Petri 网共享 T 型子网合成结构性质分析及其应用

夏传良
(山东建筑大学计算机学院　济南 250101)
(中国科学院数学与系统科学研究院计算机科学研究室　北京 100080)

摘　要　为了解决系统设计中的子系统共享问题,提出了经由 Petri 网共享 T-型子网构成共享 T-型子网合成网的解决方案;研究了共享 T-型子网合成网的结构性质,提出了共享 T-型子网合成网保持结构有界性、守恒性、可重复性、相容性、P-不变量、T-不变量、公平性和结构活性的充分条件或充要条件;特别在证明结构活性保持性的过程中,体现了 Petri 网层次化的描述方法。本文的结果可为 Petri 网系统合成性质的考察提供有效途径,为复杂大系统的分析提供重要手段,并特别适合于一类系统的设计和分析,具有一定的实用价值。

关键词　Petri 网,合成,结构活性,公平性,系统设计

Structural Analysis and Applications of Synthesis of Petri Nets Shared T-type Subnet

XIA Chuan-Liang
(Department of Computer Science and Technology, Shandong Architectare University, Jinan 250101)
(Department of Computer Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract　A scheme is obtained using synthesis of Petri nets shared P-type subnet, in order to solve subsystem-shared problem in system design. The structural properties of synthesis Petri nets are studied. The sufficient conditions or sufficient and necessary conditions of property preservation by shared T-type subnet are obtained, such as structural boundedness, conservativeness, repetitiveness, consistency, P-invariant, T-invariant, fairness and structural liveness. The hierarchical representation method of Petri net is embodied in the process of proving structural liveness preservation. These results are useful for studying the properties of Petri synthesis nets, establishing models for large complex system. The synthesis method, whitch is practical to use in reality, suits to design and analyzes some kinds of systems.

Keywords　Petri nets, Synthesis, Structural liveness, Fairness, System design

1　引论

在复杂系统设计中,子系统共享是一个非常普遍、非常基本的问题。例如,在柔性制造系统中,若干工厂和车间可作为子系统被多个生产制造过程所共享;又如,为达到同步操作和共享资源的目的,几个工厂可共享若干个半自动子系统,这些子系统用于周期性地传递部件,半成品组装等局部操作,……总之,这类系统具有一定的普遍性,有必要对它进行分析和验证。针对离散事件系统已有一些理论结果和研究方法,如:CSP、CCS、Petri 网以及形式语言自动机等。其中 Petri 网是一种系统的数学和图形的建模和分析工具,特别适用于对具有同步、并发、冲突的离散事件系统进行设计和分析。用 Petri 网来表示并发、互斥、同步显得直接,自然和精确。同时由于 Petri 网具有坚实的数学基础,因此它为系统模型的设计和分析提供了一种有效的方法。但是,当建模的系统大而且复杂时,就会由于状态空间爆炸而带来系统分析上的高复杂性。有一种重要的方法可用于降低大系统设计分析的复杂度,即是系统的合成操作。合成操作就是把相对小的若干个 Petri 网系统合成一个大的 Petri 网系统,通过大系统保持小系统的某些性质而得到大系统相应的性质,从而达到用小系统来研究大系统的目的。

Petri 网的组合化设计思想一直为理论界和工程界所关注,已有大量的工作,在 DES 领域合成与控制已非常普遍[1];Morin[2]指出,同步操作是一大类并发系统进行合成操作的基石。文[3]分别讨论了 EN-系统和 ET-系统的合成操作;文[4]展示了一种合成建模方法的应用,这种建模方法可用于 SWN(Stochastic Well Formed Net)的复杂案例的应用研究;文[5]给出了一种控制行为系统的合成方法,该系统用模块信号网建模;文[6]提出了一种正规设计表示模型—操作网系统(Operation Net System),用于对基于转换方式的异步系统进行高级合成;文[7]引入了一组模块网,这种网由一些不同级别的小网组成,它们通过共享变迁来达到同步的目的;文[8]提出了一种 ST-网的概念,在很多情况下,建模问题可由这种 ST-网来解决;文[9]给出了 EN-系统模块合成的方法;Y. Souissi[10]研究了共享合成 Petri 网系统的活性保持性问题;M. D. Jeng[11]研究了用 Petri 网来建模柔性制造系统的合成方法;文[12]研究了 T-组合网(同步合成)和 S-组合网(共享合成)的动态不变性,即状态不变性和行为不变性;……这些工作均针对 Petri 网的合成和网性质的分析。

上述工作虽然给出了一些合成方法,但对合成条件的判定一般都比较困难,并且一般不适合描述子系统共享设计问题。为了较好地描述这类问题,我们参考了大量 Petri 网合成方面的文献,提出了共享 T-型子网合成网。

本文提出了一种 T-型子网,研究了共享 T-型子网合成网的结构性质,给出了合成网保持结构有界性、守恒性、可重复性、相容性、公平性的充分条件和保持结构活性的充分必要条

*)国家自然科学基金(60073013)、国家重点基础研究发展规划(1998030416)和中国科学院管理、决策与信息系统开放实验室(MADIS)资助。
夏传良　副教授,博士,主要研究领域为 Petri 网、算法设计与分析、计算机网络与通信。

件。特别对于结构活性保持性的证明过程中采用了由"抽象化"到"精细化"的证明方式，体现了 Petri 网层次化的描述方法。按照有关条件进行共享 T-型子网合成，得到共享 T-型子网合成网，只要参与合成的各网都是结构活的，则其共享 T-型子网合成网就是结构活的。这对于复杂大系统的分析具有重要的指导意义，并特别适合于共享子系统合成设计和分析。

本文第 2 节给出了相关的基本概念、符号；第 3 节给出了共享 T-型子网合成网保持结构有界性、守恒性、可重复性、相容性、P-不变量、T-不变量、公平性和结构活性的充分条件或充要条件；第 4 节用共享 T-型子网合成方法对两个公司共同租用一个加工厂同时进行某种产品生产的系统进行设计和分析；最后总结全文。

2 基本定义和符号

关于 Petri 网的基本概念和术语可参见文[14～16]，这里只引入与本文相关的少数几个概念。

定义 1 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，$\Sigma=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统。$M\in R(M_0)$，

(1)变迁 $t\in T$ 称为在 M 下使能，当且仅当对 $\forall p\in {}^{\cdot}t$：$M(p)\geqslant W(p,t)$，记作 $M[t>$；

(2)若 t 是在 M 下使能的，则 t 可以引发，其结果把 M 转化为 M'：

$$M'(p)=\begin{cases}M\in(p)-W(p,t) & pE^{\cdot}t\backslash t^{\cdot}\\ M(p)+W(t,p) & p\in{}^{\cdot}\backslash{}^{\cdot}t\\ M(p)-W(p,t)+W(t,p) & p\in{}^{\cdot}t\cap t^{\cdot}\\ M(p) & \text{其它}\end{cases}$$

