求网的 S-不变量的一种图算法*)

王丽丽[1,2] 吴哲辉[1]
（山东科技大学信息科学与工程学院 青岛 266510）[1] （安徽理工大学数理系 淮南 232001）[2]

摘 要 本文提出了一种新的求解网的 S-不变量的方法。这种方法的基本思路是把一个网看作一个有向图，通过寻找网 N 的 S-封闭基本有向贯通路簇或 S-封闭基本有向回路簇，可以得到封闭重数方程组，求此封闭重数方程组的解就得到此网 N 的所有极小 S-不变量。

关键词 S-不变量，S-封闭基本有向回路簇，S-封闭基本有向贯通路簇，封闭重数

A Graph Algorithm to Find S-invariant of a Net

WANG Li-Li[1,2] WU Zhe-Hui[1]
(College of Information Science and Engineering ,Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510)[1]
(Department of Mathematics and Physics, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001)[2]

Abstract A new method to find S-invariant for a net is presented in this paper. The basic idea of this method is to regard a net as a directed graph. By searching for S-closured basic directed transfixion path clusters or S-closured basic directed circuit clusters of a net we can deserve the closured repetitive-degree equation systems, from which we can get all S-invariants of the net.

Keywords S-invariant, S-closured basic directed circuit cluster, S-closured basic directed transfixion path cluster, Closure repetitive degree

Petri 网作为一种适合于描述和分析那些具有并发、同步和冲突等特征的系统的建模机制，由于其直观的图形表现能力和严密的数学基础，在广泛的领域得到了成功的应用。用 Petri 网描述的系统有一个共同的特征：系统的动态行为表现为资源（物质资源和信息资源）的流动，一个网 S-不变量可以代表着该网中若干资源的流动范围。不变量是 Petri 网的结构性质，即基网的性质，与初始标识无关。

求解 S-不变量的最原始方法是通过线性方程组 $AY=0$ 求出非负整数 $Y=(Y_1,Y_2,\cdots,Y_m)^T$，后来有不少的文献提出了求解 S-不变量的一些其它的方法，如文[9]均是以关联矩阵为基础构造求解矩阵，对所构造的求解矩阵进行初等线性行变换和列变换将相应的行元素和列元素变为零，并在变换后的矩阵中提取 S-不变量和 T-不变量，文[6]提出求所有立于极小支集上极小 T-不变量的 Fourier-Motzkin 方法，由于 T-不变量和 S-不量是一种对偶的关系，我们可以通过求原网的对偶逆网的 T-不变量来得到此网的 S-不变量，所以那些用于求 T-不变量的方法可以用来求解 S-不变量。文[7]在文[6]的基础上对其算法进行了改造，使得新的算法能够求出所有的极小不变量。文[8]通过把不变量的计算限制到库所集 S 或是变迁集 T 上使得 ${}^{\circ}S=S^{\circ}$ 或是 ${}^{\circ}T=T^{\circ}$ 来试图减少候选向量的个数，从而提出了快速和节省空间的 STFM 算法，这种算法将 Fourier-Motzkin 方法和极小死锁提取算法 FDMS 相结合。

在本文中我们主要讨论了求解 S-不变量的图论的方法，通过在原网中构造 S-封闭基本有向贯通路簇或 S-封闭基本有向回路簇来得到 S-不变量，并且给出了构造出的 S-封闭基本有向贯通路簇或 S-封闭基本有向回路簇算法，通过此方法可以很方便地求得 S-不变量。

1 一些基本定义

三元组 $N=(S,T;F)$ 为一个网，其中 S 与 T 是两个不相交的有限集合，S 中的元素称为库所，T 中的元素称为变迁，$F\subseteq(S\times T)\cup(T\times S)$ 称为网的流关系，对 $x\in S\cup T$ 记：

${}^{\circ}x=\{y\in S\cup T\mid(y,x)\in F\}$，$x^{\circ}=\{y\in S\cup T\mid(x,y)\in F\}$

