

基于物理模型的火苗动画^{*})

秦培焜 陈传波 吕泽华 夏晖

(华中科技大学计算机学院 武汉 430074)

摘要 本文提出了一种基于物理模型的火苗数值模拟方法。真实感和实时性是计算机图形学追求的两个目标。传统的动画技术生成的物体运动是虚拟的,并不能完全反映物体的真实运动。与传统的动画技术相比,基于物理的动画更能表现运动的真实性。本文在用非粘性不可压缩欧拉方程表示火苗物理模型的基础上,利用破开算子法将其分解成外力项、对流项和投影项分别进行求解,每一步都稳定,因而整个求解也就稳定。求解过程的稳定性保证了模拟可以用大时间步长,也就保证了模拟的实时性。与传统的方法相比,能同时满足计算机图形学的真实感和实时性要求。

关键词 火苗,真实感动画,实时模拟

Physically based Animation of Tongue of Fire

QIN Pei-Yu CHEN Chuan-Bo LU Ze-Hua XIA Hui

(Institute of Computer, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

Abstract In this paper, a physically based approach for simulating Tongue of Fire is proposed. Realistic animation and real-time simulation are two objectives pursued in computer graphics applications. Traditional animation technique can obtain virtual movement, but it has difficulty for realistic movement. Compared with the traditional animation technique, physically based animation can represent realistic movement better. The inviscid and incompressible Euler equations are used in the model, and the operator splitting method is employed to split the model into external force term, advection term and projection term. Every step is stable, so the whole process is also stable. Thus, the big time step can be taken to ensure real-time simulation. Compared with the traditional technique, this method can be taken for realistic animation and real-time simulation of Tongue of Fire in computer graphics applications.

Keywords Tongue of fire, Realistic animation, Real-time simulation

1 引言

近年来,自然景观的模拟成为计算机图形学的热点之一,其中火苗和烟雾等气体的模拟由于其广泛的应用前景因而吸引了众多图形学研究者的关注。它可以应用于电影特效、视频游戏和广告等,产生各种效果,节省大量的人力物力。

火苗的运动实质上就是受热气体的运动。在以往对气体运动的研究中,早期的模型主要针对某一特定现象并且不考虑气体的速度直接模拟其浓度^[1~4]。随后,基于 Kolmogoroff 谱的随机速度场方法被用来模拟复杂的气体运动^[5]。这些早期的模型一个共有的缺点是缺少动态反馈,效果也不逼真。逼真的气体动画对动画师来说是个费时的工作。另一个模拟气体的自然方法是直接利用流体动力学。Kajiya 和 Von Herzen 第一个将其引入计算机图形学^[6],但当时(1984)的计算能力只允许非常粗糙的网格上的模拟。Foster 和 Metaxas^[7,8]使用了相对粗糙的网格但得到了很好的效果。他们的模型使用显式积分方法,因而只在小时间步长情况下才稳定。这使得模拟速度较慢,不能满足图形学的实时性要求。最近,Yngve 等用流体动力学的可压缩方程来模拟爆炸^[9],但是其模型对时间步长有严格的限制。大多数计算流体动力

学研究者都使用不可压缩方程来避免这个严格的限制条件。

为此,本文提出了一个基于物理模型的火苗的模拟方法,来满足计算机图形学的真实感要求。不可压非粘性欧拉方程在表达火苗运动的同时,相对于完整的 Navier-Stokes 方程更简化了计算。因此,本文的物理模型用不可压非粘性欧拉方程表示,采用稳定的求解方法保证大时间步长模拟,从而满足计算机图形学的实时性要求。

2 物理模型

在计算流体动力学领域中,Navier-Stokes 方程是最常用的物理模型。但是本文只研究火苗的运动,将火苗的运动建模成非粘性不可压的受热气体的运动。流体的粘性效果在气体动画特别是粗网格情况下可以忽略,并且当流体速度远远低于声速时,它的压缩效果也可以忽略^[10],所以本文采用了不可压非粘性形式的欧拉方程来表示火苗的物理模型,这样相对于完整的 Navier-Stokes 方程,可以简化数值模拟计算量。不可压非粘性形式的欧拉方程^[11]表示如下:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -(u \cdot \nabla)u - \nabla p + f \quad (2)$$

