一个可重复网,所配置的初始标识 M_0 也是 N'的一个可重复标识。库所 s_c 是子网系统(N',M_0)的重复次数计数器。通过(N',M_0)的不断运行,s_c 中可以获得任意多个标志。在初始标识中,子网 N 的各个库所都不含标志。因此,当我们单独对子网 N 进行分析时,可以把它看作以空标识 M_ϕ 为初始标识的网系统。由于在子网 N 中 $^{\bullet}t_s=\phi$,因此 t_s 可以随意发生,网 N 中的库所通过 t_s 的发生获得标志,从而这部分可以运行起来。然而,从整个网系统来看,t_s 的前集不是空集,而是 $^{\bullet}t_s=\{s_c\}$,只是因为 s_c 可以通过(N',M_0)的不断运行获得任意多个标志。这是假定在子网 N 中 t_s 可以随意发生的前提条件。

图 4b)也是表示把一个复杂系统分为两部分分别用 Petri 网建模,得到的子网分别为 N 和 N''。设子网 N 的初始标识为M_0。在子网(N,M_0)的运行过程中,变迁 t_e 的发生把 N 各库所中的标志传送到 N''的接受库所 s_r,直到把所有库所的标志都排空,即空标识 M_ϕ 是(N,M_0)的一个可达标识。这时(N,M_ϕ)停止运行。就整个系统来说,只有 N''所描述的部分还在继续运行。

图 4c)表示的是把一个复杂系统分成 3 部分分别用 Petri 网建模,得到的 3 个子网分别为 N'、N 和 N''。子网 N'同 N 的连接方式同图 4a),而 N 同 N''的连接方式同图 4b)。把中间的子网 N 单独考察时,它就是一个以空标识作为初始标识的网系统,而且在这个网系统的运行过程中,空标识 M_ϕ 可以重复多次出现。在整个系统中,网 N 所描述的部分所起的作用就是将 N'部分所产生的资源不断地向 N''部分传送。我们可以把整个网系统理解为一个生产者-经销商-消费者部分的结构。同文献中常见的生产者-消费者系统的 Petri 网模型相比较。这个系统建模对经销商子系统给以了更多的关注。



a) 库所-变迁连接　b) 变迁-库所连接　c) 3 个部分的连接

图 4 分块建模时各个子网的几种常见连接方式

诚然,对一个复杂系统用 Petri 网进行分块建模时,各个子网之间还可以有其它的连接方式。我们之所以列举了 3 种方式,是因为它们涉及到空标识 M_ϕ 作为一个子网 N 的初始标识或可达标识的情况。

3 M_ϕ—活网的结构特征

本节的议题是:什么样的网可以以空标识 M_ϕ 作为初始标识?或者换一个说法:一个可以以 M_ϕ 作为初始标识的网应具有什么样的结构?

为此,需要对"网 N 可以以 M_ϕ 作为初始标识"这句话的含义作一个明确的约定。对于一个网 $N=(S,T,F)$,若以 M_ϕ 作为它的初始标识,就构成一个网系统(N,M_ϕ)。通常,一个网系统 $\Sigma=(N,M_0)$(M_0 为网 N 的任意一个初始标识)的运行情况大致可分为下列 5 种:

1)在(N,M_0)中,每个变迁都不能发生;2)(N,M_0)中至少有一个变迁可以发生;3)(N,M_0)是一级活的网系统;4)(N,M_0)是一个可重复网系统;5)(N,M_0)是一个活的网系统。其中 1)和 2)是互补的,从第 2)到第 5)中运行情况则存在着这样一种关系:后一种情况蕴含前一种情况,即 5)⇒4)⇒3)⇒2)。

显然,第 1)种运行情况不应是"网 N 可以以 M_ϕ 为初始标识"的标准。Petri 网作为一个实际系统的模型,目的是想通过 Petri 网的运行来分析实际系统的行为特性。如果一个网系统中任何变迁都不能发生,这个网系统就失去了作为实际系统模型的意义。第 2)种情况也不合适。在一个网系统中,如果有些变迁一次也不能发生,这些变迁在被模拟系统中所对应的部件就没有在该系统中存在的价值。后 3 种情况都可以作为衡量标准,不同的实际系统,对系统的运行性质有不同的要求。对于一般的网系统来说,采用哪一种运行情况作标准,应该根据实际问题来确定。然而,对于"以空标识 M_ϕ 作为初始标识"这一特定问题来说,后 3 条标准是一致的。换句话说,如果网系统(N,M_ϕ)是一级活的,则(N,M_ϕ)是一个活的网系统。本书后面的工作是证明这一结论,并给出使得(N,M_ϕ)为一个活的网系统的网 N 的结构特征。