关于网结构可用一个关联矩阵 A 来表示，矩阵的每列对应一个库所，每行对应一个变迁，若变迁的发生使得库所的标记增加或减少一个，则该变迁与库所对应的关联矩阵中的元素值为 1 或 −1，否则为 0。

对于网 $N=(S,T;F)$，$|S|=m$，$|T|=n$，A 为其关联矩阵，如果非平凡的 m 维非负整数向量 Y 满足 $AY=0$，则称 Y 为网 N 的一个 S-不变量，记 $\|Y\|=\{s_j\in S\mid Y(j)>0\}$，并称其为 S-不变量 Y 的支集。

定义 1 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，若 $\exists s\in T$ 使得 ${}^{\cdot}s=\varnothing$，我们称此库所为源点。

定义 2 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，若 $\exists s\in T$ 使得 $s^{\cdot}=\varnothing$，我们称此库所为汇点。

定义 3 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，若此网存在一条从某个源点到某个汇点有向路 L，我们称此有向路 L 为有向贯通路。

设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，我们用 $l(S\cup T)$ 表示有向贯通路上的结点集，用 $l(F)$ 表示有向贯通路 l 的弧集。若 C 是

*)基金项目：国家自然科学基金资助课题(60173053)。**王丽丽** 硕士研究生，研究方向为 Petri 网理论及应用；**吴哲辉** 教授，博士生导师，主要研究方向为 Petri 网理论及应用、算法设计与分析等。

N 上的一个有向回路，则用 $C(S\cup T)$ 和 $C(F)$ 分别表示有向回路 C 上的结点集和弧集。

定义 4 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，l_1 和 l_2 是网 N 中的两条有向贯通路，若

$l_1(S\cup T)\cap l_2(S\cup T)\neq\varnothing$，则称 l_1 和 l_2 相交。

定义 5 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，c_1,c_2 是网 N 中的两条有向回路，若

$c_1(S\cup T)\cap c_2(S\cup T)\neq\varnothing$，则称 c_1 和 c_2 相交。

定义 6 在有向贯通路簇 $LN=\{l_1,l_2,\cdots,l_k\}$（或有向回路簇 $CN=\{c_1,c_2,\cdots,c_k\}$）上，若

$\exists s\in S: s\in\bigcup\limits_{i=1}^{k}l_i(S\cup T)$（或 $\exists s\in S: s\in\bigcup\limits_{i=1}^{k}c_i(S\cup T)$），满足 ${}^{\cdot}s\cup s^{\cdot}\subseteq\bigcup\limits_{i=1}^{k}l_i(S\cup T)$（或 ${}^{\cdot}s\cup s^{\cdot}\in\subseteq\bigcup\limits_{i=1}^{k}C_i(S\cup T)$），则称在此有向贯通路簇 LN（或有向回路簇 CN）上 s 是封闭的。

定义 7 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，$l_1,l_2,\cdots,l_k$ 都是网 N 中从某个源点到某个汇点的有向路（它们之间允许相交）即为有向贯通路，如果

$\forall s\in S: s\in\bigcup\limits_{i=1}^{k}l_i(S\cup T)\rightarrow{}^{\cdot}s\cup s^{\cdot}\subseteq\bigcup\limits_{i=1}^{k}l_i(S\cup T)$ 则称 $L=\{l_1,l_2,\cdots,l_k\}$ 为 N 的一个 S-封闭有向贯通路簇。

定义 8 设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，$c_1,c_2,\cdots,c_k$ 都是网 N 中的有向回路（它们之间允许相交），如果

$\forall s\in S: s\in\bigcup\limits_{i=1}^{k}c_i(S\cup T)\rightarrow{}^{\cdot}s\cup s^{\cdot}\subseteq\bigcup\limits_{i=1}^{k}c_i(S\cup T)$ 则称 $L=\{c_1,c_2,\cdots,c_k\}$ 为 N 的一个 S-封闭有向回路簇。