(3)若 $M[t_1>M_1[t_2>\cdots M_{n-1}[t_n>M_n$（其中 $M_i\in R(M_0)$，$t_i\in T$，$i=1,2,\cdots,n$），则称 $\sigma=t_1t_2\cdots t_n$ 为 $\Sigma=(N,M_0)$ 的一个可引发变迁序列，记作 $M[\sigma>M_n$。

定义 2 设 $\Sigma=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统，

(1)变迁 $t\in T$ 是活的，当且仅当 $\forall M\in R(M_0)$，$\exists M'\in R(m)$，使得 $M'[t>$；

(2)Σ 是活的，当且仅当 $\forall t\in T$，t 是活的；

(3)N 是结构活的，当且仅当存在标识 M_0，使得(N,M_0)是活的。

定义 3 设 $N=(P,T;F,W)$ 和 $N_0=(P_0,T_0;F_0,W_0)$ 是两个 Petri 网，若满足

(1)$P_0\subset P$，$T_0\subset T$ 且 $P_0\neq\phi$，$T_0\neq\phi$；

(2)$F_0=F\cap((P_0\times T_0)\cup(T_0\times P_0))$；

则称 N_0 是 N 的一个子网。

定义 4 设 $N_i(P_i,T_i;F_i)(i=0,1,2)$ 是 3 个 Petri 网，如果 N_0 满足

(1)$P_0\subseteq P_1\cap P_2$，$T_0\subseteq T_1\cap T_2$ 且 $P_0\neq\phi$，$T_0\neq\phi$；

(2)$F_0\subseteq F_1\cap F_2\cap((P_0\times T_0)\cup(T_0\times P_0))$；

则称 N_0 为 N_1 和 N_2 的共享子网。

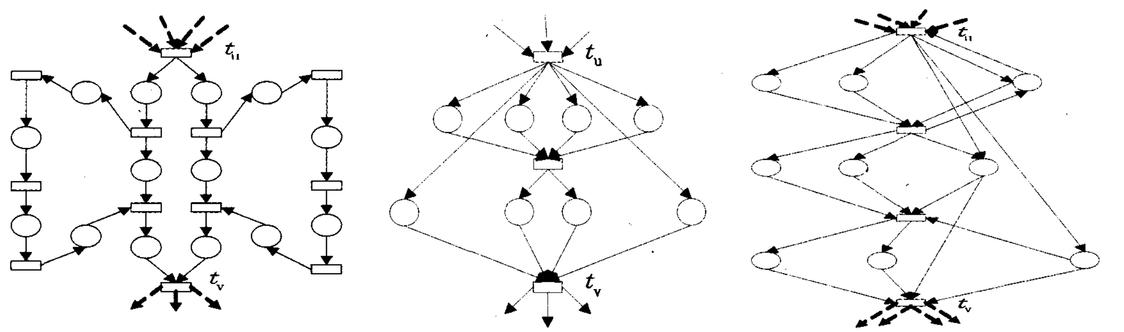
针对业务过程管理系统，提出了 T-型子网，简单示例如下：

定义 5 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，$N_0=(P_0,T_0;F_0,W_0)$ 是 N 的一个子网，若满足

(1)${}^{\cdot}P_0\cup P_0^{\cdot}\subseteq T_0$；

(2)N 是连通的，并且 $\{t_u,t_v\}\subseteq T_0$，t_u 是唯一的输入变迁，t_v 是唯一的输出变迁；

则称 N_0 为 N 的一个 T-型子网。



定义 6 设 $N_i=(P_i,T_i;F_i,W_i)(i=1,2)$ 是两个 Petri 网，$N_0=(P_0,T_0;F_0,W_0)$ 是一个 T-型子网并且是 N_1 和 N_2 的一个共享子网，若 $N=(P,T;F,W)$ 满足

(1)$P=(P_1-P_0)\cup P_0\cup(P_2-P_0)$；

(2)$T=(T_1-T_0)\cup T_0\cup(T_2-T_0)$；

(3)$F=(F_1-F_0)\cup F_0\cup(F_2-F_0)$；

则称 N 为 N_1，N_2 的一个共享 T-型子网合成网。

定义 7 设 $\Sigma_i=(N_i,M_{i0})(i=1,2)$ 是两个 Petri 网系统，若 $\Sigma=(N,M_0)$ 满足

(1)N 是 $N_i(i=1,2)$ 的共享 T-型子网合成网；

(2)$\forall p\in P_0$，$M_{10}(p)=M_{20}(p)$，M_0 定义如下：

$$M_0(p)=\begin{cases}M_{10}(p), & \forall p\in P_1\\ M_{20}(p), & \forall p\in P_2\end{cases}$$

则称 Σ 为 $\Sigma_i(i=1,2)$ 的共享 T-型子网合成 Petri 网系统。

定义 8 T-型子网精细化操作 $\mathrm{Re}\,f(\tilde{t},N_T)$：将 Petri 网 $N=(P,T;F,W)$ 中的变迁 $\tilde{t}$ 精细化为一个 T-型子网 $N_T=(P_T,T_T;F_T,W_T)$（即用 T-型子网 $N_T=(P_T,T_T;F_T,W_T)$ 来替换 $\tilde{t}$），得到 Petri 网 $N'=(P',T';F',W')$，其中 (1)$P'=P\cup P_T$；(2)$T'=T\cup T_T-\{\tilde{t}\}$；(3)$F=F\cup\{(p,t_u)\mid p\in{}^{\cdot}\tilde{t}\}\cup\{(t_v,p)\mid p\in\tilde{t}^{\cdot}\}-\{(p,\tilde{t})\mid p\in{}^{\cdot}\tilde{t}\}-\{(\tilde{t},p)\mid p\in\tilde{t}^{\cdot}\}$。

定义 9 T-型闭网系统$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T0})$：在网系统$(N',M'_0)$中取子网由 ${}^{\cdot}t_u$ 开始经过 N_T 到 $t_v^{\cdot}$，并增加变迁 t_T 以及弧集 $\{(p,t_T)\mid p\in{}^{\cdot}t_v\}\cup\{(t_T,p)\mid p\in{}^{\cdot}t_u\}$，对任意的 $p\in{}^{\cdot}t_u$：$w(t_T,p)=w(p,t_u)$，对任意的 $p\in t_v^{\cdot}$：$w(p,t_T)=w(t_v,p)$ 并且标识不变，得到 T-型闭网系统$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T0})$。

定义 10 抽象化操作 $Abs(N_T,\tilde{t})$：将 Petri 网 $N=(P,T;F,W)$ 中的 T-型子网 $N_T=(P_T,T_T;F_T,W_T)$ 抽象化为一个变迁 $\tilde{t}$（即用 $\tilde{t}$ 来替换 $N_T=(P_T,T_T;F_T,W_T)$），得到 Petri 网 $N'=(P',T';F',W')$，其中(1)$P'=P-P_T$；(2)$T'=T\cup\{\tilde{t}\}-T_T$；(3)$F=F\cup\{(p,\tilde{t})\mid p\in{}^{\cdot}t_u\}\cup\{(\tilde{t},p)\mid p\in t_v^{\cdot}\}-\{(p,t_u)\mid p\in{}^{\cdot}t_u\}-\{(t_v,p)\mid p\in t_v^{\cdot}\}-F_T$。

