

基于广义多分辨似然比 和混合多尺度自回归预报模型的图像无监督分割^{*}

句彦伟¹ 田 铮^{1,2} 武新乾¹

(西北工业大学应用数学系 西安 710072)¹ (中科院自动化所模式识别国家重点实验室 北京 100080)²

摘 要 提出广义多分辨似然比(generalized multiresolution likelihood ratio,简称 GMLR)的概念,给出其 Bayes 准则下的假设检验和判别准则。GMLR 不仅能融合信号的多个特征量,增大不同信号间区分度,而且在融合时无需假定各特征量之间的相互关系,这使得它能进行比较精确而方便的判别分析。在 SAR(synthetic aperture radar)图像分割应用背景中,利用混合多尺度自回归预报(mixture multiscale autoregressive prediction 简称 MMARP)模型估计预报图像的 GMLR 的原假设和备择假设参数,然后将判别准则应用到预报图像,从而对原 SAR 图像进行分割。实验与几种流行的 SAR 图像分割方法进行了比较,结果表明了该理论方法的显著性:不论从分割的精度,对噪声的敏感度,还是从边缘的光滑度考虑,都优于上述通常的分割方法。

关键词 广义多分辨似然比,无监督分割,混合多尺度自回归预报模型,分割精度

Imagery Unsupervised Segmentation Based on GMLR and MMARP Model

JU Yan-Wei¹ TIAN Zheng^{1,2} WU Xin-Qian¹

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)¹

(National Key Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)²

Abstract A generalized multiresolution likelihood ratio (GMLR) is defined, then the GMLR test is obtained. The GMLR has the characteristic that can fuse several features which describe different properties, and it can increase distinction between different source outputs, so it is more precise to make a decision. In SAR imagery segmentation, in order to obtain unsupervised segmentation, an efficient mixture multiscale autoregressive prediction (MMARP) model is applied to estimate the parameters of null hypothesis and alternative hypothesis in the GMLR. Finally we classify each individual pixel based on a test window. The method compared with recent competing methods, demonstrating that our method performs better.

Keywords Generalized multiresolution likelihood ratio (GMLR), Unsupervised segmentation, Mixture multiscale autoregressive prediction (MMARP) model, Precise

随着分辨率越来越高的机载和星载 SAR(synthetic aperture radar)传感器的相继出现,获得的多源 SAR 数据包含的信息量越来越丰富,且原理性斑点噪声的存在使得 SAR 图像的分割变得相当复杂,传统的分割方法已不能达到满意的分割要求,那么寻求能分析融合多个特征的统计模型和方法是解决这一问题的有效途径^[1~4]。近年来,随着多分辨分析技术的发展,各种多尺度分割方法相继出现,例如多分辨 Gaussian 自回归(multiresolution Gaussian autoregressive 简称 MGA)模型分割方法^[1],基于多尺度自回归(multiscale autoregressive 简称 MAR)模型的似然比检验方法^[2,3],基于混合多尺度自回归(mixture multiscale autoregressive 简称 MMARP)模型的 SAR 图像分割方法^[4]。另外也有经典的 MPM 无监督分割方法^[5],这种方法虽然算法简单,但对相干斑噪声敏感;而 MGA 模型虽然对斑点噪声不敏感,但正如绝大部分多分辨 Markov 模型,其相依参数是根据经验给定的,并且分割质量对目标均值间差异的依赖性较大,由于这些原因它们的分割质量普遍不高;基于 MAR 模型的似然比检验方法用每类目标的自回归模型的残差分布作为特征,而每类目标的残差的均值为零,对大片同质区域的 SAR 图像能得到可接受的分割结果,但该方法将不同目标精确地分割开来存在问题。文[4]基于 MMARP 模型的 SAR 图像分割对部分 SAR 图像能得到较满意的分割结果,但是其采用的期望极大