定义 9 $\exists$ 正整数 n，若由 n 条有向贯通路簇 $LN=\{L_1,L_2,\cdots,L_n\}$（或有向回路簇 $CN=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$）合并后的图形中任意库所 S 都是封闭的，且 $\forall m(m<n)$ 条有向贯通路簇 $\{L_{i_1},L_{i_2},\cdots,L_{i_m}\}$ 其中 $i_j\in\{1,\cdots,n\}(j\in\{1,\cdots,m\})$（或有向回路簇 $\{C_{i_1},C_{i_2},\cdots,C_{i_m}\}$）其中 $i_j\in\{1,\cdots,n\}(j\in\{1,\cdots,m\})$ 合并后的图形中总是存在库所 S 不是封闭的，则称合成后图形是 S-封闭基本有向贯通路簇记为 $L_{基}$（或 S-封闭基本有向回路簇记为 $C_{基}$）。

由上述定义我们可以得到：(1)S-封闭基本有向贯通路簇可以有多个源点和汇点，而有向贯通路只有唯一的一个源点和汇点；(2)S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中任意的库所 S 都是封闭的，而有向贯通路（或有向回路）中可能存在库所 S 不是封闭的；(3)S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中 $\forall t\in L_{基}$（或 $\forall t\in C_{基}$）均有 ${}^{\cdot}t\neq\varnothing$ 且 $t^{\cdot}\neq\varnothing$，但是 $|{}^{\cdot}t|$ 与 $|t^{\cdot}|$ 不一定是相等的，而在有向贯通路（或有向回路）中 $\forall t\in L$（或 $\forall t\in C$）有 $|{}^{\cdot}t|=|t^{\cdot}|=1$。

定义 10 由两条及以上的 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）合并后形成的图形，称其为 S-封闭合成有向贯通路簇（或 S-封闭合成有向回路簇）。

定义 11 设 $X,X_1,\cdots X_k$ 都是 n 维的非零非负整数向量，如果存在一组不全为零的非负有理数 $C_1,C_2,\cdots,C_k$ 使得 $X=\sum\limits_{i=1}^{k}C_iX_i$，则称 X 能被 $X_1,X_2,\cdots,X_k$ 非负有理数系数线性表出，简称线性表出。

定义 12 若在有向贯通路 L（或是有向回路 C）中存在某个库所 s 是封闭的，那么我们称库所 s 被封闭一次，若在 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中的某个库所 s 存在多条有向贯通路 $L_1,L_2,\cdots,L_n$（或多条有向回路 $C_1,C_2,\cdots,C_n$）使得

${}^{\cdot}s\cup s^{\cdot}\in L_i$（或 ${}^{\cdot}s\cup s^{\cdot}\in C_i$）（其中 $i=1,\cdots,n$），我们简称 s 的封闭重数为 n，采用 $\tau(s)$ 来记录库所 s 封闭重数。

从定义 12 和定义 9 可知在任何 S-封闭基本有向贯通路（或 S-封闭基本有向回路）中每个库所 S 至少封闭一次即 $\tau(S)\geqslant1$ 且是正整数。

2 网 N 的 S-不变量求解

2.1 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中每个库所 s 封闭重数的计算方法

设网 N 中库所个数为 m 变迁个数为 n（这里我们认为网 N 是没有自环的原型 Petri 网），在其 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中我们是根据每个变迁前集库所封闭的重数之和等于后集库所封闭重数之和来建立方程组。