定义 11 设 $\Sigma=(P,T;F,W,M_0)$ 是一个 Petri 网系统，T_1，T_2 是 T 的一个划分，即 $T=T_1\cup T_2$，$T_1\cap T_2=\phi$，记 $T_1=\{t_{11},t_{12},\cdots,t_{1m}\}$，则称满足下列条件的 $t_{1i},t_{1j},\cdots,t_{1k}$ 为 Σ 关于 T_1 的可引发变迁序列：

1)$t_{1i}\sigma_1t_{1j}\sigma_2\cdots\sigma_vt_{1k}$ 是 Σ 的一个可引发变迁序列，$\sigma_\mu\in T_2^*$

$(\mu=1,2,\cdots,v)$；

2)在 $t_{1i},t_{1j},\cdots,t_{1k}$ 中包含了 T_1 中的所有 T 元。

定义 12 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，$\Sigma=(N,M_0)$ 是相应的 Petri 网系统，$N_{T1},N_{T2},\cdots,N_{TK}$ 是 N 的 k 个 T-型子网，设经过抽象化操作 $Abs(N_{T1},\tilde{t}_1)$，$Abs(N_{T2},\tilde{t}_2)$，$\cdots$，$Abs(N_{Tk},\tilde{t}_k)$ 后得到的 Petri 网为 N'，对应的 Petri 网系统为 Σ'，如果 $\tilde{t}_i,\tilde{t}_j,\cdots,\tilde{t}_v$，$(1\leqslant i,j,\cdots,v\leqslant k)$ 是 Σ' 的可引发变迁序列，则称 $N_{Ti},N_{Tj},\cdots,N_{Tv}$，$(1\leqslant i,j,\cdots,v\leqslant k)$ 是 Σ 的广义可引发变迁序列。

注：一个网 N 的关联矩阵是一个 n 行 m 列($n=|P|,m=|T|$)矩阵：$A=(a_{ij})_{n\times m}$，其中，

$$a_{ij}=\begin{cases}1 & p_i\in t_j^{\bullet}-{}^{\bullet}t_j\\ -1 & p_i\in {}^{\bullet}t_j-t_j^{\bullet}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

注：本文中用到的向量均为行向量。

定义 13[13] 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，若存在 n 维正整数向量 Y，使得 $YA=0$，则称 Y 为 N 的一个 P-不变量。

定义 14[13] 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，若存在 m 维正整数向量 X，使得 $AX^T=0$，则称 X 为 N 的一个 T-不变量。

性质 1[13] 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，N 是结构有界的，当且仅当存在 n 维正整数向量 Y，使得 $YA\leqslant 0$。

性质 2[13] 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，N 是守恒的，当且仅当存在 n 维正整数向量 Y，使得 $YA=0$。

性质 3[13] 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，N 是可重复的，当且仅当存在 m 维正整数向量 X，使得 $AX^T\geqslant 0$。

性质 4[13] 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，N 是相容的，当且仅当存在 m 维正整数向量 X，使得 $AX^T=0$。

性质 5 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网，N 是公平网，当且仅当

(1)任意 n 维非零非负整数向量 X，若满足 $A^TX^{YT}\geqslant 0$，则 X 的每一个分量都必为正数；

(2)任意两个 n 维非零非负向量 X_1 和 X_2，若满足 $A^TX_1^T\geqslant 0$ 和 $A^TX_2^T\geqslant 0$，则 X_1 和 X_2 是线性相关的。

3 Petri 网共享 T-型子网合成的结构性质分析

设 $N_i=(P_i,T_i;F_i,W_i)(i=1,2)$ 是两个 Petri 网，$\{P_i|=n_i,|T_i|=m_i$，它们共享 T-型子网 $N_o=(P_0,T_0;F_0,W_0)$，$|P_0|=n_0$，$|T_0|=m_0$，合成网为 $N=(P,T;F,W)$，$|P|=n$，$|T|=m$。

为讨论方便，现将 N_1,N_2 中的 P 元和 T 元重新排列如下：

$P_1=\{p_1,p_2,\cdots,p_{n0},p_{n0+1,1},p_{n0+2,1},\cdots,P_{n1}\}$，$P_2=\{p_1,p_2,\cdots,p_{n0},p_{n0+1,2},p_{n0+2,2},\cdots,p_{n2}\}$

$T_1=\{t_1,t_2,\cdots,t_{m0},t_{m0+1,1},p_{m0+2,1},\cdots,t_{m1}\}$，$T_2=\{t_1,t_2,\cdots,t_{m0},t_{m0+1,2},t_{m0+2,2},\cdots,t_{m2}\}$

根据定义 5，可设 N_1,N_2 的关联矩阵为 A_1,A_2,A_i 为 $n_i\times m_i$，$(i=1,2)$ 矩阵：

$$A_1=\begin{array}{c}\\ P_0\\ P_1-P_0\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cc}T_0 & T_1-T_0\end{array}\\ \begin{bmatrix}A_{11} & 0\\ A_{31} & A_{41}\end{bmatrix}\end{array}$$

$$A_2=\begin{array}{c}\\ P_0\\ P_2-P_0\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cc}T_0 & T_2-T_0\end{array}\\ \begin{bmatrix}A_{12} & 0\\ A_{32} & A_{42}\end{bmatrix}\end{array}$$

其中 A_{11}，A_{12} 均为 $n_0\times m_0$ 矩阵，A_{41} 为 $(n_1-n_0)\times(m_1-m_0)$ 矩阵，A_{42} 为 $(n_2-n_0)\times(m_2-m_0)$ 矩阵，则 N 的关联矩阵为

$$A=\begin{array}{c}\\ P_0\\ P_1-P_0\\ P_2-P_0\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}T_0 & T_1-T_0 & T_2-T_0\end{array}\\ \begin{bmatrix}A_{11}+A_{12} & 0 & 0\\ A_{31} & A_{41} & 0\\ A_{32} & 0 & A_{42}\end{bmatrix}\end{array}$$

其中 $|P|=n_1+n_2-n_0$，$|T|=m_1+m_2-m_0$。$P=\{p_1,p_2,\cdots,p_{n0},p_{n0+1,1},\cdots,p_{n1},p_{n0+1,2},\cdots,p_{n2}\}$

$T=\{t_1,t_2,\cdots,t_{m0},t_{m0+1,1},\cdots,t_{m1},t_{m0+1,2},\cdots,t_{m2}\}$

设 $X_j=[X_{1j},X_{2j}]$，$Y_j=[Y_{1j},Y_{2j}]$，$j=1,2$ 分别 $n_j,m_j(j=1,2)$ 维向量，$X_{1j},Y_{1j}(j=1,2)$ 分别为 n_0,m_0 维向量。

