

非线性小波变换在图像去噪中的应用^{*}黄正洪¹ 夏莉²(重庆工商大学计算机科学学院¹, 重庆工商大学理学院² 重庆 400067)

摘要 本文基于一种非线性小波变换阈值改进法, 结合离散正交小波变换系数分解计算和阈值处理, 实现二维图像去噪, 并用 Mallat 算法对加噪图像进行了验证。

关键词 离散正交小波变换, 图像去噪, 阈值法, Mallat 算法

Application of Image Denoising Based on Nonlinear Wavelet Transform

HUANG Zheng-Hong¹ XIA Li²

(College of Computer Science, Chongqing Technology and Business University¹,
College of Science, Chongqing Technology and Business University², Chongqing 400067)

Abstract This article realizes de-noising 2D image based on a nonlinear wavelet transform threshold improved method, which is combined DWT coefficients decomposition calculation and threshold processing. And Mallat algorithm is used to de-noise the noisy image.

Keywords Orthogonal wavelet transform, Image de-noising Smoothing, Threshold value method, Mallat algorithm

1 引言

由于小波变换的多分辨率特征, 它能较好处理带噪边缘模糊而被人们所重视。用传统的 Fourier 变换, 当高频区域带噪部分与图像细节分布重叠时, 很难在不损失信号的条件下去噪。而小波变换可在时间与频率域上对信号进行分析, 它能够区别信号中的非平稳特征, 如边缘、尖峰及断点和噪声, 保留图像的细节信息。

小波变换去噪包括线性及非线性小波去噪、小波包去噪。传统的线性去噪, 一般假设噪声分布在最精细尺度的高频部分, 在去噪的同时, 也常平滑模糊了图像的边缘特征。为此, 一些非线性小波去噪技术被发现。1922 年, Donoho 和 Johnstone 提出了小波阈值收缩法^[1,2], 它将小波系数视为实际信号, 系数较小的一般认为是噪声, 通过设置恰当的阈值, 保留大于阈值部分的小波系数, 将小于阈值的小波系数设置为零, 对由阈值函数得到的估计系数施行逆变换。非线性小波变换阈值法得到了广泛应用。Donoho 和 Johnstone 推导的阈值计算公式表明, 随着尺度增加, 白噪声小波系数幅值会减少, 可实现去噪^[3]。本文提出一种基于非线性小波变换阈值的改进算法, 结合离散正交小波变换系数的阈值处理实现信号降噪处理, 达到高标准去噪目的。

2 去噪原理

小波去噪是信号的特征提取与低通滤波优化的过程, 它把带噪的图像恢复为原图像, 对某一尺度 i , 含噪信号可表示为:

$$y_i = x_i + \varepsilon n_i \quad i=1, 2, \dots, N$$

其中 y_i 是含噪声的信号, x_i 为原信号, $\varepsilon > 0$ 为常数, 表示噪声级, n_i 为标准的高斯噪声, 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 。由于噪声信号表现为高频信号, 通常包含在高频成分的信号中。去噪主要思路为: 先计算含噪信号的正交小波变换。选择适当

的小波分解层数 i , 对含噪声信号实施小波分解到 i 层, 可得小波分解系数, 再用阈值法对小波分解系数进行处理。常见的阈值收缩法中阈值函数的选择:

软阈值法:

$$\hat{x}_i = \begin{cases} \text{sgn}(y_i)(|y_i| - \delta) & |y_i| > \delta \\ 0 & |y_i| \leq \delta \end{cases}$$

式中 δ 称为阈值, N 为信号长度, δ 是 N 和含噪声 σ 的函数。当阈值取 $\delta = \sigma \sqrt{2 \log N}$, 若 $|y_i| > \delta$ 时, 则认为 y_i 主要是信号所对应的小波函数, 予以保留; 反之, y_i 主要则是由噪声引起, 予以消除。通过小波重构, 便可得去噪后的原始信号估计 $\hat{x}_i$ 。

记 X, Y 分别表示 $\{x_i\}$ 及 $\{y_i\}$ 的离散正交小波变换结果, W 为离散小波算子, 有

$$X = Wx \quad Y = Wy$$

x, y 分别表示 $\{x_i\}$ 及 $\{y_i\}$, $\hat{x}$ 表示从 Y 中对 X 的估计。由 Donoho 去噪方法得到如下去噪算法:

1) 计算离散小波变换, $Y = Wy$

2) 使用阈值法时, 对不同尺度使用同一个常值时, 在理论上讲是不尽合理, 信号噪声在不同分解尺度阈值是不同的, 应随尺度增加阈值相应减少, 即噪声的幅值也随之减少, 这里, 取 $\delta_j = \sigma \sqrt{2 \log N} / \ln(e+j-1)$ ^[4]

3) $\hat{\delta}_j = \delta_j \cdot \hat{\lambda}$ 其中 $\hat{\lambda} = \text{Mean}(|d(i)|) / 0.6745$

$d_j(i)$ 为 i 尺度下高频成分的第 i 个小波系数。由 Mallat 塔式算法的系数快速分解, 加以计算, 以分解或重建原信号。

设 $\varphi_{j,n}(x) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - n)$ 是 V_j 的标准正交基, $\Psi_{j,n}(x) = 2^{j/2} \Psi(2^j x - n)$ 是 W_j 的标准正交基, 且 $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$ 。