^{*})本文研究得到国家 863 项目(编号:2004AA420100)资助。秦培焜 博士研究生,主要研究方向为计算机图形学和软件工程;陈传波 教授,博士生导师,主要研究方向为图像处理与机器智能及计算机应用;吕泽华 博士研究生,主要研究方向为计算机模式识别;夏晖 博士研究生,主要研究方向为图像处理。

整个欧拉方程主要由两个部分组成,方程(1)以连续方程确保质量守恒,方程(2)以动量方程来保证动量守恒。这里 u 为速度矢量, f 为外力, p 是气体压强。

本文将热浮力 f_{buoy} 作为外力 f , 与温度 T 有关, 这就必须计算温度 T 随速度场的变化, 即:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -(u \cdot \nabla) T \quad (3)$$

然后由下式得到热浮力:

$$f_{buoy} = \beta(T - T_{amb})y \quad (4)$$

其中, β 为一正的常量, y 为方向向上的矢量, T_{amb} 为周围环境的温度。

3 求解方法

由 Helmholtz-Hodge 分解定义, 一个矢量 w 可以分解成一个零散度矢量 u 与一个标量 p 的梯度之和, 即

$$w = u + \nabla p \quad (5)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (6)$$

同时根据点积的定义, 一个矢量 r 在一个单位矢量 s 上的投影即为 r 和 s 的点积, 即将 r 映射到 s 方向上的分量。定义一个投影算子 P , 将矢量场 w 投影到零散度分量 u , 得到:

$$Pw = Pu + P(\nabla p) \quad (7)$$

根据 P 的定义, 有 $Pw = Pu = u$, 因此 $P(\nabla p) = 0$ 。应用到整个欧拉方程, 就有,

$$P \frac{\partial u}{\partial t} = P(-u \cdot \nabla)u - \nabla p + f_{buoy} \quad (8)$$

f_{buoy} 由方程(3)和(4)给出。方程(3)的求解同下面欧拉方程的对流项的求解。

由于 $\nabla \cdot u = 0$, 而且 $P(\nabla p) = 0$, 从而可以推导出:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = P(-u \cdot \nabla)u + f_{buoy} \quad (9)$$

为了降低计算的复杂度, 采用破开算子法, 即通过状态量变换来合成。定义算子如下, 力(F), 对流(A)以及投影(P), 那么整个求解过程变为:

$$S = P \circ A \circ F$$

即先施加热浮力, 然后计算对流, 最后计算压强, 对速度场进行修正。如果每一步都稳定, 则整个计算也就稳定。用此方法可以求解各种物理量, 例如速度场和温度场等, 下面求解以速度场为例:

如果用 w_0, w_1, w_2, w_3 来表示各个计算阶段的速度场, 则整个求解过程为:

$$w_0(x) \xrightarrow{\text{force}} w_1(x) \xrightarrow{\text{advect}} w_2(x) \xrightarrow{\text{project}} w_3(x)$$

其中 $w_0(x) = u(x, t), w_3(x) = u(x, t + \Delta t)$ 。

如果将上面的过程公式化, 则可以按如下过程具体求解。

首先, 计算热浮力项 f_{buoy} 。假设一个时间步长内整个场的作用力变化不大, 则可以按下式施加热浮力,

$$w_1(x) = w_0(x) + \Delta t f_{buoy}(x, t) \quad (10)$$

然后计算对流项 $-(u \cdot \nabla)u$ 。Foster 和 Metaxas 使用有限差分计算这一项, 但他们的方法只在时间步长很小的情况下即满足 CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 条件才保持稳定。本文这里采用半拉格朗日方法进行求解, 即

$$w_2(x) = w_1(x - u(x, t)\Delta t) \quad (11)$$

上式中 $u(x, t)$ 此时即为 $w_1(x)$ 。

欧拉法是基于网格的方法, 拉格朗日法是基于粒子的方法, 而半拉格朗日方法^[12]是欧拉法和拉格朗日方法的结合,

它利用欧拉法的规则性和拉格朗日法的稳定性, 保证了求解对流项的简单有效和任意时间步长稳定。半拉格朗日法的核心思想是将每个网格单元看作是一个粒子, 采用随速度场回溯追踪粒子的方法, 而不是向前追踪的方法, 并需要根据周围的点进行双线性插值。