化(EM)算法中,迭代公式没有显式表达,是一种搜索算法,因此相当耗时,不能很好满足实时性要求。

本文提出一种基于广义多分辨似然比(generalized multiresolution likelihood ratio,即 GMLR)的 SAR 图像无监督分割方法。GMLR 与一般似然比的区别在于:①广义多分辨似然比是一般似然比的推广,它能刻画来自信号源的更多的特征量,有利于准确地判别分析;②广义多分辨似然比能将不同性质的特征量(不论是否具有相关性)融合起来,增大信号间的区分度,而用不同分布函数描述一般似然比中的特征量时,必须假定这些特征变量是相互独立的,然而现实中许多特征量之间具有相关性;③广义多分辨似然比表达形式适合并行计算,这样更能满足实时性要求。本文基于 GMLR 的 Bayes 判别准则对 SAR 图像进行分割的方法不是以每类目标的自回归模型的残差作特征,而是选择每个分辨率上的 SAR 图像的预报图像作为特征,因为这样可以排除斑点噪声的影响,而且能从 SAR 图像的多个分辨率反映不同目标的差异,然后由 MMARP 模型估计 GMLR 的参数,最后将被分像素为中心的各个分辨率窗口内的特征分量融合得到 GMLR,利用假设检验和判决准则对每个像素进行分类。事实上,这样同时考虑到了相邻像素间的 Markov 性,而且方法比 Markov 模型更为简单方便。这种方法很大程度上克服了上述几种分割方法存在的缺点和不足,分割结果比较理想。

^{*}国家自然科学基金(No. 60375003)、国家航空基金项目(No. 03153059)。句彦伟 博士研究生,主要研究方向为图像处理、模式识别;田 铮 教授,博士生导师,主要研究方向为非线性时间序列、信号处理、图像信息处理。

1 广义多分辨似然比

1.1 广义多分辨似然比

若设 $X=(X_1, \dots, X_n)$ 的分布函数是 $p(x; \theta)$, 则简单原假设 $H_0: \theta = \theta_0$ 对简单备择假设 $H_1: \theta = \theta_1 (\theta_1 \neq \theta_0)$ 的检验问题的似然比为 $\lambda(x) = \frac{p(x|H_1)}{p(x|H_0)}$ 。

然而, 在许多情形下单个特征量不能准确进行判别分析。例如, 为了准确明晰地判决某个信号来自于哪个信号源, 就需要考虑信号的多个特征, 而这些信号往往不服从相同的分布, 为了同时考虑多个特征, 而且将多个特征进行融合, 进而达到准确明晰的判决, 引入广义多分辨似然比 (GMLR)。为了阐述简单, 给出二元情形 (H_1 和 H_0) 的广义多分辨似然比定义, $M(M>2)$ 元情形推广类似于一般似然比^[6]。

定义 (广义多分辨似然比) 如 (1) 式所定义的表达式称为广义多分辨似然比 (GMLR):

$$\lambda(x_1, \dots, x_K) = \frac{\prod_{k=1}^K p_k(x_k | H_1)}{\prod_{k=1}^K p_k(x_k | H_0)} \quad (1)$$

其中 $x_k = (x_{k1}, \dots, x_{kn})$ 表示来自不同分布密度函数 $p_k(x_k | H_i) (k=1, \dots, K; i=0, 1)$ 的样本。

对式 (1) 两边取对数, 就得到广义多分辨对数似然比:

$$l(x_1, \dots, x_K) = \log \frac{\prod_{k=1}^K p_k(x_k | H_1)}{\prod_{k=1}^K p_k(x_k | H_0)}$$

当 $K=1$ 时就是一般的似然比。

1.2 广义多分辨似然比假设检验和判别准则

设 H_0 表示原假设, H_1 表示备择假设, 由于多个特征更能较精确地对信号进行判别, 因此考虑 K 个特征量信息已知的广义多分辨似然比检验进行判别, 其中 4 种可能情形与 K 个特征量关系分别如下:

$$Pr(\text{判作 } H_0 | H_0 \text{ 真}) = c_1 \int_{z_0} p_{r|H_0}(x_1 | H_0) dx_1 + c_2 \int_{z_0} p_{r|H_0}(x_2 | H_0) dx_2 + \dots + c_K \int_{z_0} p_{r|H_0}(x_K | H_0) dx_K \quad (2)$$

其中, c_i 表示第 i 个特征量 x_i 对正确判决的贡献, 且满足 $\sum_{i=1}^K c_i = 1, 0 \leq c_i \leq 1$ 。

$$Pr(\text{判作 } H_1 | H_0 \text{ 真}) = a_1 \int_{z_1} p_{r|H_0}(x_1 | H_0) dx_1 + a_2 \int_{z_1} p_{r|H_0}(x_2 | H_0) dx_2 + \dots + a_K \int_{z_1} p_{r|H_0}(x_K | H_0) dx_K \quad (3)$$