即对于 $\forall t\in L_{基}$（或 $\forall t\in C_{基}$）设

${}^{\cdot}t=\{s_{i1},\cdots,s_{ik}\}$ 而 $t^{\cdot}=\{s_{j1},\cdots s_{jl}\}$

（其中 $k,l\leqslant m$）那么我们就可以得出

$\tau(s_{i1})+\cdots+\tau(s_{ik})=\tau(s_{j1})+\cdots+\tau(s_{jl})$，通过解出这个方程组基解，我们就得到此 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中每个库所的封闭重数。称上述得到的方程组是 S-封闭重数方程组。

2.2 由 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）得出此网 N 的 S-不变量

定理 若网 N 的一个 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）的 S-封闭重数方程组存在正整数解，则此网 N 的 S-不变量 Y 可以分成下面两种情况得到：

(1)若 $s_i\in L_{基}$（或 $s_i\in C_{基}$）时，在 Y 中 S_i 对应的分量 $Y(i)$ 等于此 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中 S_i 的封闭重数 $\tau(s_i)$；

(2)若 $s_i\notin L_{基}$（或 $s_i\notin C_{基}$）时，在 Y 中对应的分量 $Y(i)$ 等于零。

故此网 N 的 S-不变量 Y 的支集就是 $L_{基}$（或 $C_{基}$）中的库所，并且求得 S-不变量是立于极小支集上的极小不变量。

证明：设网 N 的关联矩阵为 $A_{n\times m}$，A_{i*} 表示矩阵 A 第 i 行形成的行向量（其中 $i=1\cdots n$），此行对应的是变迁 t_i。

对于网 N 的变迁 t 我们可以分为下面两类：

(1)属于 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）上的变迁，即 $\forall t_i\in T$ 且 $t_i\in L_{基}$（或 $t_i\in C_{基}$）

对于这种情况下变迁我们又可以把变迁的前集和后集库所分两类来考虑：

(a)属于 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中库所即 $\forall s_i\in{}^{\cdot}t_i\cup t_i^{\cdot}$（其中 $t_i\in L_{基}$（或 $t_i\in C_{基}$））且 $s_i\in L_{基}$（或 $s_i\in C_{基}$）

设 ${}^{\cdot}t_i=\{s_{i1},\cdots,s_{ik}\}$ 而 $t_i^{\cdot}=\{s_{j1},\cdots,s_{jl}\}$（其中 $k,l\leqslant m$ 且有 $k+l\leqslant m$）由于 $Y(i1)=\tau(i1),\cdots,Y(ik)=\tau(ik)$ 且 $Y(j1)=\tau(j1),\cdots,Y(jl)=\tau(il)$ 又由上述 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中 S-封闭重数方程组建立思想可以知道有

$\tau(s_{i1})+\cdots+\tau(s_{ik})=\tau(s_{j1})+\cdots+\tau(s_{jl})$

故 $Y(s_{j1})+\cdots+Y(s_{jl})-Y(s_{i1})-\cdots-Y(s_{ik})=0$

(b)不属于 S-封闭基本有向贯通路簇（或 S-封闭基本有向回路簇）中的库所即

$\forall s_j\in{}^{\cdot}t_i\cup t_i^{\cdot}$（其中 $t_i\in L_{基}$（或 $t_i\in C_{基}$））且 $s_j\notin L_{基}$（或 $s_j\notin C_{基}$）则有相应的 $Y(j)=0$ 从而 $A_{i*}(j)Y(j)=0$

所以综合(a)(b) 可得到：

$\forall t_i \in T$ 且 $t_i \in L_{基}$(或 $t_i \in C_{基}$)有

$$\sum_{s_j \in L_{基}(或 s_j \in C_{基})} A_{i^*}(j)Y(j) + \sum_{s_j \notin L_{基}(或 s_j \notin C_{基})} A_{i^*}(j)Y(j) = 0$$

(2)不属于S-封闭基本有向贯通路簇(或S-封闭基本有向回路簇)上的变迁即 $\forall t_i \in T$ 且 $t_i \notin L_{基}$(或 $t_i \notin C_{基}$)