最后计算投影。首先计算出 $\nabla \cdot w_2(x)$, 也就是当前的速度场散度。这样通过压强泊松方程就可以求出压力场, 然后利用压力场对速度进行修正, 可以满足速度场散度为零 $\nabla \cdot w_3(x) = 0$ 的质量守恒条件。见下式,

$$\nabla^2 p = \nabla \cdot w_2(x) \quad (12)$$

$$w_3(x) = w_2(x) - \nabla p \quad (13)$$

对于压强泊松方程, 如果采用中心差分显式格式, 可以直接从一个时刻 t 计算出下一个时刻 $t + \nabla t$ 的速度场。但这个格式不稳定, 同样时间步长必须满足 CFL 条件。为此, 本文采用雅克比迭代来求解以保证稳定性, 其中上标 k 表示第 k 次迭代, 即

$$p_{i,j}^{k+1} = \left(\frac{p_{i+1,j}^k + p_{i-1,j}^k}{(\Delta x)^2} + \frac{p_{i,j+1}^k + p_{i,j-1}^k}{(\Delta y)^2} - \nabla \cdot w_2 \right) / \left(\frac{2}{(\Delta x)^2} + \frac{2}{(\Delta y)^2} \right) \quad (14)$$

如果空间步长 $\Delta x = \Delta y$, 则上式可以简化为,

$$p_{i,j}^{k+1} = \frac{p_{i+1,j}^k + p_{i-1,j}^k + p_{i,j+1}^k + p_{i,j-1}^k - (\Delta x)^2 \nabla \cdot w_2}{4} \quad (15)$$

4 实验结果

这里给出了火苗的实时模拟结果。模拟环境是 Intel Pentium 2.8GHz, 主内存为 512M, 网格分辨率是 64×64 个网格, 显示速度为 30fps 左右。实验结果表明, 该方法能达到计算机图形学的真实感和实时性要求。图 1 到图 6 分别是 $t = 1.0$ 到 $t = 6.0$ 秒的模拟结果。

结束语 本文基于物理模型提出了一种火苗的实时数值模拟算法。与传统的动画技术相比, 基于物理的动画更能表现运动的真实性。在用非粘性不可压欧拉方程表示火苗的物理模型的基础上, 利用破开算子法将其分解成外力项、对流项和投影项分别进行求解, 每一步都稳定, 因而整个求解也就稳定。求解过程的稳定性保证了模拟可以用大时间步长, 也就保证了模拟的实时性。与传统的方法相比, 能同时满足计算机图形学的真实感和实时性要求。本文提出的方法也适用于其他相关的流体模拟, 例如烟雾等。

参考文献

- Gardner G Y. Visual Simulation of Clouds. Computer Graphics (SIGGRAPH 85 Conference Proceedings), 1985, 19(3): 297~384
- Perlin K. An Image Synthesizer. Computer Graphics (SIGGRAPH 85 Conference Proceedings), 1985, 19(3): 287~296
- Ebert D S, Parent R E. Rendering and Animation of Gaseous Phenomena by Combining Fast Volume and Scanline A-buffer Techniques. Computer Graphics (SIGGRAPH 90 Conference Proceedings), 1990, 24(4): 357~366
- Sakas G. Fast Rendering of Arbitrary Distributed Volume Densities. In: F. H. Post and W. Barth, eds. Proceedings of EUROGRAPHICS '90. Elsevier Science Publishers B. V. (North-Holland), September 1990. 519~530
- Stam J, Fiume E. Turbulent Wind Fields for Gaseous Phenomena. In: SIGGRAPH 93 Conference Proceedings, Annual Conference Series, August 1993. 369~376
- Kajiya J T, von Herzen B P. Ray Tracing Volume Densities. Computer Graphics (SIGGRAPH 84 Conference Proceedings), 1984, 18(3): 165~174
- Foster N, Metaxas D. Realistic Animation of Liquids. Graphical Models and Image Processing, 1996, 58(5): 471~483
- Foster N, Metaxas D. Modeling the Motion of a Hot, Turbulent Gas. In: SIGGRAPH 97 Conference Proceedings, Annual Conference Series, August 1997. 181~188