定理 1 设 N_1,N_2 是两个结构有界的 Petri 网，它们的共享 T-型子网合成网为 N，若存在 $k>0$，使得 $Y_{11}=kY_{12}$，则 N 是结构有界的。

证明：由于 N_1,N_2 是结构有界的，根据性质 1，有 $Y_1A_1=[Y_{11},Y_{21}]\begin{bmatrix}A_{11} & 0\\ A_{31} & A_{41}\end{bmatrix}=[Y_{11}A_{11}+Y_{21}A_{31},Y_{21}A_{41}]\leqslant 0$

$Y_2A_2=[Y_{12},Y_{22}]\begin{bmatrix}A_{12} & 0\\ A_{32} & A_{42}\end{bmatrix}=[Y_{12}A_{12}+Y_{22}A_{32},Y_{22}A_{42}]\leqslant 0$

取 $Y=[Y_{11},Y_{21},kY_{22}]$，

于是有

$$YA=[Y_{11},Y_{21},kY_{22}]\begin{bmatrix}A_{11}+A_{12} & 0 & 0\\ A_{31} & A_{41} & 0\\ A_{32} & 0 & A_{42}\end{bmatrix}=[Y_{11}(A_{11}+A_{12})+Y_{21}A_{31}+kY_{22}A_{32},Y_{21}A_{41},kY_{22}A_{42}]=[(Y_{11}A_{11}+Y_{21}A_{31})+k(Y_{12}A_{12}+Y_{22}A_{32}),Y_{21}A_{41},kY_{22}A_{42}]\leqslant 0$$

所以根据性质 1 知，N 是结构有界的。

同理可证：

定理 2 设 N_1,N_2 是两个守恒的 Petri 网，它们的共享 T-型子网合成网为 N，若存在整数 $k>0$，使得 $Y_{11}=kY_{12}$，则 N 是守恒的。

定理 3 设 N_1,N_2 是两个 Petri 网，它们的共享 T-型子网合成网为 N,Y_1,Y_2 分别是 N_1,N_2 的 P-不变量，若存在整数 $k>0$，使得 $Y_{11}=kY_{12}$，则 $Y=[Y_{11},Y_{21},kY_{22}]$ 为 N 的一个 P-不变量。

定理 4 设 N_1,N_2 是两个可重复的 Petri 网，它们的共享 T-型子网合成网为 N，若存在整数 $k>0$，使得 $X_{11}=kX_{12}$，则 N 是可重复的。

证明：由于 N_1,N_2 是两个可重复的 Petri 网，根据性质 3，则有

$$A_1X_1^T=\begin{bmatrix}A_{11} & 0\\ A_{31} & A_{41}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_{11}^T\\ X_{21}^T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11}X_{11}^T\\ A_{31}X_{11}^T+A_{41}X_{21}^T\end{bmatrix}\geqslant 0$$

$$A_2X_1^T=\begin{bmatrix}A_{12} & 0\\ A_{32} & A_{42}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_{12}^T\\ X_{22}^T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{12}X_{12}^T\\ A_{32}X_{12}^T+A_{42}X_{22}^T\end{bmatrix}\geqslant 0$$

取 $X=[X_{11}\quad X_{21}\quad kX_{22}]^T$

于是有：

$$AX^T=\begin{bmatrix}A_{11}+A_{12} & 0 & 0\\ A_{31} & A_{41} & 0\\ A_{32} & 0 & A_{42}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_{11}^T\\ X_{21}^T\\ kX_{22}^T\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}A_{11}X_{11}^T+A_{12}X_{11}^T\\A_{331}X_{11}^T+A_{41}X_{21}^T\\A_{32}X_{11}^T+kA_{42}X_{22}^T\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}A_{11}X_{11}^T+kA_{12}X_{12}^T\\A_{31}X_{11}^T+A_{41}X_{21}^T\\kA_{32}X_{12}^T+A_{42}X_{22}^T\end{bmatrix}\geqslant 0$$

所以根据性质 3 知，N 是可重复的。

同理可证：

定理 5 设 N_1,N_2 是两个相容的 Petri 网，它们的共享 T-型子网合成网为 N，若存在整数 $k>0$，使得 $X_{11}=kX_{12}$，则 N 是相容的。

定理 6 设 N_1,N_2 是两个 Petri 网，它们的共享 T-型子网合成网为 N，X_1,X_2 分别是 N_1,N_2 的 T-不变量，若存在整数 $k>0$，使得 $X_{11}=kX_{12}$，则 $X=[X_{11},X_{21},kX_{22}]$ 为 N 的一个 T-不变量。

定理 7 设 N_1,N_2 是两个公平的 Petri 网，它们的共享 T-型子网合成网为 N，若存在正整数 k，使得 $A_{11}=kA_{12}$，则 N 也是公平的。

证明：(1)因为 N_1,N_2 都是公平的，由性质 5 知，若对任意的 m_i 维非零非负整数向量 X_i，$A_i^TX_i^T\geqslant 0$，则 $X_i>0$，$i=1,2$。亦即：

若 $A_1^TX_1^T=\begin{bmatrix}A_{11}^T & A_{31}^T\\0 & A_{41}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_{11}^T\\X_{21}^T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11}^TX_{11}^T+A_{31}^TX_{21}^T\\A_{41}^TX_{21}^T\end{bmatrix}\geqslant 0$，则 $X_{11}>0$，$X_{21}>0$；

若 $A_2^TX_2^T=\begin{bmatrix}A_{12}^T & A_{32}^T\\0 & A_{42}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_{12}^T\\X_{22}^T\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{12}^TX_{12}^T+A_{32}^TX_{22}^T\\A_{42}^TX_{22}^T\end{bmatrix}\geqslant 0$，则 $X_{12}>0$，$X_{22}>0$。

假设 $X=[X_{10},X_{20},X_{30}]$ 是任意一个 m 维非零非负整数向量，其中 X_{10},X_{20},X_{30} 分别为 m_0 维、(m_1-m_0) 维、(m_2-m_0) 维向量。根据条件，若

$$A^TX^T=\begin{bmatrix}A_{11}^T+A_{12}^T & A_{31}^T & A_{32}^T\\0 & A_{41}^T & 0\\0 & & A_{42}^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_{10}^T\\X_{20}^T\\X_{30}^T\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}A_{11}^TX_{10}^T+A_{12}^TX_{10}^T+A_{31}^TX_{20}^T+A_{32}^TX_{30}^T\\A_{41}^TX_{20}^T\\A_{42}^TX_{30}^T\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(A_{11}^TX_{10}^T+A_{31}^TX_{20}^T)+k(A_{12}^TX_{20}^T+A_{32}^TX_{30}^T)\\A_{41}^TX_{20}^T\\A_{42}^TX_{30}^T\end{bmatrix}\geqslant 0,$$