对于这种情况我们由定义5和定义7可以知道此时有 ${}^{\cdot}t_i \cup t_i^{\cdot} \notin L_{基}$(或 ${}^{\cdot}t_i \cup t_i^{\cdot} \notin C_{基}$),故易知 $\sum_{j=1}^{m} A_{i^*}(j)Y(j)=0$(因为虽然 A_{i^*} 中 ${}^{\cdot}t_i \cup t_i^{\cdot}$ 那些库所对应的 A_{i^*} 中分量不为零,但由于 ${}^{\cdot}t_i \cup t_i^{\cdot} \notin L_{基}$(或 ${}^{\cdot}t_i \cup t_i^{\cdot} \notin C_{基}$)可知相应的 Y 中的分量为零,故最终的乘积等于零)。

故由(1)(2)可以知道通过上述方法我们所求得 Y 是S-不变量即有 $AY=0$,且由S-封闭基本有向贯通路簇(或S-封闭基本有向回路簇)定义可以易知所求得解是立于极小支集上的极小S-不变量。

证毕。

推论1 S-封闭合成有向贯通路簇(或S-封闭合成有向回路簇)求得的S-不变量是S-封闭基本有向贯通路簇(或S-封闭基本有向回路簇)求得的S-不变量的线性表出。

下面我们应用上述定理来见几个实例:

例1 图1所示是网 N_1 且是一条S-封闭合成有向贯通路簇,而图2和图3是网N的两条S-封闭基本有向贯通路簇。

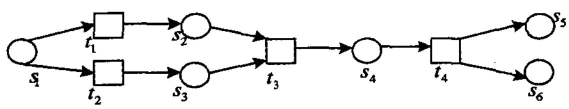

图1 网 N_1

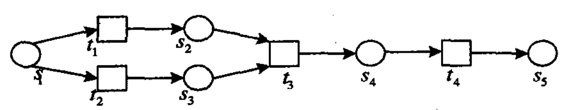

图2 L_1

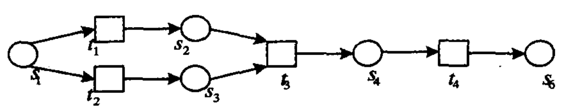

图3 L_2

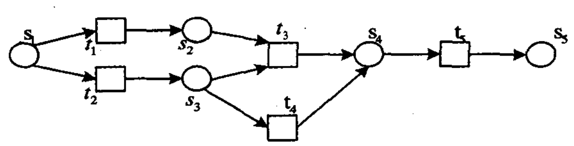

图4 网 N_2

我们对图2建立方程组 $\begin{cases}\tau(s_1)=\tau(s_2)\\ \tau(s_1)=\tau(s_3)\\ \tau(s_2)+\tau(s_3)=\tau(s_4)\\ \tau(s_4)=\tau(s_5)\end{cases}$ 可以得到 $\tau(s_i)=1(i=1,2,3)$,$\tau(s_4)=\tau(s_5)=2$,所以我们求得一个S-不变量 $Y_1=\{1,1,1,2,2,0\}^T$,同理对于图3我们可以求得 $Y_2=\{1,1,1,2,0,2\}^T$。对于网 N_1 所示的合成S-封闭有向路簇用同样的方法我们可以求得 $Y_3=\{1,1,1,2,1,1,\}^T$,显然 $Y_3=1/2(Y_1+Y_2)$。可以验证此网只有 Y_1,Y_2 两个极小S-不变量。

推论2 当网 N 的每一个S-封闭基本有向贯通路簇(或S-封闭基本有向回路簇)的S-封闭重数方程组都无解,则此网 N 没有S-不变量。

例2 图5和图6所示的两个网通过前面的定义和方法我们可以知道这两个网本身就是S-封闭基本有向回路簇,其中网 N_3 是由两条有向回路合并而成的S-封闭基本有向回路簇,网 N_4 是由三条有向回路合并而成的S-封闭基本有向回路簇。