其中, a_i 表示第 i 个特征量 x_i 对错误判决的贡献, 且满足 $\sum_{i=1}^K a_i = 1, 0 \leq a_i \leq 1$ 。

$$Pr(\text{判作 } H_1 | H_1 \text{ 真}) = r_1 \int_{z_1} p_{r|H_1}(x_2 | H_1) dx_1 + r_2 \int_{z_1} p_{r|H_1}(x_2 | H_1) dx_2 + \dots + r_K \int_{z_1} p_{r|H_1}(x_1 | H_1) dx_K \quad (4)$$

其中, r_i 表示第 i 个特征量 x_i 对正确判决的贡献, 且满足 $\sum_{i=1}^K r_i = 1, 0 \leq r_i \leq 1$ 。

$$Pr(\text{判作 } H_0 | H_1 \text{ 真}) = \beta_1 \int_{z_0} p_{r|H_1}(x_1 | H_1) dx_1 + \beta_2 \int_{z_0} p_{r|H_1}(x_2 | H_1) dx_2 + \dots + \beta_K \int_{z_0} p_{r|H_1}(x_K | H_1) dx_K \quad (5)$$

其中, β_i 表示第 i 个特征量 x_i 对错误判决的贡献, 且满足 $\sum_{i=1}^K \beta_i = 1, 0 \leq \beta_i \leq 1$ 。

这里利用 Bayes 准则来进行判决分类。Baye 检验是基于两个假设: 第一个假设是输出来自 H_0 与 H_1 的先验概率分别为 P_0 与 P_1 ; 第二个假设是赋予每种判决一个非负代价因子 C_{ij} , 表示在 H_j 为真时判决为 H_i 的代价。我们希望设计的判决准则平均代价尽可能地小, 那么代价的期望值作为风险 R

$$R = C_{00} P_0 \Pr(\text{判作 } H_0 | H_0 \text{ 真}) + C_{10} P_0 \Pr(\text{判作 } H_1 | H_0 \text{ 真})$$

$$+ C_{11} P_1 \Pr(\text{判作 } H_1 | H_1 \text{ 真}) + C_{01} P_1 \Pr(\text{判作 } H_0 | H_1 \text{ 真}) \quad (6)$$

类似普通似然比推证, 可得

$$\frac{\prod_{k=1}^K p_{r|H_0}(x_k | H_0)}{\prod_{k=1}^K p_{r|H_0}(x_k | H_1)} \frac{\prod_{k=1}^K (C_{00} P_0 c_k + C_{01} P_1 \beta_k)}{\prod_{k=1}^K (C_{10} P_0 a_k + C_{11} P_1 r_k)} \quad (7)$$

(7) 式左边就称为广义多分辨似然比检验, 若记

$$\Lambda(R) \triangleq \frac{\prod_{k=1}^K p_{r|H_0}(x_k | H_0)}{\prod_{k=1}^K p_{r|H_1}(x_k | H_1)}, \eta \triangleq \frac{\prod_{k=1}^K (C_{00} P_0 c_k + C_{01} P_1 \beta_k)}{\prod_{k=1}^K (C_{10} P_0 a_k + C_{11} P_1 r_k)} \quad (8)$$

那么广义多分辨似然比检验写作:

$$\Lambda(R) \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \eta \quad (9)$$

许多情况下为了计算方便, 对 (7) 式两边取对数就得到广义多分辨对数似然比检验。

2 SAR 图像的广义多分辨似然比原假设和备择假设的参数估计

本节的 2.1 小节给出 SAR 图像的多分辨序列, 2.2 小节给出 SAR 图像的广义多分辨似然比表达式, 2.3 小节由 MMARP 模型估计出 SAR 图像的广义多分辨似然比原假设和备择假设的参数。