定义 1 设 $N=(S,T;F)$为一个网,

1)如果在 $\Sigma=(N,M_\phi)$中,对任意 $t\in T$,都存在 $M\in R(M_\phi)$,使得 $M[t>$,则称 N 为一个 M_ϕ 恰当网。

2)如果在 $\Sigma=(N,M_\phi)$中,存在一个无限的变迁序列 $\sigma=t_{i1}t_{i2}\cdots$,使得 $M_\phi[t>$,而且每个变迁 t 在 σ 中都无限多次地出现,则称 N 为一个 M_ϕ-可重复网;

3)如果在 $\Sigma=(N,M_\phi)$中,对任意 $M\in R(M_\phi)$和任意 $t\in T$,都存在 $M'\in R(M)$使得 $M'[t>$,则称 N 为一个 M_ϕ-活网。 □

定义 1 中的"M_ϕ-恰当网"的术语来源于"恰当网系统"的概念。如果网系统 $\Sigma=(S,T;F,M_0)$满足条件:

$\forall t\in T,\exists M\in R(M_0):M[t>$

$\forall s\in S,\exists M\in R(M_0):M(s)\geqslant 1$

则称 Σ 为一个恰当网系统[1]。显然,网系统 Σ 为一个恰当网系统当且仅当 Σ 是一级活的。为使称呼更为简便,本文用"M_ϕ-恰当网"来代替"M_ϕ-一级活网"的说法。

定理 1 若 $N=(S,T;F)$是一个 M_ϕ-恰当网,则在 N 中:1)$\exists t\in T:{}^{\bullet}t=\phi$;2)$\forall s\in S,\exists t_1\in T:{}^{\bullet}t_1=\phi$,使得 t_1 到 s 有一条有向路 P,而且 $\forall t\in T^{\bullet}:s\in{}^{\bullet}t\Rightarrow t$ 不在有向路 P 上 (3.1)

证明:条件 1)的必要性是显然的,因为若 $\forall t\in T,{}^{\bullet}t\neq\phi$,那么在$(N,M_\phi)$中没有一个变迁能够发生。下面证明条件 2)的必要性。

由于 $\forall s:M_\phi(s)=0$,为使 $\exists M\in R(M_\phi):M(s)\geqslant 1$,只能通过某个满足条件 $^{\bullet}t_1=\phi$ 的变迁 t_1 产生标志,而且通过从 t_1 到 s 的某条有向路 P 上经过的每个变迁的发生把标志送到库所 s。由于各个变迁的发生都以其每个前集库所至少有一个标志为前提条件,因此若 $s\in{}^{\bullet}t$,上述从 t_1 到 s 的有向路 P 就不