则显然有 $X_{10}>0$，$X_{20}>0$，$X_{30}>0$，亦即 $X>0$。

(2)对任意两个非零非负整数向量 $X_i^{(1)},X_i^{(2)}$，若 $A_i^TX_i^{(1)^T}\geqslant 0$ 且 $A_i^TX_i^{(2)^T}\geqslant 0$，根据性质 5 有 $X_i^{(1)},X_i^{(2)}$ 线性相关，$i=1,2$。类似于(1)的证明，对任意两个非零非负整数向量 $X^{(1)}$，$X^{(2)}$ 若满足 $A^TX^{(1)^T}\geqslant 0$ 且 $A^TX^{(2)^T}\geqslant 0$，则 $X^{(1)},X^{(2)}$ 线性相关。

根据性质 5，由(1)、(2)知，N 是公平的 Petri 网。

以下分析共享 T-型子网合成网的结构活性。

基本思想：先把共享子网(T-型子网)"抽象化"为变迁，两个网进行同步合成，得到同步合成网，再把同步合成网中的相应变迁"精细化"为原来的共享子网(T-型子网)。

引理 1 设 N' 是 N 中经精细化操作 $\mathrm{Re}\ f(\tilde{t},N_T)$ 得到的 Petri 网，N' 是结构活的充分必要条件是 N 与 $\bar{N}_T$ 都是结构活的。

证明：(1)先证充分性。由于 $N,\bar{N}_T$ 都是结构活的 Petri 网，因此 $\exists M_0$，使 $\Sigma=(N,M_0)$ 是活的；$\exists M_{T0}$，使得 $\Sigma_T=(\bar{N}_T,M_{T0})$ 是活的。$\forall t'\in T'$，则 $t'\in T-\{\tilde{t}\}$ 或 $t'\in T_T-\{t_v,t_v\}$ 或 $t'\in\{t_v,t_v\}$，对 $\forall M'\in R(M'_0)$，令 $M'=[M,M_T]$，则有 $M\in R(M_0)$ 和 $M_T\in R(M_{T0})$。

1)若 $t'\in T-\{\tilde{t}\}$，由 Σ 的活性知，$\exists\bar{M}\in R(M)$，使得 $\bar{M}[t'>$。记 $M_0[\sigma_0>M[\sigma>\bar{M}[t'>$。若 $\tilde{t}$ 不属于 σ_0 或 σ 中的变迁集合，则根据定义，令 $M'_0=[M_0,\theta_T]$(其中 θ_T 是对应 $\bar{N}_T$ 标识的零向量)，$\bar{M}'=[\bar{M},\theta_T]$ 则有 $M'_0[\sigma_0>M'[\sigma>\bar{M}'[t'>$，即 t' 在 $\Sigma'=(N',M'_0)$ 中是活的；若 $\tilde{t}$ 属于 σ_0 或 σ 中的变迁集合，不妨设 $\tilde{t}$ 属于 σ 的变迁集合，且记为 $M_0[\sigma_0>M[\sigma_1\tilde{t}\sigma_2>\bar{M}'[t'>$，由定义及 Σ_T 的活性知，$M'_0[\sigma_0>M'[\sigma_1t_u\sigma_Tt_v\sigma_2>\bar{M}'[t'>$，其中 σ_T 是 T_T 上的步串，因此 t' 在 Σ' 上仍是活的。

2)若 $t'\in T_T-\{t_u,t_v\}$，记 $M_{T0}[\sigma_{T0}>M_T$。若 t' 不属于 σ_{T0} 的变迁集合，则由 Σ_T 的活性知，$\exists\bar{M}_T\in R(M_T)$ 使得 $M_{T0}[\sigma_{T0}>M_T[\sigma_T>\bar{M}_T[t'>$，由 Σ 的活性有：$[M_0,\theta_T][\sigma_0>[M_2,M_{T0}][\theta_{T0}>[M_2,M_T][\sigma_T>[M_2,\bar{M}_T][t'>$，因此 t' 在 Σ 中是活的。若 t' 属于 σ_{T0} 的变迁集合，由 Σ 和 Σ_T 的活性可知，$[M_0,\theta_T][\sigma_0t_u>[M_1,M_{T0}][\theta_{T0}>[M_1,M_T][\sigma_1>[M_2,M_T][\sigma_{1T}t_v>[M_3,\theta_T][\sigma_2t_u>[M_1,M_{T0}][\sigma_T>[M_1,M_T][t'>$(其中 σ_T 是 σ_{T0} 的前缀子串)，因此 t' 在 Σ' 上是活的。

3)若 $t'\in\{t_u,t_v\}$，不妨设 $t'=t_u$，对 $M'\in R(M'_0)$，$M'=[M,M_T]$，$M\in R(M_0)M_T\in R(M_{T0})$，若 $M_T=\theta_T$，则由 Σ 的活性知，$\exists\sigma$ 使得 $M[\sigma>\bar{M}[\tilde{t}>$，而 $\cdot\tilde{t}=\cdot t'$，因此在 Σ' 中 $\exists\bar{M}'=[\bar{M},\theta_T]$，使得 $M'_0[\sigma_0>M'[\sigma>\bar{M}'[t'>$，即 t' 在 Σ' 上是活的。若 $M_T\neq\theta_T$，则由 Σ_T 的活性知，$\exists\sigma_T$ 使得 $M_T[\sigma_T>M_{gT}$，由 Σ 的活性知，$\exists\sigma_0$ 使得 $M_{gT}[t_v\sigma_0>\bar{M}[\tilde{t}>$，而 $\cdot\tilde{t}=\cdot t'$，从而在 Σ' 中有 $M'_0[\sigma'_0>M'[\sigma_Tt_v\sigma_o>\bar{M}'[t'>$，其中 $\bar{M}'=[\bar{M},\theta_T]$，从而 t' 在 Σ' 上是活的。由 1)，2)，3)可知，t' 在 Σ' 上是活的，由 t' 的任意性知，Σ' 是活的，因此 N' 是结构活的。

(2)再证必要性。由于 N' 是结构活的，因此 $\exists M'_0$，使得 $\Sigma'=(N',M'_0)$ 是活的。采用反证法。假设 $\forall M''_0\in R(M'_0)$ 从 Σ' 中得到的 Σ 不活，即 $\exists M\in R(M_0)$，$\exists t\in T$，$\forall\bar{M}\in R(M)$ 都有 $\neg(\bar{M}[t>)$。由于 M''_0 在 Σ 上的投影为 M_0，记 $M_0[\sigma>M[\bar{\sigma}>\bar{M}$，$\sigma,\bar{\sigma}\in T''$，现以 $t_u\sigma_Tt_v$ 分别替换 $\sigma,\bar{\sigma}$ 中的 $\tilde{t}$，得 $\sigma',\sigma''\in T''$，根据定义 8 和 Σ' 的活性知，$M'_0[\sigma'>\bar{M}'[\bar{\sigma}'>\bar{M}'$，并且 M'' 在 Σ 上的投影为 M，$\bar{M}''$ 在 Σ 上的投影为 $\bar{M}$，这样对应于 M，$\exists M''\in R(M''_0)$，$\exists t'\in T''$，(当 $t\in T-\{\tilde{t}\}$ 时，$t'=t$，当 $t=t'$ 时，$t'=t_u$)使得对应于 $\forall\bar{M}\in R(M)$ 有 $\forall\bar{M}''\in R(M'')$，由 $\neg(\bar{M}[t>)$ 可推知，$\neg(\bar{M}''[t'>)$，从而 Σ' 不活，即 N' 不是结构活的，矛盾，所以 N 是结构活的。同理可证 $\bar{N}_t$ 也是结构活的。