2.1 SAR 图像的多分辨序列

设有一个复值 SAR 图像 $Y, Y_L, Y_{L-1}, \dots, Y_0$ 为 Y 的多分辨序列, 分别表示在不同分辨率下的 SAR 图像, 其中 Y_0 表示最细分辨率下的 SAR 图像, 一般设 Y_0 等于 Y , Y_L 表示最粗分辨率下的 SAR 图像, 任意两个相邻尺度 SAR 图像之间分辨率按 2 倍数变化。也就是说, 设最细分辨率 SAR 图像 Y_0 的分辨率为 $\delta \times \delta$ 且含有 $N \times N$ 个像素 ($N=2^L, L$ 为正整数), 那么每一个粗尺度 SAR 图像 Y_L 的分辨率就为 $2^L \delta \times 2^L \delta$ 且有 $2^L N \times 2^L N$ 个像素点, 其中每一个像素点 $Y_L(m, n)$ 按下列公式获得:

$$Y_L(m, n) = \sum_{i=2^m-1}^{2^m} \sum_{j=2^n-1}^{2^n} Y_{L-1}(i, j) \quad (10)$$

即 SAR 图像 Y_L 中的每一个像素 $Y_L(m, n)$ 都是图像 Y_{L-1} 中的四个‘子’像素点的和。多分辨序列 $Y_L, Y_{L-1}, \dots, Y_0$ 之所以这样构造, 其原因来源于 SAR 图像形成的机理, 也就是图像中的每一个像素值都是分辨单元内地表物体反射回波的和, 因此由式 (10) 就可以得到粗分辨率上的 SAR 图像。考虑到复值图像中相位的变化, 直接利用 SAR 图像值并不能对其有效地建模, 而对像素值取对数却能较好地表现出 SAR 图像的统计性质。于是, 对原图像值作如下对数变换:

$$X_L(m, n) = 20 \log(|Y_L(m, n)|) \quad (11)$$

这样, 每一个像素都与其相邻的较细尺度的 4 个‘子’像素点、较粗分辨率的一个‘父’像素点相对应, 自然就形成一个四叉树。而且树上的每一个节点 s 都对应一个有序数组 (l, m, n) , 其中 l 表示节点所处的尺度, (m, n) 表示像素所处的位置。作为例子, 图 1 给出一个三分辨率的 SAR 图像四叉树。为了方便, 节点 s 处的像素值记为 $X(s)$, 所处的尺度记为 $m(s)$ 。 $s_{\bar{y}}$ 为 s 的父节点, $s_{a_i} (i=1, \dots, q)$ 表示 s 的子节点, 如图 1 所示。

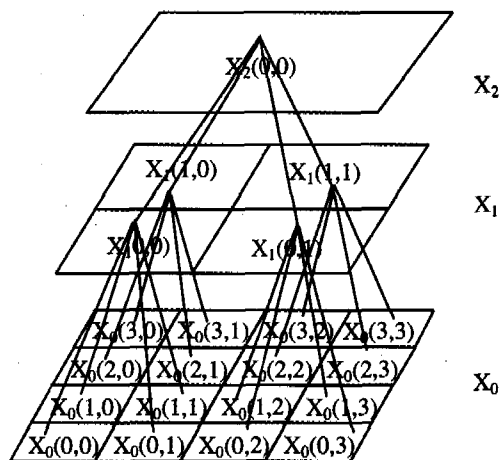


图1 具有3个分辨率序列的SAR图像在四叉树上投影

2.2 SAR图像的广义多分辨似然比的表达式

为了融合SAR图像中目标与背景在不同分辨率上的差异,减少SAR图像中相干斑噪声的影响,对不同分辨率上的SAR图像的预报图像进行建模,即用每个分辨率上的预报图像作为特征量,预报方法如下:

$$x_l^*(s_l) = a_{l,1}x_{l+1}(s_{l+1}) + a_{l,2}x_{l+2}(s_{l+2}) + \dots + a_{l,p_l}x_{l+p_l}(s_{l+p_l}) + b_l \quad (12)$$

这里 $l+i$ 表示SAR图像的 $l+i$ 分辨率, $x_{l+i}(s_{l+i})$ ($i=1, \dots, R$) 表示第 $l+i$ 分辨率上的像素 s_{l+i} 的像素值; $x_l^*(s_l)$ 表示由粗分辨率上像素 $x_{(l+i)w}(s_{l+i})$ ($i=1, \dots, R$) 预报得到的预报像素。(12)式中的回归系数由如下的最小二乘(LS)估计得到:

$$a_l = \arg \min_{a_l} \left\{ \sum_{(s_l | i=l, \dots, l+p_l)} [x_l(s_l) - a_{l,1}x_{l+1}(s_{l+1}) - \dots - a_{l,p_l}x_{l+p_l}(s_{l+p_l}) - b_l]^2 \right\} \quad (13)$$