应经过变迁 t。 □

定理 2 网 $N=(S,T;F)$ 为一个 M_ϕ-活网的充分必要条件是 N 为一个 M_ϕ 恰当网。

证明:必要性是显然的,下面只证明充分性。

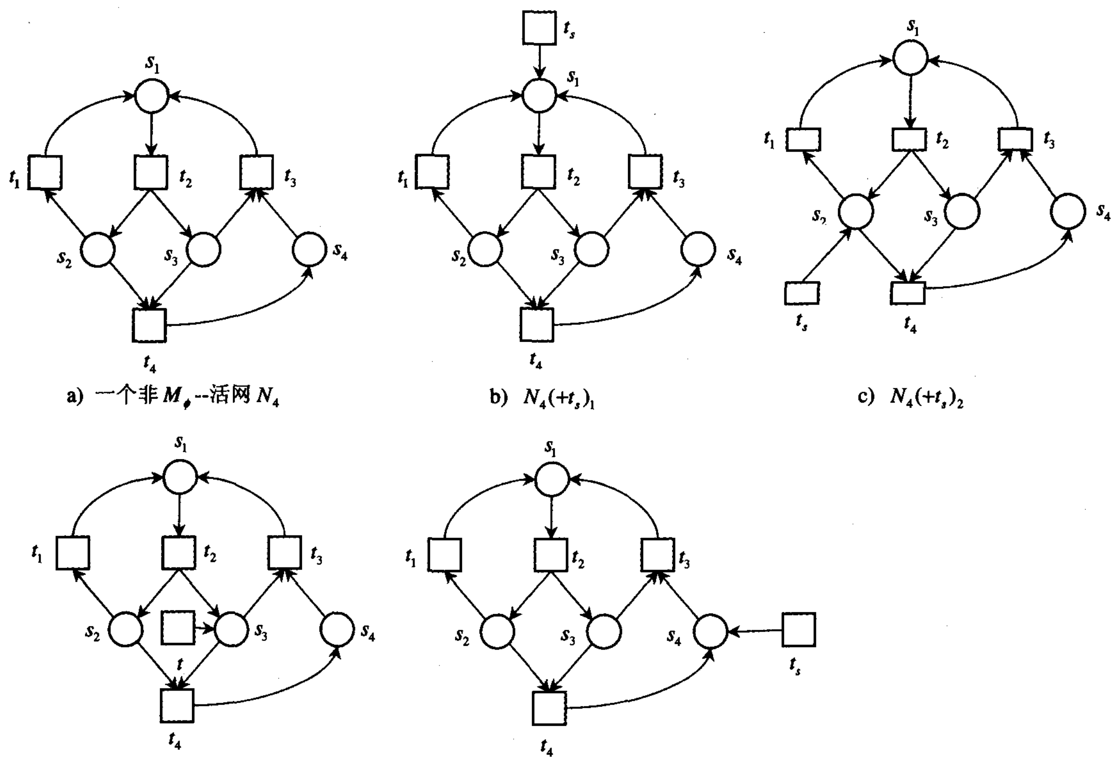
设 N 为一个 M_ϕ 恰当网。在 (N,M_ϕ) 中,对于任意 $M\in R(M_\phi)$ 和任意 $t\in T$,如果 $\forall s\in {}^\bullet t$ 都有 $M(s)\geqslant 1$,那么显然存在 $M\in R(M)$ 使得 $M[t>$。若存在 $s_1\in {}^\bullet t$: $M(s)=0$,则由于存在变迁 t: ${}^\bullet t_1=\phi$ 以及从 t_1 到 s_1 的一条有向路 P 满足条件(3.1)式通过 P 上各个变迁的发生可以使库所 s_1 获得标志。在此过程中,假若有向路 P 上的某个变迁 t' 有多个前集库所,其中一个前集库所 s' 不在有向路 P 上且 $M(s')=0$,那么由于 N 是一个 M_ϕ 恰当网,又存在一个变迁 t': ${}^\bullet t'=\phi$,从 t' 到 s' 又有一条满足(3.1)式的有向路 P',通过 P' 上各个变迁的发生,可以使 s'(在 t' 发生之前)获得标志。以上讨论表明,对任意 $M\in R(M_\phi)$ 和任意 $t\in T$,都存在 $M'\in R(M)$,使得 $M'[t>$。这就证明了 N 是一个 M_ϕ-活网。 □

从定理 1 和定理 2 可以直接得到下面的结论。

定理 3 $N=(S,T;F)$ 是一个 M_ϕ-活网的充分必要条件是 1) $\exists t\in T$: ${}^\bullet t=\phi$; 2) $\forall s\in S$, $\exists t_1\in T$: ${}^\bullet t_1=\phi$,且存在 t_1 到 s 有一条有向路 P 满足: $\forall t\in T$: $s\in {}^\bullet t\Rightarrow t$ 不在有向路 P 上。 □

如果一个网 N 不是 M_ϕ-活网,我们可以通过对网 N 施加插入操作,插入一些源变迁(若 ${}^\bullet t=\phi$,则称 t 为一个源变迁),使之变成一个 M_ϕ-活网。显而易见的方法是对网 N 中的每个库所都加入一个源变迁 t,使得 $t^\bullet=\{s\}$。当然这并不是必要条件。问题是怎样判定对任意给定的一个非 M_ϕ-活网至少要插入多少个变迁(假设规定每个源变迁都只有一个后集库所),以及怎样插入才能使之成为 M_φ-活网呢?本文对这个问题不作深入讨论,只通过两个例子略加说明。