定理 8 设 N_1,N_2 是两个 Petri 网，它们共享一个 T-型子网 N_0，其共享子网合成网为 N，则 N 是结构活的充要条件是 N_1,N_2 是结构活的。

证明：(1)充分性。首先在 N_1,N_2 中应用抽象化操作 $Abs(N_T,\tilde{t})$，把 T-型子网 N_0 抽象化为一个变迁 $\tilde{t}$(即用 $\tilde{t}$ 替换 N_0)，$\tilde{t}$ 的前置集为 t_u 的前置集，$\tilde{t}$ 的后置集为 t_v 的后置集。设抽象化后得到的 Petri 网分别为 N'_1,N'_2。现对 N'_1,N'_2 进行同步合成，根据题设 N_1,N_2 是结构活的，由引理 1 知，N'_1,N'_2 是结构活的，设 N'_1,N'_2 进行同步合成后得到的 Petri 网为 N'，由于 N'_1,N'_2 只在变迁 $\tilde{t}$ 处同步，显然 N' 是结构活的。由引理 1 知，N_0 的闭网 $\bar{N}_0$ 也是结构活的。在 N' 中

应用精细化操作 Re $f(\bar{t},N_0)$，用 N_0 精细化 $\bar{t}$(即用 N_0 替换 $\bar{t}$)，得到网 N，由于 N' 和 $\bar{N}_0$ 都是结构活的，因此再根据引理 1 知，N 是结构活的。

(2)必要性。采用反证法证明，假设 N_1,N_2 中至少有一个不是结构活的，不妨设 N_1 不是结构活的，则由引理 1 知，N'_1 不是结构活的，显然 N' 不是结构活的，又由引理 1 知，N 不是结构活的，矛盾，所以 N_1,N_2 都是结构活的。

定理 9 设 N_1,N_2 是两个 Petri 网，N_1,N_2 共享 k 个 T-型子网 $N_{T1},N_{T2},\cdots,N_{TK}$，$N_1,N_2$ 的共享子网合成网为 N，则 N 是结构活的充要条件是存在活的、有界的 Petri 网系统 $\Sigma_1=(N_1,M_{10})$，$\Sigma_2=(N_2,M_{20})$ 关于 $\{N_{T1},N_{T2},\cdots,N_{TK}\}$ 有相同的广义可引发变迁序列。

证明：(1)充分性。现对 $\Sigma_1=(N_1,M_{10})$，$\Sigma_2=(N_2,M_{20})$ 分别使用 T-型子网抽象化操作(将 N_{Ti} 抽象化为 $\bar{t}_{Ti}(i=1,2,\cdots,k)$)，得到 Σ'_1,Σ'_2，根据定义 12 知，存在活的、有界的 Petri 网系统 Σ'_1,Σ'_2 关于 $\bar{T}=\bar{t}_{T1},\bar{t}_{T2},\cdots,\bar{t}_{Tk}$ 有相同的可引发变迁序列。$\exists M'_{10}$，使得 Petri 网系统 $\Sigma'_1=(N'_1,M'_{10})$ 是活的；$\exists M'_{20}$，使得 Petri 网系统 $\Sigma'_2=(N'_2,M'_{20})$ 是活的。不妨设 Σ'_1,Σ'_2 关于 $\bar{T}$ 的可引发变迁序列为 $t_i,t_j,\cdots,t_k$，则在 Σ'_1 中，$\exists M'_{11}\in R(M'_{10})$ 使得 $M'_{11}[t_i>$；在 Σ'_2 中，$\exists M'_{21}\in R(M'_{20})$ 使得 $M'_{21}[t_i>$；取 $M'_0=(M'_{11},M'_{21})$，记 Σ'_1,Σ'_2 的同步合成网系统为 $\Sigma'=(N',M'_0)$，在 Σ' 中，$M'_0[t_i>$，而 $t_i,t_j,\cdots,t_k$ 是 Σ'_1,Σ'_2 关于 $\bar{T}$ 的可引发变迁序列，由定义 11 知，在 Σ'_1 中存在 $\sigma'_1\in(T'_1-\bar{T})^*$，$M'_{11}[t_i\sigma'_1>M'_{12}$，$M'_{12}[t_i>$；在 Σ'_2 中存在 $\sigma'_{12}\in(T'_1-\bar{T})^*$，$M'_{21}[t_i\sigma'_2>M'_{22}$，$M'_{22}[t_j>$，则在 Σ' 中 $\exists M'_1=(M'_{12},M'_{22})\in R(M'_0)$，$M'_1[t_j>$，依次类推，$\exists M'_q\in R(M_0)$，$M'_q[t_k>$，因此，在 Σ' 中 $\bar{T}$ 是活的。根据同步合成网的性质及 Σ'_1,Σ'_2 的活性，在 Σ'_T 中若 $\bar{T}$ 是活的，则显然有 $(T'_1-\bar{T})$，$(T'_2-\bar{T})$ 也是活的，所以 N' 是结构活的。由于 Σ_1,Σ_2 是活的、有界的 Petri 网系统，由引理 1 知，经过抽象化操作得到的闭网 $\bar{N}_{T1},\bar{N}_{T2},\cdots,\bar{N}_{Tk}$，都是结构活的 Petri 网。现进行精细化操作 Re $f(\bar{t}_{T1},N_{T1})$，Re $f(\bar{t}_{T2},N_{T2})$，$\cdots$，Re $f(\bar{t}_{Tk},N_{Tk})$ 后得到网 N，由引理 1 得，N 是结构活的。