其中回归阶数随着尺度 $l \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 而变化,由函数定义如下:

$$p_l = \begin{cases} L-l & \text{if } L-R+1 \leq l < L \\ R & \text{if } 0 \leq l < L-R+1 \end{cases} \quad (14)$$

这样定义保证最大限度的回归(最大回归阶数为 R)。则SAR图像的广义多分辨似然比为

$$l = \log \frac{p(x_{0w}^* | H_1) p(x_{1w}^* | H_1) \dots p(x_{(L-2)w}^* | H_1) p(x_{(L-1)w}^* | H_1)}{p(x_{0w}^* | H_0) p(x_{1w}^* | H_0) \dots p(x_{(L-2)w}^* | H_0) p(x_{(L-1)w}^* | H_0)} \quad (15)$$

即

$$l = \sum_{(s_l | s_l \in hw, l=0, \dots, L-1)} \log [p(x_{0w}^*(s_0) | H_1) \dots p(x_{hw}^*(s_l) | H_1) \dots p(x_{(L-1)w}^*(s_{L-1}) | H_1)] - \sum_{(s_l | s_l \in hw, l=0, \dots, L-1)} \log [p(x_{0w}^*(s_0) | H_0) \dots p(x_{hw}^*(s_l) | H_0) \dots p(x_{(L-1)w}^*(s_{L-1}) | H_0)] \quad (16)$$

这里 H_1 (H_0) 表示感兴趣的背景(人造目标)服从的密度函数的参数; x_{hw}^* 表示SAR图像的 l 分辨率上窗口 w 内的预报图像, $x_{hw}(s_l)$ 表示 l 分辨率上的窗口 w 内的像素 s_l 的像素值; $p(x_{hw}^*(s_l) | H_i)$ 是 $x_{hw}^*(s_l)$ ($l=0, 1, \dots, L-1; i=0, 1$) 的分布密度函数。

2.3 SAR图像的广义多分辨似然比原假设和备择假设的参数估计

为了依次估计(21)式中每组分布密度函数 $p(x_l^* | H_1)$, p

($x_l^* | H_0$) ($l=0, 1, \dots, L-1$) 中的参数,给出利用MMARP模型式(17)估计参数的方法:

$$\Phi(x_l^*(s) | \theta^1, \dots, \theta^G) = \sum_{g=1}^G p_g \varphi_g(x_l^*(s) | \theta^g) \quad (17)$$

这里 $x_l^*(s)$ 为输入的预报图像,由式(12)、(13)估计得到。不以 l 分辨率上原图像作为输入是为了减少噪声的影响。 $\varphi_g(x_l^*(s) | \theta^g)$ 等价于SAR图像广义多分辨似然比(15)式中的 $p(x_l^* | H_i)$ ($i=0, 1$); p_g ($g=1, \dots, G$) 表示尺度 l 上的混合权; $0 \leq p_g \leq 1$ 且对 $\forall s$ 有 $\sum_{g=1}^G p_g = 1$; $\{\varphi_g(\cdot | \theta^g)\}$ 是由 G 个密度函数组成的集合, θ^g 表示密度函数的参数集; G 是分量个数。

考虑 $\varphi_g(\cdot | \theta^g)$ 是正态概率密度函数。参数由EM算法易估计得到^[7],并且EM算法的最终迭代由如下4个式子给出:

$$w_g^{(k)} = \frac{p_g^{(k)} \varphi_g(x_l^*(s))}{\sum_{(s | l(s)=l)} p_g^{(k)} \varphi_g(x_l^*(s))} \quad (18)$$

$$p_g^{(k+1)} = \frac{1}{N^2} \sum_{(s | l(s)=l)} w_g^{(k)} \quad (19)$$

$$w_g^{(k+1)} = \frac{\sum_{(s | l(s)=l)} w_g^{(k)} x_l^*(s)}{\sum_{(s | l(s)=l)} w_g^{(k)}} \quad (20)$$

$$[\sigma_g^2]^{(k+1)} = \frac{\sum_{(s | l(s)=l)} w_g^{(k)} [x_l^*(s) - w_g^{(k+1)}]^2}{\sum_{(s | l(s)=l)} w_g^{(k)}} \quad (21)$$