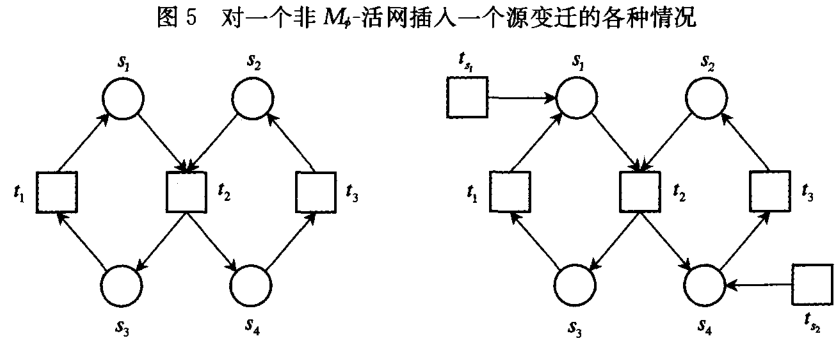
例 1 图 5a)的网显然不是一个 M_ϕ-活网。能否只插入一个源变迁以及怎样插入才能使之变成 M_ϕ-活网呢?图 5b)～e)给出对网 N_4 插入一个源变迁 t_s 的 4 种插入方法,所得到的新



a) 一个非 M_ϕ-活网 N_4　b) $N_4(+t_s)_1$　c) $N_4(+t_s)_2$

d) $N_4(+t_s)_3$　e) $N_4(+t_s)_4$

图 5　对一个非 M_ϕ-活网插入一个源变迁的各种情况



(a) 一个非 M_ϕ-活网 N_5　(b) 一个 M_ϕ-活网 $N_5(+\{t_{s_1},t_{s_2}\})$

图 6　对一个非 M_ϕ-活网插入两个源变迁

网分别记为 $N_4(+t_s)_1$、$N_4(+t_s)_2$、$N_4(+t_s)_3$ 和 $N_4(+t_s)_4$。容易验证,$N_4(t_s)_1$ 和 $N_4(+t_s)_2$ 是 M_ϕ-活网,但 $N_4(+t_s)_3 N_4(+t_s)_4$ 不是 M_ϕ-活网。另一方面,也可以验证 $N_4(+t_s)_1$ 和 $N_4(+t_s)_2$ 满足定理 3 的条件,而 $N_4(+t_s)_3$ 和 $N_4(+t_s)_4$ 不满足这些条件。

(下转封三)

```
/*C语言程序Eg05C.C          用字符型数组存放自然数的回文数判定算法10。它也是“绝”!!! */
#include <stdio.H>
char a[1000];                    /*一维字符型数组变量定义*/
int i,k,n;                       /*整型变量定义*/
void main() {
  printf("\n输入待判定自然数 n="); /*提示用户输入自然数n*/
  i=0;                           /*字符计数器初值*/
  do { i++; a[i]=getchar(); putchar(a[i]); }
   while (a[i]!=10);             /*存放数：直到最后所输入字符的ASCII码为（换行符的ASCII码）10*/
  n=i-1; k=n/2; i=1;             /*求双端对称位置数字比较所需“对”的个数k*/
  while (i<=k)                   /*当双端对称位置数字尚未比较完时*/
    if (a[i]==a[n-i+1])          /*双端对称位置的数字相同吗？*/
      i++;                       /*准备进行下一对双端对称位置数字的比较*/
    else i=k+2;                  /*设置“双端对称位置数字出现不同”标志，兼作强制中止循环标志*/
  if (i!=k+2)                   /*"双端对称位置数字没有出现不同相同"吗？*/
   printf("是回文数!\n"); /*输出“是回文数！”的信息*/
    else
   printf("非回文数!\n"); /*输出“非回文数！”的信息*/
  }
```

结论 作者长期教学的成功实践证明：在程序设计课程中，应该而且可以通过不断追求“对→好→巧→妙→绝”的同构化创新教育，来逐步培养和训练学生在校期学习与毕业后工作中，养成可受益终身的“积极观察、认真思考，努力探索、力求创新”的创新意识、新理念、创新思索与创新实践。

参考文献

1 周启海. C++同构化对象程序设计原理[M]. 北京：清华大学出版社，北方交通大学出版社，2004

2 周启海. C语言程序设计[M]. 北京：机械出版社，2004

3 周启海. C语言程序设计新捷径[M]. 上海：复旦大学出版社，2000

4 吴红玉，周启海，杨祥茂. 论JAVA程序设计教学中的同构化创新思想教育. 见：程序设计语言及其教学探索. 北京：清华大学出版社，2006. 165～168

5 张元新，周启海，杨祥茂. 论C程序设计教学中的同构化创新思想教育. 见：程序设计语言及其教学探索. 北京：清华大学出版社，2006. 169～172

6 喻敏，周启海. 论VFP程序设计教学中的同构化创新思想教育. 见：程序设计语言及其教学探索. 北京：清华大学出版社，2006. 173～176

（上接第290页）

例2 图6a)的网 N_5 也不是一个 M_ϕ-活网。如果规定对 N_5 只插入一个源变迁（每个源变迁只有一个后集库所），那么不论怎样插入，所得到的新网也不是 M_ϕ-活网。若插入两个源变迁，那么共有6种插入方法。其中有4种插入所得到的新网是 M_ϕ-活网，另外2种插入得到的新网不是 M_ϕ-活网。图6b)给出的只是其中一种合理的插入方法。

