

# 量子进程

刘吉

(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 计算机科学与技术系 南京 210093)

**摘要** 由量子力学原理,酉变换和测量算子可以完成量子计算中的所有操作,但仅用酉变换和测量算子的序列并不能清楚地描述量子世界的并发与通信,因此本文提出了量子进程的概念,讨论量子进程通信的几种可能方式,并基于CCS建立了两个量子进程的一种互模拟关系,用以刻画传递量子进程的并发与通信。

**关键词** 量子通信,量子进程,进程演算,互模拟

## Quantum Process

LIU Ji

(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Department of Computer Science and Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

**Abstract** Unitary transformation and measurement operator can finish all operations in quantum computation, according to the quantum mechanics principle. But, concurrency and communication of quantum world can't be described in detail, just using the sequence of unitary transformation and measurement operator. So, this paper presents the conception of quantum process, discusses some possible methods of quantum process communication, and builds up a mutual simulation relation of two quantum processes based on CCS, so as to describe concurrency and communication of transferring quantum process.

**Keywords** Quantum communication, Quantum process, Process calculus, Mutual simulation

### 1 量子进程研究的必要性

#### 1.1 量子计算机

Knill<sup>[2]</sup>提出混成量子计算机模型。他认为,量子计算机将分为两个部分-经典部分和量子部分,操作人员工作于经典部分,根据需要在经典部分运行的过程中将一部分数据输入到量子存储器中,执行指定的量子酉变换,最后将测量结果输出到经典部分。而量子部分由量子存储器与初始化装置、酉变换装置和测量装置组成,如图1所示。

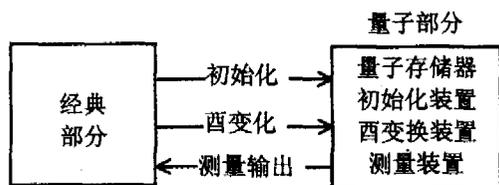


图1 混成量子计算机的构成

量子计算机每次运行时,在开始总要对量子位进行初始化,施以一系列酉变换,最后对其测量,以得到结果,对量子部分的使用是串行的。因此,一方面,在进行大量任务时,不得不让这些任务逐项执行,量子计算部分在速度上的优势未能得到充分发挥;另一方面,对于多次输入,特别是根据输出结果进行输入的交互操作情形,尽管由于可以将其化为表示条件选择的酉变换,将多次输入输出化为一次,但是这将大大增加酉矩阵的维数,并且不利于程序人员理解该输入输出过程。因此,量子部分能否像经典计算机一样,让同时有多个程序在其中运行,或者多个进程共同完成某项任务,以及实现运行时的人机交互,成为必须要考虑的问题。

量子计算机能为我们所用,只要和我们打交道的输入输出部分是经典的就可以了,这样一种量子计算机模型完全可以想象得出,因此图1中经典部分在未来的量子计算机中可以完全不包括CPU,如图2所示。

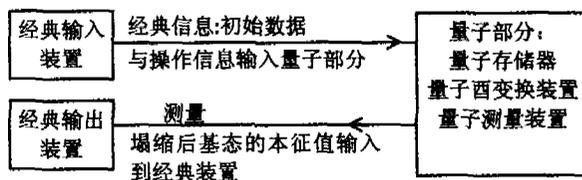


图2 未来量子计算机

#### 1.2 现实物理世界

Michael A. Nielsen 和 Isaac L. Chuang 提醒我们用计算的观点看物理,我们现实世界中的量子系统并不像实验室中的那样孤立,充满着并发和通信,对量子进程的研究也许能帮助物理学家们更好地理解量子世界的运行。

### 2 量子进程和经典进程的联系与区别

#### 2.1 经典进程

经典程序的一次执行过程称为经典进程,进程代数中经典进程为经典操作的序列。并且进程代数使用通信,而非共享存储,作为进程间通信的基本手段。其核心思想是将并发性归结为非确定性<sup>[5]</sup>。进程和进程之间有并发关系和选择关系。对进程的操作还有取进程的子进程,对进程的动作换名。

#### 2.2 量子进程

对应于经典进程,量子进程定义为量子程序的执行过程,在进程代数中表示为量子操作的序列。

2.2.1 量子力学原理

量子力学原理的数学框架可表征为下述4大公设<sup>[1]</sup>:

① 任一孤立物理系统都对应于一个称为状态空间的复内积向量空间,系统状态完全由该空间的某个单位向量所描述;