每个 l ($l=0, 1, \dots, L-1$) 分辨率上建立的MMARP模型能估计出GMLR中 $p(x_{hw}^* | H_1)$, $p(x_{hw}^* | H_0)$ 的参数,这样建立 L 个分量个数 $G=2$ 的MMARP模型就估计出所有参数。算法的收敛性由EM算法的收敛性保证。

以上考虑的是对两类目标(两个假设 H_0, H_1) 的分割,只是为了较清晰地叙述所提出的分割方法。事实上,类似传统的似然比检验方法,所提出的方法可推广到对多类目标(多个假设)的分割^[6],推广的不同点在于该方法对参数的估计是无监督的。

3 基于广义多分辨似然比检验的SAR图像无监督分割步骤和实验结果分析

3.1 基于广义多分辨似然比检验的SAR图像无监督分割步骤

基于广义多分辨似然比检验的SAR图像无监督分割方法由以下几步给出,其流程如图2。

(1)由式(10)、(11)产生SAR图像的多分辨率序列 $X_0, X_1, \dots, X_l, \dots, X_L$;

(2)建立 $L-1$ 分辨率预报图像 X_{L-1}^* 的MMARP模型,进行参数估计;

(3)将(2)参数估计结果作为 $L-2$ 分辨率预报图像 X_{L-2}^* 上MMARP模型参数估计的初始值,如此一直到在1分辨率 X_1^* 上建立的MMARP模型的参数估计作为最细分辨率图像 X_0^* 上MMARP模型参数估计的初始值,估计出所有分辨率上MMARP模型的参数;

(4)由式(16)开窗计算广义多分辨似然比 l ;

(5)检测广义多分辨似然比 l 的直方图,确定阈值 η ;

(6)由阈值 η 对原始图像进行分割。

3.2 实验结果及分析

对所提的方法,建立 $L=4$ 的四叉树,尽管(12)式中的回归阶数能由AR模型的定阶准则来选择,这里选择AR模型的最大回归阶数为 $R=3$,因为这样,建模精度和计算复杂度

会达到一个好的权衡。将这些方法应用到两幅具有代表性的复值 SAR 图像(图 3(a)和图 4(a)),图 3 草地环绕着的森林,它们均值间差异较小。图 4 是行进中的一辆坦克,背景和坦克均值间差异较大,实验对具有代表性的 MGA 模型分割方法,MPM 无监督分割方法和所提的方法作了比较,其中本文方法给出了开窗大小分别为 9×9 (图 d1)和 17×17 (图 d2)的分割结果。在图 3 中,由于目标与背景均值间差异较小,MPM 无监督分割和 MGA(MGA 模型的参数由文[1]中的方

法来确定)模型把许多森林像素错分为草地像素,分割边界是不精确的,且 MPM 无监督分割对斑点噪声敏感,所定义的广义多分辨似然比能在多个分辨率上增大目标间的差异,该方法同时考虑了被分像素与周围像素间的 Markov 性,对斑点噪声不敏感,能给出较精确的分割结果;在图 4 中,MPM 分割方法又体现出对斑点噪声的敏感性,MGA 模型不能比较精确地将坦克的轮廓分出来,所提出的方法能较精确地将坦克的轮廓分出来,对相干斑噪声不敏感,边缘也比较光滑。