4 M_ϕ-可达网的特征

定义2 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网。如果对于网 N 的任意初始标识 M_0，在 $\Sigma=(N,M_0)$ 中都有 $M_\phi\in RM_0$)，则称 N 为一个 M_ϕ-可达网。

定理4 网 $N=(S,T;F)$ 为一个 M_ϕ-可达网的充分必要条件是：1) $\exists t\in T: t^\cdot=\phi$；2) $\forall s\in S$，$\exists t_1\in T: t_1^\cdot=\phi$ 且存在从 s 到 t_1 的一条有向路 P 满足：$\forall t\in T:(s\in{}^\cdot t\vee|{}^\cdot t|\geq 2)\rightarrow t$ 不在有向路 P 上（证明方法类似于定理1和定理2的证明）。 □

如果一个网 N 不是 M_ϕ-可达网，可以对它施加插入操作，插入一些汇变迁（若 $t^\cdot=\phi$，则称 t 为一个汇变迁），使之变成一个 M_ϕ-可达网。显而易见的做法是对 N 的每个库所 s，都加入一个汇变迁 t，使得 ${}^\cdot t=\{s\}$。诚然，这也不是必要条件。同样有这样的一个问题：怎样判定对任意给定的一个非 M_ϕ-可达网，至少要插入多少个汇编前（假设规定每个汇变迁都只有一个前集库所），以及怎样插入才能使之变成一个 M_ϕ-可达网。这个问题尚待进一步研究。下面通过一个具体例子加以说明。

例3 图5a)的网 N_4 显然不是一个 M_ϕ-可达网。可以验证对于这个网，如果只插入一个汇变迁，那么不论怎样插入也不能变成 M_ϕ-可达网。如果最多只插入两个汇变迁，那么只有一种插入方式可以得到 M_ϕ-可达网，如图7所示。其它的插入方式都不可能得到 M_ϕ-可达网。

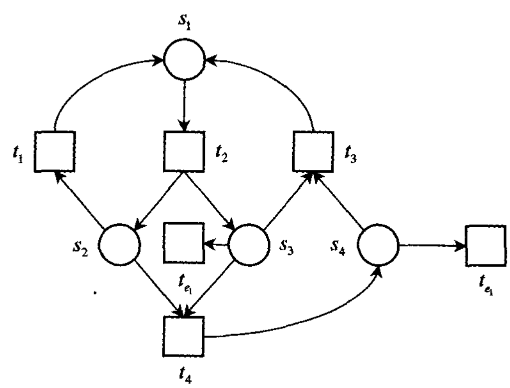


图7 一个 M_ϕ-可达网 $N_4(+\{t_{e_1},t_{e_2}\})$

结束语 本文对Petri网的空标识进行了讨论，指出空标识不仅有正确的理论依据，而且也有深刻的实际背景。文中分别对空标识作为一个网系统的初始标识和空标识作为一个网的可达标识两种情况进行了分析，分别定义了 M_ϕ-活网和 M_ϕ-可达网，并得到了以下结果。

1)分别给出和证明了 M_ϕ-活网和 M_ϕ-可达网的结构特征。

2)证明了如果一个网系统的初始标识作为空标识 M_ϕ，那么这个网系统是活的当且仅当网中有变迁是一级活的。

3)当一个网不是 M_ϕ-活网时，可以在 N 中插入一些源变迁使之成为 M_ϕ-活的。

4)当一个网 N 不是 M_ϕ-可达网时，可以在 N 中插入一些汇变迁使之变成 M_ϕ-可达的。

本文也留下了两个公开问题：

1)怎样判定对一个非 M_ϕ-活网，至少要插入多少个源变迁，才能使之变成 M_ϕ-活网。

2)怎样判定对一个非 M_ϕ-可达网，至少要插入多少个汇变迁，才能使之变成 M_ϕ-可达网。

参考文献

1 吴哲辉著. Petri网导论. 北京：机械工业出版社，2006