V_{j+1}, V_j 及 W_j 空间的尺度系数和小波系数分别为 $C_{j+1,k}, C_{j,k}$ 和 $d_{j,k}$, 信号函数的分解过程是从 $j+1$ 尺度到 j 尺度的逐次分解过程, 有

$$C_{j,k} = \sum_m h(m-2k) C_{j+1,m} \quad (1)$$

$$d_{j,k} = \sum_m g(m-2k) C_{j+1,m} \quad (2)$$

^{*} 基金项目: 重庆市科委资助项目。黄正洪 教授。

其中 h 及 g 分别表示同一小波基的低通和高通滤波器系数。依据式(1)、(2), 可对尺度空间 V_j 作继续分解到任意空间 V_{j+1} 。系数重建快速算法可表示为 $C_{j+1,m} = \sum_m h(m-2k)C_{j,k} + \sum_m g(m-2k)d_{j,k}$ [5]

由一维空间推广到二维空间, 得二维正交小波变换的 Mallat 算法

$$\alpha_{i,l}^j = \sum_{k,m} g(m-2l)g(k-2i)s_{k+2i-2,m+2l-2}^{j-1}$$

$$\beta_{i,l}^j = \sum_{k,m} g(k-2i)h(m-2l)s_{k+2i-2,m+2l-2}^{j-1}$$

$$\gamma_{i,l}^j = \sum_{k,m} h(k-2i)g(m-2l)s_{k+2i-2,m+2l-2}^{j-1}$$

$$s_{i,l}^j = \sum_{k,m} h(k-2i)h(m-2l)s_{k+2i-2,m+2l-2}^{j-1}$$

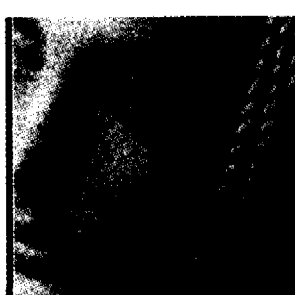
其中上标表示尺度, 下标表示两个方向的位移, $s_{i,l}^j$ ($i, l=1, 2, \dots, N$) 为离散原始图像, 分解图示如图 1。

这里 s^{22} 表示低频分量; $\beta_{i,l}^j$ 表示水平方向上细节信号; $\gamma_{i,l}^j$ 表示铅直方向上细节信号; $s_{i,l}^j$ 表示沿对角线方向的细节信号。

4) 计算逆小波变换 $\hat{x} = W^{-1}x$, 这里 $\hat{x}$ 为还原信号。



(a) "Lena" 原始图



(b) "Lena" 含噪图



(c) "Lena" 去噪图

图 2 "Lena" 图

结论 通过以上仿真可以看出, 对阈值法的常数阈值进行必要改进, 结合小波变换系数分解计算和对阈值处理, 达到对数字图像的去噪和重建, 降低了噪音点, 使得图像变得更清晰。

参考文献

1 Daubechies I. The wavelet transform: Time-frequency localization and signal analysis. IEEE Trans Theory, 36: 961~1005

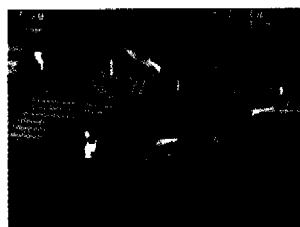
2 Mallat S G. Multifrequency channel decompositions of images and wavelet models. IEEE Trans Acoustics, Speech, and Singnal Processing, 1989, 37(12)
3 谢杰成, 等. 小波图像去噪综述 J. 中国图形图像学报, 2002(4): 209~217
4 文洪雁, 等. 非线性小波变换阈值法去噪改进 J. 测绘通报, 2006(3): 18~21
5 李建平, 唐远炎. 小波分析方法的应用. 重庆: 重庆大学出版社, 1997

(上接第 255 页)

标向左运动时, 像机自动转到预置位 2, 通过计算机视觉计算出行人在下一个预置位中的可能位置, 然后综合检测结果, 实现特定目标的跟踪, 并且能很快速地检测出在该预置位中的其他运动目标, 如图 4(b) 中的左上角行人。



(a) 目标在预置位 1



(b) 目标在预置位 2

图 4 室外主动跟踪结果

小结与展望 本文提出了一个基于计算机视觉的主动跟踪方法。通过建立像机转动索引表、背景索引表和像机参数索引表, 能够实时实现对场景中运动区域的检测; 综合利用多帧差分 and 自适应背景方法提取运动对象, 采用 Kalman 滤波器和 Mean-Shift 实现对特定目标的跟踪, 并结合计算机视觉

的理论, 较好地实现对特定目标的主动跟踪, 从而提高了主动跟踪的速度和精度; 利用目标的运动信息和位置信息, 并结合对应的控制原理, 快速稳健地实现了像机的调度。

然而, 本文在特定的目标的选择方面还是人工进行。可以通过对目标的行为分析, 从语义层面上实现对感兴趣目标的主动跟踪, 这是今后需要努力的方向。

参考文献

1 Gavrilu D M. The Visual Analysis of Human Movement: A Survey. Computer Vision and Image Understanding, 1999, 73(1): 82~98
2 Zhang Z Y. Flexible Camera Calibration By Viewing a Plane From Unknown Orientations. In: Proc. of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision, 1999, 1(1): 666~673
3 冯文源. 近影摄影测量——物体外形与运动状态的摄影法测量. 武汉: 武汉大学出版社, 2002
4 Stauffer C, Grimson W E L. Adaptive Background Mixture Models for Real-time Tracking. In: Proc. Computer Vision and Pattern Recognition, 1999, 2: 23~25
5 Collins R, et al. A system for video surveillance and monitoring: VSAM final report; [Technical Report]. Carnegie Mellon University, CMU-RI-TR-00-12, 2000