9 Yngve G, O'Brien J, Hodgins J. Animating explosions. In: SIGGRAPH 2000 Conference Proceedings, Annual Conference Series, July 2000. 29~36
 10 Fedkiw R, Stam J, Jensen H W. Visual Simulation of Smoke. In: SIGGRAPH 2001 Conference Proceedings

11 Landau L D, Lifshitz E M. Fluid Mechanics, 2nd edition. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1998
 12 Stam J. Stable Fluids. In: SIGGRAPH 99 Conference Proceedings, Annual Conference Series, August 1999. 121~128

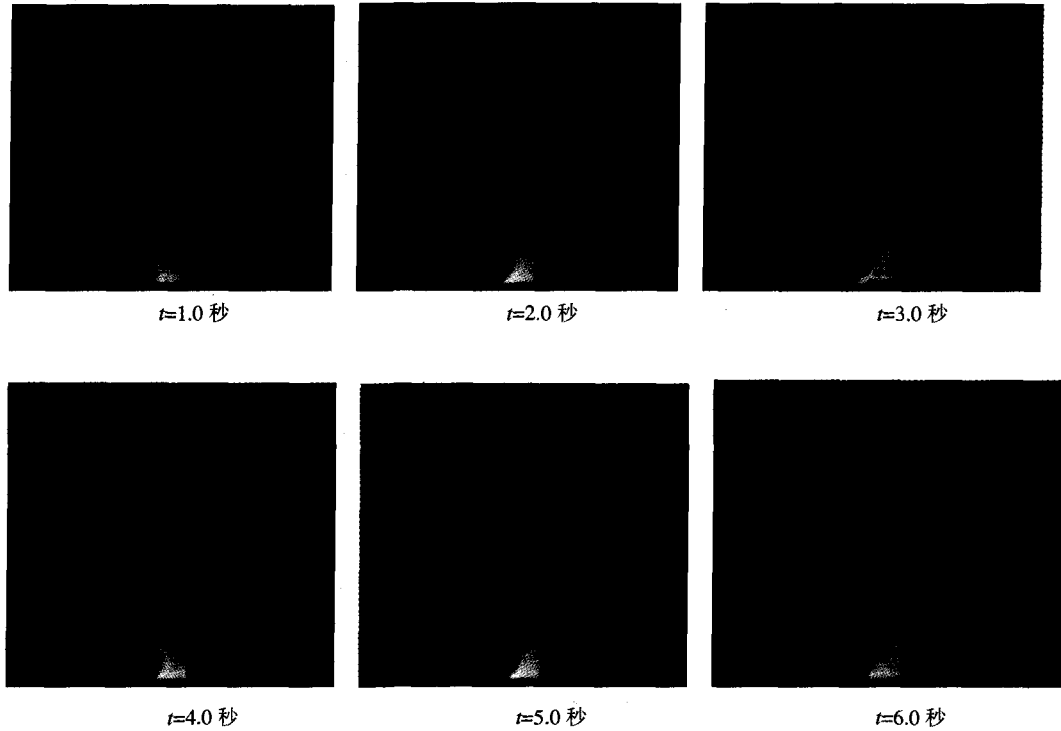


图 1

(上接第 235 页)