(2)必要性。用反证法证明。假设任取的初始标识 M'_0，且 $\Sigma'_1=(N'_1,M'_0|_{P_1})$(其中 $M'_0|_{P_1}$ 表示 M'_0 在 P_1 上的投影)和 $\Sigma'_2=(N'_2,M_0|'_{P_2})$ 都是有界活的，但是 Σ'_1,Σ'_2 关于 $\bar{T}$ 不存在相同的可引发变迁序列。不妨设 Σ'_1 关于 $\bar{T}$ 的可引发变迁序列为 $\bar{t}_{T1}\bar{t}_{T2}\bar{t}_{T3}\bar{t}_{T4}\cdots\bar{t}_{Tk}(k>3)$，$\Sigma'_2$ 关于 $\bar{T}$ 的可引发变迁序列为 $\bar{t}_{T1}\bar{t}_{T3}\bar{t}_{T2}\cdots\bar{t}_{Tk}$，即 Σ'_1 和 Σ'_2 关于 $\bar{T}$ 的可引发变迁序列中仅有两个变迁 $\bar{t}_{T2},\bar{t}_{T3}$ 的引发顺序不同，其它变迁顺序相同。若 $\forall M'\in R(M'_0)$，$\bar{t}_{T1}$ 在 M' 不使能，则同步合成网系统 Σ' 不是活的。若 $\exists M_1\in R(M_0)$，$M_1[\bar{t}_{T1}>M_2$，则在 Σ'_1 中存在可引发变迁序列 $\bar{t}_{T1}\sigma'_1\bar{t}_2$，$\sigma'_1\in(T'_1-\bar{T})^*$，即 $M'_2|P_1[\sigma'_1\bar{t}_{T2}>$，但是 $\bar{t}_{T3}$ 的引发依赖于 $\bar{t}_{T2}$ 的引发，而在 Σ'_2 中 $\bar{t}_{T2}$ 的引发又依赖于 $\bar{t}_{T3}$ 的引发，故对 $\forall\sigma'_2\in(T'_2-\bar{T})^*$，$\sigma'_2\bar{t}_{T2}$ 在 $\Sigma'_2|_{P_2}$ 不使能，因此，$\forall M'\in R(M'_2)$，$\bar{t}_{T2}$ 在 M' 不使能，即 Σ' 不是活的。若选取 Σ' 的初始标识 M'_0，使 $\Sigma'_1=(N'_1,M'_0|_{P_1})$，$\Sigma'_2=(N'_2,M'_0|_{P_2})$ 至少有一个不是活的，则根据同步合成的性质，同步合成网系统 Σ' 不是活的。总之，若不存在活的有界 Petri 网系统 Σ'_1,Σ'_2，并且关于 $\bar{T}$ 有相同的可引发变迁序列，则对 $\forall M'_0$，$\Sigma'=(N',M'_0)$ 不是活的，即不是结构活的。对同步合成网 N' 进行精细化操作 Re $f(\bar{t}_{T1},N_{T1})$，Re $f(\bar{t}_{T2},N_{T2})$，$\cdots$，Re $f(\bar{t}_{Tk},N_{Tk})$ 可得 N，由引理 1 知，若 N' 不是结构活的，则 N 也不是结构活的，矛盾。必要性得证。

推论 1 设 N_1,N_2 是两个 Petri 网，N_1,N_2 共享 2 个 T-型子网 N_{T1},N_{T2}，N_1,N_2 的共享 T-型子网合成网为 N，则 N 是结构活的充要条件是 N_1,N_2 都是结构活的。

证明：因为当 N_1,N_2 共享 2 个 T-型子网 N_{T1},N_{T2} 时，Petri 网系统 $\Sigma_1=(N_1,M_{10})$，$\Sigma_2=(N_2,M_{20})$ 关于 $\{N_{T1},N_{T2}\}$ 显然有相同的广义可引发变迁序列，由定理 9 知，结论成立。

5 应用

在实际应用中，当两个不同的子网系统使用着部分相同性质的资源(如机器人、工具等)，且其中的变迁具有相近的引发时间或条件功能时，即可实现共享子网合成，共享子网合成网的结构活性，保证了经共享子网合成后得到的网系统的正常运行。

作为共享子系统设计的一个实例，以下将应用本文中刚才给出的 Petri 网共享 T-型子网合成方法对公司_1(个体零售公司)和公司_2(集体批发公司)共同租用一个加工厂生产某种产品的系统进行共享子系统设计和分析。

公司_1、公司_2 各自备好原材料后，同时用一个加工厂为它们生产某种产品，生产完产品后，公司_1 用于零售，公司_2 用于批发。先对两个子系统分别进行设计，然后再对这两个子系统进行共享 T-型子网合成，得到系统的整体设计。

图 1 给出了公司_1 所对应的子系统的 Petri 网设计模型(N_1)。

其中变迁和库所的含义如下：t_1 开工(传递原材料，租金)；p_1 租金；p_2 原材料_1；p_3 原材料_2；t_2 开发票；t_3 加工部件_1；t_4 加工部件_2；p_4 发票；p_5,p_6 粗糙部件_1；p_7,p_8 粗糙部件_2；t_5,t_6 精细加工_1；t_7,t_8 精细加工_2；p_9,p_{10} 成品部件_1；p_{11},p_{12}：成品部件_2；t_9,t_{10} 装配；p_{13},p_{14}：成品；t_1：传递；p_{15}：发票；p_{16}：成品；t_{12}：销售；p_{17}：休整状态；t_{13}：作销售计划；p_{18}：销售计划；t_{14}：备料、备租金；p_{19}：原材料；p_{20}：租金。

图 2 给出了公司_2 所对应的子系统的 Petri 网设计模型(N_2)。其中部分变迁和库所的含义类似于图 1 中的说明：p_{21}：发票；p_{22}：成品；t_{15}：运输；p_{23},p_{24},p_{25}：成品(用多辆车同时运送的成品)；t_{16}：交货；p_{26}：休整状态；t_{17}：接受订单；p_{27}：订单；t_{18}：备料、备租金；p_{28}：原材料；p_{29} 租金。

零售公司和批发公司可同时共用一个工厂生产某种产品，即零售公司和批发公司可共享同一组资源。反映在 Petri 网设计模型上，就是 N_1,N_2 进行共享 T-型子网合成，得到共享 T-型子网合成网 N(图 3)，即整体设计模型。

从图 1 和图 2 可看出，N_1,N_2 皆为结构活的 Petri 网，其共享 T-型子网合成网为 N(图 3)，易见 N_1,N_2 共享 T-型子网合成满足定理 8 的条件，因此是结构活的 Petri 网。

N 的结构活性也可按如下方法验证。

事实上，对于 N_1，存在

$M_{10}=(M_{10}(p_1),M_{10}(p_2),M_{10}(p_3),M_{10}(p_4),M_{10}(p_5),M_{10}(p_6),M_{10}(p_7),M_{10}(p_8),M_{10}(p_9),M_{10}(p_{10}),M_{10}(p_{11}),M_{10}(p_{12}),M_{10}(p_{13}),M_{10}(p_{14}),M_{10}(p_{15}),M_{10}(p_{16}),M_{10}(p_{17}),M_{10}(p_{18}),M_{10}(p_{19}),M_{10}(p_{20}))$，$=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1)$，易知 $\Sigma_1=(N_1,M_{10})$ 是活的。

对于 N_2，存在

$M_{20}=(M_{20}(p_1),M_{20}(p_2),M_{20}(p_3),M_{20}(p_4),M_{20}(p_5),M_{20}(p_6),M_{20}(p_7),M_{20}(p_8),M_{20}(p_9),M_{20}(p_{10}),M_{20}(p_{11}),M_{20}(p_{12}),M_{20}(p_{13}),M_{20}(p_{14}),M_{20}(p_{21}),M_{20}(p_{22}),M_{20}$