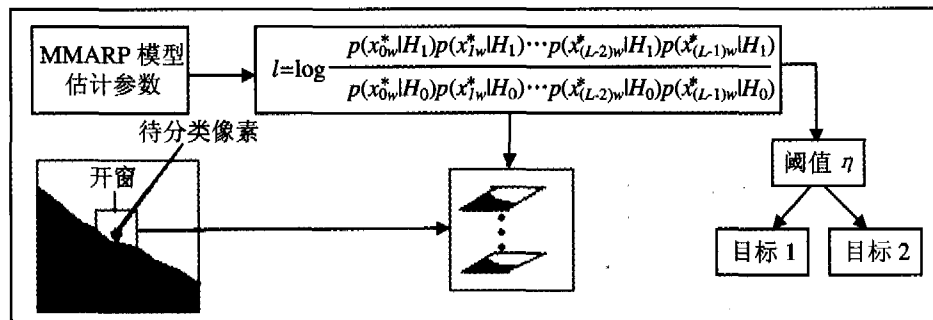
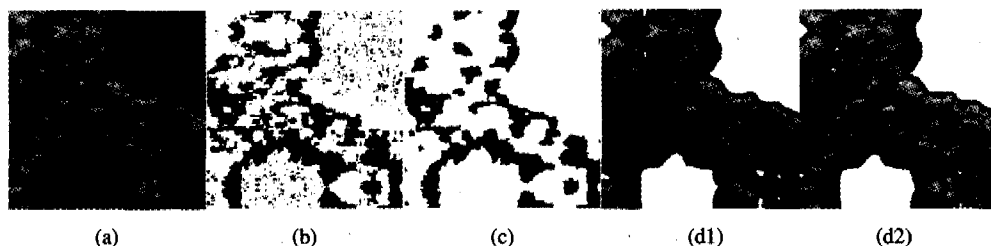
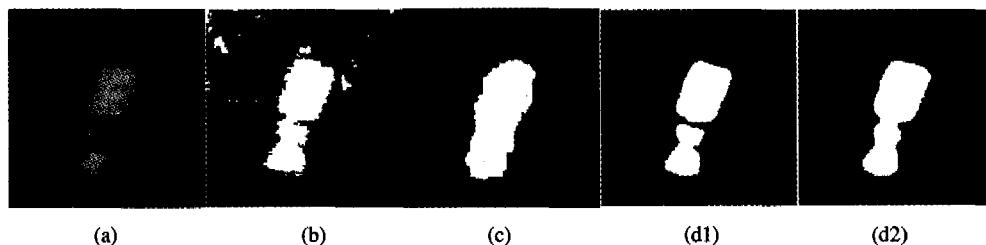


图 2 基于广义多分辨似然比检验的 SAR 图像像素无监督分类流程图



(a)原始图像;(b)MPM 无监督分割结果;(c)MGA 模型分割结果;(d)所提出的方法分割结果。

图 3 SAR 图像分割结果



(a)原始图像;(b)MPM 无监督分割结果;(c)MGA 模型分割结果;(d1,d2)所提出的分割结果。

图 4 SAR 图像分割结果

结论 提出了广义多分辨似然比,给出了其 Bayes 准则下的假设检验和判别准则。将广义多分辨似然比假设检验和判别准则应用于 SAR 图像无监督分割,给出一种无监督的 SAR 图像分割方法。这种方法不仅能将 SAR 图像中同类目标在不同分辨率上的差异融合在一起,从而增强了不同目标间的区分度,而且考虑了被分像素点与周围像素点之间的 Markov 性,同时利用了自回归模型的统计特征,一定程度上克服了一些通常分割方法中存在的缺点和不足:比如将均值差别比较小的不同目标精确分割开来比较困难、对噪声敏感导致分割结果不够精确、边缘不够光滑等问题。事实上,这种方法可以应用到其它类型的图像,信号检测等,本文仅仅考虑了不同分辨率上预报图像的灰度特征,当然也能考虑图像的其他多个特征。进一步研究所定义的广义多分辨似然比的理论和应用是正在进行的工作。

参考文献

- 1 Comer M L, Delp E J. Segmentation of textured images using a multiresolution gaussian autoregressive model [J]. IEEE Trans Image Processing, 1999, 8 (3):408~420
- 2 Fosgate H, Krim H, et al. Multiscale segmentation and anomaly enhancement of SAR imagery [J]. IEEE Trans Image Processing, 1997, 6(1):7~20
- 3 Andrew K, Krim H. Hierarchical stochastic modeling of SAR imagery for segmentation/compression [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1999, 47(2):458~468
- 4 Wen Xian-Bin, Tian Zheng. Mixture multiscale autoregressive modelling of SAR imagery for segmentation [J]. Electronics Letters, 2003, 39 (17):1272~1274
- 5 Marroquin J, Mitter S K, Poggio T. Probabilistic solution of ill-posed problems in computational vision [J]. J Amer Stat Assoc, 1987, 82 (3):76~89
- 6 Van Tree H L. Detection, estimation, and modulation theory [M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2003
- 7 Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data [J]. Journal of the Royal Statistical Society, 1977, 39(1):1~38