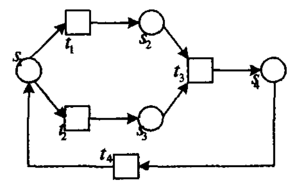

图5 网 N_3

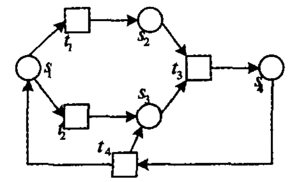

图6 网 N_4

通过库所的S-封闭重数方程组对图5我们可以得到:$\begin{cases}\tau(s_1)=\tau(s_2)=\tau(s_3)\\ \tau(s_2)+\tau(s_3)=\tau(s_4)\\ \tau(s_1)=\tau(s_4)\end{cases}$ 易知此方程组没有正整数解,故对于网 N_3 没有S-不变量。

而同理对图6可以得到 $\begin{cases}\tau(s_1)=\tau(s_2)=\tau(s_3)\\ \tau(s_2)+\tau(s_3)=\tau(s_4)\\ \tau(s_4)=\tau(s_1)+\tau(s_3)\end{cases}$ 此时我们可以解得 $\tau(s_4)=2$ 而 $\tau(s_1)=\tau(s_2)=\tau(s_3)=1$,故此时对于网 N_4 我们可以得到S-不变量为 $Y=\{1,1,1,2\}^T$ 且是网 N_4 唯一的一个极小不变量。

从图4可以知道网 N_2 本身就是一个S-封闭基本有向贯通路簇,同理可以从此网的S-封闭重数方程组判断出网 N_2 没有S-不变量。

推论3 若网N的一个S-封闭基本有向贯通路簇(或是S-封闭基本有向回路簇)中,$\forall t \in L_{基}$(或 $\forall t \in C_{基}$)都满足 $|{}^{\cdot}t| = |t^{\cdot}| = 1$,则通过网 N 的S-封闭基本有向贯通路簇(或是S-封闭基本有向回路簇)可以直接得到此网一个S-不变量 Y,若 $\forall s_i \in L_{基}$(或 $\forall s_i \in C_{基}$)有 $Y(i)=1$ 否则 $Y(i)=0$,即 $L_{基}$(或 $C_{基}$)中库所对应此S-不变量的支集。

例3 下面所示的是网 N_5 其中图8和图9所示是此网的两条S-封闭基本有向回路簇。

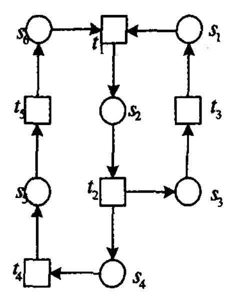

图7 网 N_5

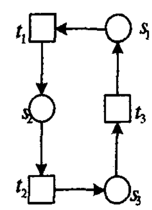

图8 C_1

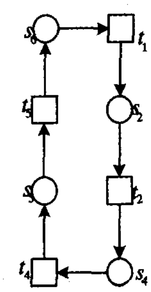

图9 C_2

我们利用推论3很容易得到此网的两个极小S-不变量 $Y_1=\{1,1,1,0,0,0\}^T$,$Y_2=\{0,1,0,1,1,1\}^T$ 它们对应的极小支集是 $\|Y_1\|=\{s_1,s_2,s_3\}$ 和 $\|Y_2\|=\{s_2,s_4,s_5,s_6\}$。

3 S-封闭基本有向贯通路簇及S-封闭基本有向回路簇的构造方法

3.1 S-封闭基本有向贯通路簇求解算法

基本思想:利用对库所进行深度优先搜索,把源点作为根

节点进行搜索，直至搜索到汇点。

设开始搜索的库所标号为1，用 S_1 表示所求S-封闭基本有向贯通路簇中库所的集合，用 T_1 表示所求S-封闭基本有向贯通路簇的变迁集合，以 k 作为序号，v 为正在检查的库所，w 为待检查的库所，$N(i)$ 为给第 i 个库所的标号。