$(p_{23}), M_{20}(p_{24}), M_{20}(p_{25}), (p_{26}), M_{20}(p_{27}), M_{20}(p_{28}), M_{20}(p_{29})) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1)$，易知 $\Sigma_2=(N_2,M_{20})$ 是活的。

对于它们的共享 T-型子网合成网 N，存在

$M_0=(M_0(p_1), M_0(p_2), M_0(p_3), M_0(p_4), M_0(p_5), M_0(p_6), M_0(p_7), M_0(p_8), M_0(p_9), M_0(p_{10}), M_0(p_{11}), M_0(p_{12}), M_0(p_{13}), M_0(p_{14}), M_0(p_{15}), M_0(p_{16}), M_0(p_{17}), M_0(p_{18}), M_0(p_{19}), M_0(p_{20}), M_0(p_{21}), M_0(p_{22}), M_0(p_{23}), M_0(p_{24}), M_0(p_{25}), M_0(p_{26}), M_0(p_{27}), M_0(p_{28}), M_0(p_{29})) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,1,1)$，显然 $\Sigma=(N,M_0)$ 是活的。从而验证了定理 8 的正确性。

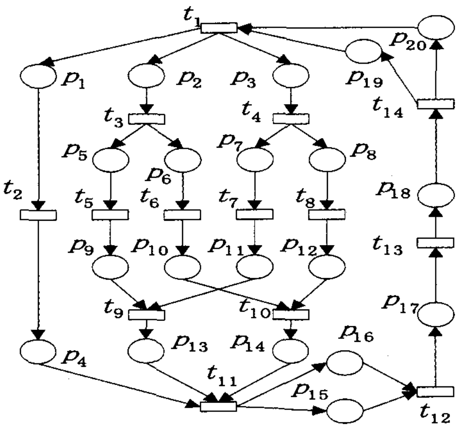


图 1 N_1

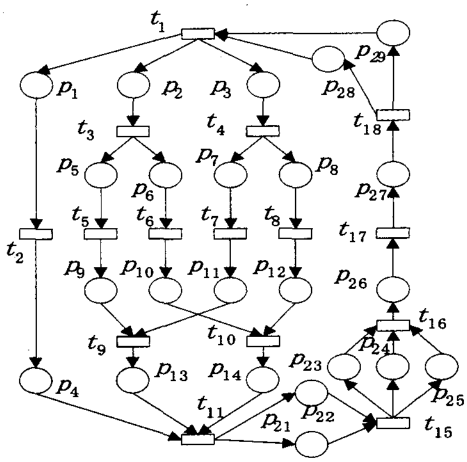


图 2 N_2

注：以上给出的仅是一种业务过程处理系统的例子，实际上该合成方法也适用于对柔性制造系统等其他系统的共享子系统设计和分析，因此它具有比较广泛的应用范围和一定的实用价值。

结论及下一步的研究工作 为了解决系统设计中的子系统共享问题，提出了一种经由 Petri 网共享 T-型子网构成共享 T-型子网合成网的解决方案；给出了共享 T-型子网合成网保持结构有界性、守恒性、可重复性、相容性、P-不变量、T-不变量、公平性和结构活性的充分条件或充要条件；实施 Petri 网的共享 T-型子网合成，可以实现合成网系统的资源共享和同步操作，解决系统的调度优化问题。文中的实例进一步展示了该方法的实际应用价值。下一步的研究工作是进一步推广共享子网合成网满足结构活性的保持性条件，并研究共享子网合成网系统对其它性质（如回归性，行为性质等）的保持性问题。

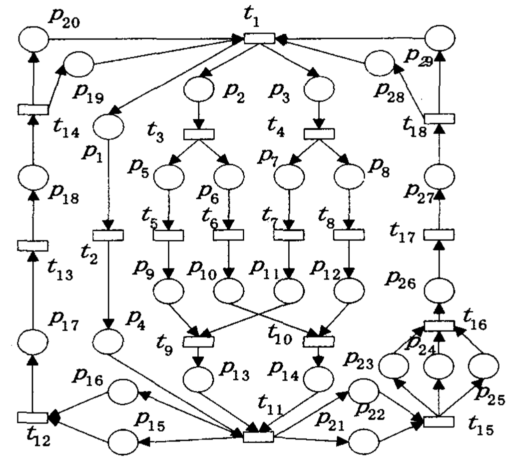


图 3 N

参 考 文 献

1 Bednarczyk M A, Bernardinello L, et al. Modular system development with pullbacks. In: Proc. the 24th International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Eindhoven, The Netherlands, 2003. 140～160

2 Morin R. Decompositions of asynchronous systems. In: Proc. CONCUR'98, LNCS 1466, Springer, 1998. 549～564

3 Pomello L, Bernardinello L. Formal tools for Modular System Development. In: Proc. the 25th International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Bologna, Italy, 2004. 77～96

4 Franceschinis G, Gribaudo M, et al. Compositional Modeling of Complex Systems: Contact Center Scenarios in OsMoSys. In: Proc. the 25th International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Bologna, Italy, 2004. 177～196

5 Juhás G, Lorenz R, et al. Synthesis of Controlled with Modules of Signal Nets. In: Proc. the 25th International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Bologna, Italy, 2004. 238～257

6 Yoo Dong-Hoon, Lee Dong-Ik, et al. Operation Net System: A Formal Design Representation Model for High-Level Synthesis of Asynchronous Systems Based on Transformations. In: Proc. the 25th International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Bologna, Italy, 2004. 435～453

7 Makela K. Mode checking safety properties in modular high-level nets. In: Proc. the 24th International Conference on Application and Theory of Petri Nets. Eindhoven, The Netherlands, 2003. 201～219

8 van Hee K, Sidorova N, et al. Soundness and separability of workflow nets in the stepwise refinement. In: Proc. the 24th International Conference on Application and Theory of Petri Nets, Eindhoven, The Netherlands, 2003. 337～356

9 Bernardinello l, Ferigato C, et al. Towards modular synthesis of EN systems. In: Caillaud B, et al., eds. Synthesis and Control of Discrete Event Systems, Kluwer Academic Publishers, 2002. 103～113

10 Souissi Y. On liveness preservation by composition of nets via a set of places. In: Rozenberg G, ed. Lecture Notes in Computer Science. Vol 524. New York: Springer-Verlag, 1991. 277～295

11 Jeng M D. A Petri net synthesis theory for modeling flexible manufacturing systems. IEEE Transaction on systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 1997, 27(2): 169～183

12 蒋昌俊. Petri 网的动态不变性. 中国科学（E 辑），1997, 27(6): 605～611

13 Jiang Changjun, Wu Zhehui. Net Operations. J of Comput Sci & Technol, 1992, 7(4): 333～344

14 Murata T. Petri nets: properties, analysis, and applications. Proc. IEEE, 1989, 77(4): 541～580

15 Peterson J L. Petri net theorey and the modeling of systems. Englewood Cliffs. New York: Prentice-Hall, Inc, 1981

16 Resig W. Petri nets. EATCE Monographs on Theoretical Computer Science. New York: Spring-Verlag, 1985. 4