4)。实验中, SVM 的核函数分别为: 线性(linear)核: $k(x, y) = (x \cdot y)$; 多项式(poly)核, $k(x, y) = (1 + (x \cdot y))^d$; 次数 $d = 2$ 和径向基(rbf)核, $k(x, y) = \exp(-0.5(\|x - y\|/\sigma)^2)$; 尺度参数 $\sigma = 6$ 。各支持向量机的惩罚系数 $C = \infty$ 。

我们在 10 组实验中, 测试各分类器正确识别百分率(正确识别样本数/测试样本总数 $\times 100\%$), 并用黑体标出各组实验的最高识别率。实验结果见表 1。

表 1 ORL 人脸库识别率

	SVM linear	SVM poly(2)	SVM rbf(6)	1NN	NNCH	l_1 NNCH
1~5	91.50%	91.00%	91.50%	92.00%	92.00%	94.00%
2~6	95.00%	95.00%	95.00%	95.00%	94.00%	96.50%
3~7	95.50%	95.50%	95.50%	96.00%	96.00%	96.00%
4~8	97.00%	96.00%	97.00%	93.50%	95.50%	97.00%
5~9	97.50%	97.50%	97.50%	93.00%	98.00%	98.50%
6~10	93.00%	92.00%	93.00%	92.50%	93.00%	93.50%
7~10, 1	97.50%	97.00%	97.50%	96.00%	97.50%	98.00%
8~10, 1~2	97.50%	98.00%	97.50%	96.50%	97.50%	98.00%
9~10, 1~3	97.00%	98.50%	97.00%	94.50%	95.50%	97.50%
10, 1~4	97.00%	97.00%	97.00%	94.00%	95.00%	96.50%

从以上的实验结果来看, l_1 NNCH 取得了较好的识别效果。10 组实验中, 有 8 组实验的识别率均达到最高。

l_1 NNCH 与 3 种核函数的支持向量机相比, 除第 4、8 组实验结果与支持向量机相同以及最后 2 组低于支持向量机外, 其它 6 组的识别率均高于各支持向量机。实验中, 1NN 表现一般, 除前 3 组外的其它各组识别率均较其它各分类器

要低。 l_1 NNCH 与 NNCH 相比, 识别率有了明显的提高。这说明在本文实验中, l_1 范数测度的应用对提高最近凸包分类算法的分类预测能力具有积极的影响。

以上实验结果充分说明了本文提出的 l_1 NNCH 人脸识别算法是可行的和有效的。

总结 本文详细介绍了最近邻凸包分类算法的分类原理, 并提出在 l_1 范数测度下采用最近邻凸包分类算法对人脸进行分类。 l_1 范数最近邻凸包分类器兼有最近邻凸包分类器的特点, 无需参数设置, 适用于多类问题的非线性分类器。 l_1 范数最近邻凸包分类器在 ORL 人脸库上与支持向量机、最近分类器和最近邻凸包分类器的 10 组比较实验中, 取得了较为明显的比较优势。实验结果充分证实了本文算法用于人脸识别是合理的和有效的。

参 考 文 献

1 边肇祺, 张学工. 模式识别. 第二版[M]. 清华大学出版社, 2000
 2 Li S Z, Lu J. Face recognition using the nearest feature line method[J]. IEEE Trans Neural Networks, 1999, 10: 439~443
 3 Vincent, Bengio Y. K-local hyperplane and convex distance nearest neighbor algorithms [A]. In: Dietterich T G, Becker S, Ghahramani Z, eds. Advances in Neural Information Processing Systems 14[C] Cambridge MA. MIT Press, 2002. 985~992
 4 Roweis S, Saul L. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. Science, 2000, 290(5500): 2323~2326
 5 Bennett K, Bredensteiner E. Duality and Geometry in SVM Classifiers. In: Proc. of Seventeenth Intl
 6 邓乃扬, 田英杰. 数据挖掘中的新方法—支持向量机[M]. 科学出版社, 2004
 7 Kinderlehrer D. 变分不等方程及其应用[M]. 郭友中, 等译. 北京: 科学出版社, 1991
 8 史荣昌. 矩阵分析[M]. 北京理工大学出版社, 1996
 9 Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory [M]. Springer, 1995