算法如下：

```
Step1:if 网 N 存在源点集和汇点集{
Step2:then while 网 N 中源点集中存在未被搜索的源点时 do{
Step3:任取一个未被搜索的源点 s,记为 v,令 v:=1;k:=1;N(1):=
      1;S1={v};T1=∅;
Step4:if v 存在未被检验的输出弧/*寻找没有被检验的输出弧*/
      then 取与 v 输出弧关联的第一个未被检验的变迁,设为 t;
Step5:  if t·≠∅ then{从 t· 中选择一个未被检验的库所记为 w;
        S1=S1∪{w};T1=T1∪{t};
        goto step8;  }
Step6:     else 输出:"从源点 s 开始没有 S-封闭基本有向贯通路"
Step7:else/*若没有这样的输出弧,即库所 v 的每一个输出变迁都检
        验过了*/
        goto step10;
Step8:if w 是未被访问过的库所,即 N(w)尚未确定
      then{令 v:=w; k:=k+1; N(w):=k;
      goto step4;}
Step9:  else /*w 是被访问过的库所,即 N(w)≠0*/
        goto step4;
Step10:if 最后被搜索的库所 v 是汇点 then {
Step11: if (·v)≠∅∩·(·v)=∅ then
        输出:"从源点 s 开始没有 S-封闭基本有向贯通路";
Step12:else v=·(·v); goto step4;}
Step13:else/*最后搜索的库所不是汇点*/
        输出:"从源点 s 开始没有 S-封闭基本有向贯通
```

3.2 网N的有向回路求解

对于网 N 的有向回路求解时，我们基于保留库所的输入与输出弧不变的思想将网 N 进行改造后再应用文[10]、[11]或是文[12]中提出的方法可以得到网 N 的所有的有向回路。

对网 N 的改变方法是我们将任意变迁 t 的 $^\cdot t$ 中所有库所与 $t^\cdot$ 中的所有的库所均用有向弧来连接，省略了变迁 t，则得到的最终的图形是由所有库所形成一个有向图。

3.3 S-封闭基本有向回路簇求解步骤

(1) 任选一个有向回路 c，对于 $\forall s\in c(S,T)$ 检查其封闭性即 $^\cdot s\cup s^\cdot\in c(S,T)$ 即是否成立，并用SC记下所有不封闭的库所集合；

(2)对于 $\forall s\in SC$ 依次从剩下的有向回路集 $\{c_1,c_2,\cdots,c_k\}$ 中寻找包含它的有向回路，当有多条有向回路 $\{c_{i1},c_{i2},\cdots,c_{il}\}$，(其中 $i1,i2,\cdots,il\in\{1,\cdots,k\}$)满足条件时，我们从中选择 $\max(|c(S,T)\cap c_{ij}(S,T)|)$（其中 $j=1,2,\cdots l$，并且 $|c(S,T)\cap c_{ij}(S,T)|$ 表示两个有向回路相交节点的个数）这样的有向回路和有向回路 c 合并；

(3)设合并后的有向回路簇记为CN，我们再对有向回路簇CN进行封闭性检查把不封闭的库所加进SC中，返回到步骤2；

(4)直至合并后的有向回路簇中所有的库所都是封闭的。

总结 本文所提出的通过S-封闭基本有向贯通路簇和S-封闭基本有向回路簇来求解Petri网的S-不变量有很大的方便，不同于以前的求解方法那么复杂，此方法直观可见。尤其是对于那些网结构不是很复杂的网来说，求解时就更加方便。由于T-不变量和S-不变量是对偶的关系，对原网的T-不变量的求解可以转化为对其对偶逆网的S-不变量的求解，所以此方法也能用于求解T-不变量。

参考文献

1 Peterson J L著. 吴哲辉译. Petri网理论与系统模拟[M]. 徐州：中国矿业大学出版社，1989
2 袁崇义著. Petri网原理[M]. 北京：电子工业出版社，1998
3 吴哲辉. Petri网导论[M]. 北京：机械工业出版社，2005
4 殷剑宏，吴开亚 图论及其算法[M]. 合肥：中国科学技术大学出版社，2003
5 Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications [A]. In: Proceedings of IEEE, 1989. 354～355
6 Martinez J, Silva M. A Simple and Fast Algorithm to Obtain All Invariants Of a Generalized Petri Nets[J]. In: Proceedings of Second European Workshop on Application and Theory of Petri Nets, Informatik Fachberichte 52, Springer Publishing Company, Berlin, 1982
7 Takata M, Matsumoto T, Moro S. A Direct Method to Derive All Generators of Solutions of a Matrix Equation in a Petri Net [J]. In: The 2002 International Technical Conference on Circuits/systems, Computers and Communitions, 2002
8 Yamauchi M, Wakuda M, Taoka S, Watanabe T. A Fast and Space-Saving Algorithm for Computing Invariants of Petri Nets. IEEE
9 曾小伟，陈吉红，向华. 计算Petri网的S-不变量和T-不变量算法[J]. 华中科技大学学报，2001，29(11)
10 毕双艳，郭金梅，齐明. 有向图中初级有向回路的求解算法及实例[J]. 长春邮电学院学报，1999，17(2)
11 熊德琰. 生成有向图的有向回路基集及全部有向回路的一个搜索算法[J]. 电子学报，1986，14(6)
12 杜树贵. 生成有向图的有向通路和有向回路的一个新算法[J]. 电子与系统学报，1999，4(4)

(上接第210页)

(4)合理设计应用数据库

智能软件的应用离不开以数据库为平台，数据库设计不合理，数据得不到合理有效的存储，数据就会存在潜在的不一致性、不完整性或有大量冗余，造成系统性能降低，甚至使系统崩溃。数据库的设计要符合现行的数据标准和管理规范，建立一个统一的、权威的、规范的数据标准及数据规范，充分利用现有的硬件和软件平台，包括现有的网络、服务器、操作系统、高级数据库语言和编程语言，同时要有一定的容错和纠错能力。

结束语 本文从开发智能软件的角度分析了Agent组件的特点，并提出了一个基于Agent组件的智能软件协同开发模型——CMISA，从理论上对模型的思想和原理进行了定义和设计，并进一步阐述了开发过程中需要注意的问题。需要指出的是，本文只是提出了一种软件设计的初步设想，论述了开发智能软件的基础理论框架，为智能软件开发提供了新理论、新方法的尝试。实际上，智能软件的开发不仅仅需要用到计算机知识，要想软件真正具有人性化的思维能力，就不可避免地要涉及到生理认知、生物科技等领域，还需要智能心理学做理论基础。因此，开发具有高级智商的智能软件将会成为人类科技的重大挑战。

参考文献

1 Ma X X, Lu J, Tao X P, et al. A mobile-agent-based approach to software coordination in the HOOPE system. Science in China, Series F, 2002, 45(3): 203～219
2 Chen T L, Han T T, Lu J. A model logic for pi-calculus and model checking algorithm. Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 2005, 123: 19～33
3 McConnell S. Rapid development [M]. Microsoft Press, 1996
4 Bandinelli S, Nitto E D, Fuggetta A. Supporting cooperation in the SPADE -1 environment [J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 1996, 22(12): 841～865
5 吕建，张鸣，廖宇. 基于移动Agent技术的构件软件框架研究. 软件学报，2000，11(8): 1018～1024
6 翁南钐. 基于组件的软件工程及其测试、维护与实践. 计算机工程与应用，2000(2): 33～36
6 张健，曾广周，杨鹏. 面向Agent软件工程研究现状与展望. 计算机工程与应用，2006(15): 30～33