② 封闭量子系统的演化可以由酉变换来刻画,即系统在时刻  $t_1$  的状态  $|\phi\rangle$  和系统在时刻  $t_2$  的状态  $|\phi'\rangle$ ,可以通过一个仅依赖于时刻  $t_1$  和  $t_2$  的酉算子  $U$  相联系:  $|\phi'\rangle = U|\phi\rangle$ ;

③ 量子测量由一组测量算子  $(M_m)$  描述,这些算子作用在被测系统状态空间上,指标  $m$  对应实验中可能的测量结果。若测量前,量子系统的最后状态是  $|\phi\rangle$ ,则  $m$  对应的结果发生的概率为  $p(m) = \langle \phi | M_m^\dagger M_m | \phi \rangle$ ,且测量后的系统状态为  $\frac{M_m |\phi\rangle}{\sqrt{\langle \phi | M_m^\dagger M_m | \phi \rangle}}$ ,测量算子满足完备性方程  $\sum_m M_m^\dagger M_m = 1$ ;

④ 复合物理系统的状态空间是成分物理系统状态空间的张量积。

2.2.2 量子信息

由量子力学第一公设,量子信息可表示为一个向量  $a|0\rangle$

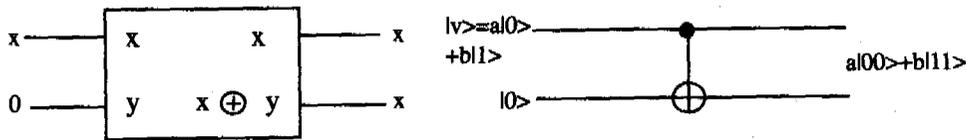


图3 经典线路

在经典线路中,我们用经典受控非门可以完成复制未知量子位信息(图3左)。但在量子线路中,若用同样的方式复制  $|v\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ ,那么我们得到的将是一个纠缠态  $a|00\rangle + b|11\rangle$ 。下面严格证明未知量子信息不可克隆。

证明:假设我们用一个  $U$  算子来实现克隆任意一个  $|v\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ ,那么我们必然能够克隆其中的任意两个状态,假设为  $|w\rangle, |x\rangle$ ,那么我们必然有

$$U|w0\rangle = |ww\rangle$$

$$U|x0\rangle = |xx\rangle$$

我们对上面两式取内积  $\langle U|w0\rangle, U|x0\rangle \rangle = (\langle w|x\rangle)^2$

$$\text{即得} \langle w|x\rangle = (\langle w|x\rangle)^2$$

而此式仅当  $|w\rangle$  和  $|x\rangle$  相等或者正交时才能成立。

而由命题,  $|w\rangle, |x\rangle$  必须任意,故矛盾。

因此命题得证。

证毕。

上述证明了使用一个辅助量子位不可复制一个未知量子位。此证明易扩展到使用任意辅助量子位,复制任意有限个量子位上。

2.2.4 量子进程的动作

(1) 量子进程间的通信

在量子进程中,由于不可克隆原理,如同传输经典数据一样完成量子数据的通信是不可能的。

这时有两种方式:

① 量子数据只用以表示经典数据,即规定  $(|0\rangle, |1\rangle)$  表示经典信息的 0,1,完成经典通信;

② 采用其它方式完成量子进程间的通信。

分析如下:

第一种方式大大削弱了量子信息的表达能力,但此种信息传输方式也是必须的,用以经典世界干预下的通信,通过测量实现;

$+b|1\rangle$ ,其中  $a, b$  可为任意归一化的复数,称为基态  $|0\rangle$  与  $|1\rangle$  的相应概率幅(为了便于讨论,本征态规定为两个)。由于酉算子与测量算子均为线性算子,对一个叠加态  $a|0\rangle + b|1\rangle$  操作,即对两个基态  $|0\rangle$  与  $|1\rangle$  同时操作,此即为量子并行性。并且为便于讨论,本文中测量只涉及标准投影测量(即以  $\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$  为测量算子的测量)。由第四公设,量子信息之间可能存在纠缠,  $n$  位量子数据的状态不总可分解为  $n$  个量子位状态的张量积(如  $a|00\rangle + b|11\rangle$  不能分解为两个单量子位状态的张量积),因此在量子计算中两个量子数据共同经过某个变换之后的状态不一定可以单独描述。

2.2.3 量子操作

由量子力学第二、三公设,量子操作即酉变换与测量的序列,考虑第四公设,量子操作间还可能通过张量积组合。

不可克隆原理:

与经典信息的可任意复制不同,未知量子信息满足不可克隆原理。

第二种方式则必须绕过不可克隆原理,用设计特殊酉变换,使之能够完成任意量子进程间的通信。

下面仅考虑一个量子位时的情形,多位量子寄存器可类似考虑。

① 与经典世界的通信

经典世界对其输入:由经典世界对量子位输入使其成为  $a|0\rangle + b|1\rangle$ ;由于是对任意量子位输入,不能确定量子位的初始状态,因此首先对所要求输入的量子位进行清零(可通过测量与翻转实现),然后施以酉变换(矩阵表示为  $\begin{bmatrix} a & b^* \\ b & -a^* \end{bmatrix}$ )。

即先测量,若测量结果为  $a$ ,变换为  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b^* \\ b & -a^* \end{bmatrix}$ 。

对经典世界输出:即先测量再输出,由于是随机塌缩,对量子位  $a|0\rangle + b|1\rangle$  ( $a, b$  均不为零时)的测量结果或为  $|0\rangle$  或为  $|1\rangle$ ,不能预先确定。

② 量子世界间的通信

可采取以下3种手段:

(1) 交换量子位,如图4。

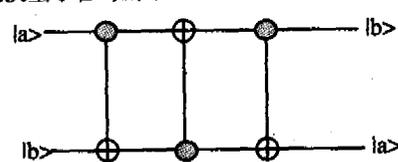


图4 交换量子位

$|a, b\rangle$  经过三个 CNOT 门的变换过程如下:

$$|a, b\rangle \rightarrow |a, a \oplus b\rangle \rightarrow |a \oplus (a \oplus b), a \oplus b\rangle = |b, a \oplus b\rangle \rightarrow |b, (a \oplus b) \oplus b\rangle \rightarrow |b, a\rangle$$

$$(a \oplus b) \oplus b \rightarrow |b, a\rangle$$

(2) 量子信息共享,通过纠缠实现。

即通过一个 CNOT 门,将  $a|0\rangle + b|1\rangle$  与  $|0\rangle$  转换为  $a|00\rangle$

+b|11⟩。

(3)量子隐形传态(Teleportation)。

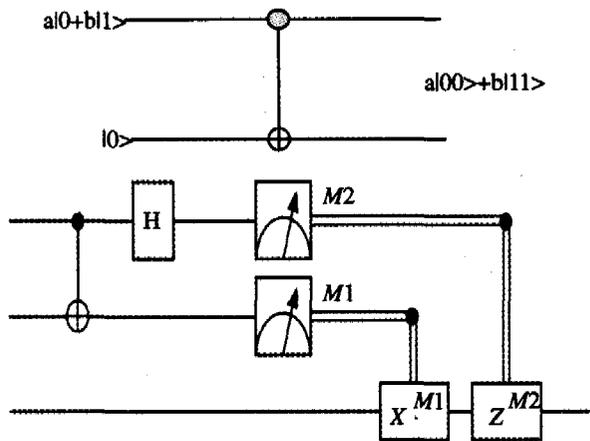


图 5

其思想如下:3个量子位,后两位处于纠缠态  $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$ ;

第一位状态未知,表示为  $a|0\rangle + b|1\rangle$ ;通过一系列酉变换与测量后用第三位储存原第一位的状态  $a|0\rangle + b|1\rangle$ 。

这3种方式各有利弊,交换量子位可以完成量子数据的交换,但交换后原量子数据被改变为另一个量子位的状态,不利于以后的操作,但可修改如下:取一个辅助位  $c$ ,置为  $|0\rangle$ ,若须将寄存器  $a$  中值  $v = |a\rangle$  输给寄存器  $b$ ,先将  $a, c$  中值交换,再将  $c, b$  中值交换,这样,输出后  $a$  中值始终为  $|0\rangle$ ,便于以后对寄存器  $a$  的操作,用完之后将  $c$  中值清零即可;量子信息共享方式,一旦其中一个发生测量,整体均会塌缩,因此这种方式对测量操作须特别考虑,并且由于纠缠,通过此操作后,两个进程彼此不独立,不便于以后的动作;量子隐形传态的方式适合远距离传输,但须通过测量后的信息判断之后选择何酉变换,当然也可将测量到的基态与第三位施以一个整个酉变换,其矩阵如下:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

可看出由于多了一位辅助位并且中间过程须测量,变得较为复杂。

由上述分析,本文中修改后的第(1)种方式实现量子世界中的通信。

(2)非通信动作

非通信动作包括自身的酉变换与测量。

综上所述,量子进程的动作分为4类:

- ① 量子进程间无经典世界干预的通信;
- ② 量子进程间有经典世界干预的通信;
- ③ 进程内部通信动作,相应分为有、无经典世界干预两种;
- ④ 进程自身的信息酉变换与塌缩,酉变换、测量算子的张量积也是量子自身的操作。

2.2.5 量子进程之间的关系

根据上文对输入输出动作的考虑,进程内部动作可以表现为输出量子寄存器、辅助量子寄存器与接受输入的量子寄存器共同经历的酉变换与测量,分为下述四种情况(仅考虑一个量子位,动作顺序从左到右,与 CCS 同):

- ① 不需测量的内部动作(下文记为  $\tau^\circ$ ):  $(Cnot \otimes I), (I \otimes Cnot)$
- ② 测量输出(下文记为  $l^*$ ),测量输入(下文记为  $\bar{l}^*$ ):  $M1, (Cnot \otimes I), M2, (I \otimes Cnot)$
- ③ 非测量输出(下文记为  $l$ ),测量输入(下文记为  $\bar{l}^*$ ):  $(Cnot \otimes I), M2, (I \otimes Cnot)$
- ④ 测量输出(下文记为  $l^*$ ),非测量输入(下文记为  $\bar{l}$ ):  $M1, (Cnot \otimes I), (I \otimes Cnot)$

量子进程的并发

CCS 中经典进程的并发归结为非确定性,量子进程亦然,但须考虑上述四种情况,规则如下:

- ① 不需测量的内部动作:  $Com_3 \frac{E \xrightarrow{l} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}} F'}{E|F \xrightarrow{\tau^\circ} E'|F'}$ ;
- ② 测量输出,测量输入:  $Com_4 \frac{E \xrightarrow{l^*} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}^*} F'}{E|F \xrightarrow{\tau^*} E'|F'}$
- ③ 非测量输出,测量输入  $Com_5 \frac{E \xrightarrow{l} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}^*} F'}{E|F \xrightarrow{\tau^*} E'|F'}$
- ④ 测量输出(下文记为  $l^*$ ),非测量输入  $Com_6 \frac{E \xrightarrow{l^*} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}} F'}{E|F \xrightarrow{\tau^*} E'|F'}$

并发的一条规则可描述如下:

$$Com_7 \frac{E \xrightarrow{u_1} E' \quad F \xrightarrow{u_2} F'}{E|F \xrightarrow{u_1 \otimes u_2} E'|F'}$$

3 量子进程的形式化

3.1 定义

定义标记集合  $A: a, b, c, \dots$ ,

$\bar{A}: \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \dots$ ,

规定  $\bar{\bar{a}} = a$ ,

不需测量的输入输出集合定义为  $L_U = A \cup \bar{A}$ ,我们用  $l$  表示  $L_U$  中元素;

另一个标记集合  $B: a^*, b^*, c^*, \dots$ ,

$\bar{B}: \bar{a}^*, \bar{b}^*, \bar{c}^*, \dots$ ,

经过测量的输入输出集合定义为  $L_M = B \cup \bar{B}$ ,我们用  $l^*$  表示  $L_M$  中元素。

内部可逆通信动作  $\tau^\circ$ ,内部不可逆通信动作  $\tau^*$ ,

自身动作集合  $In$  记为:  $u_1, u_2, u_3, \dots, m_1, m_2, m_3, \dots$ ,

若  $a_1 \in In, a_2 \in In$ ,则  $a_1 \otimes a_2 \in In$ 。

其中以  $u$  开头的表示酉变换,记为集合  $Inu = \{u_1, u_2, u_3, \dots\}$ ;

以  $m$  开头的表示测量,记为集合  $Inm = \{m_1, m_2, m_3, \dots\}$ ;

所有动作集合  $Act = L_U \cup L_M \cup \{\tau^\circ, \tau^*\} \cup In$ ,

与 CCS 中的习惯一致,用  $\alpha, \beta, \dots$  表示  $Act$  中的元素。

进程表达式的定义和 CCS 中的相同,假定进程表达式集

合为  $\mathcal{E}$  (不含变元的进程表达式集合记为  $\mathcal{S}$ ),  $E, E_i$  已经在  $\mathcal{E}$  中:

- ① 0, 表示空进程
- ②  $\alpha.E$  表示做完  $\alpha$  转换到  $E$  的进程
- ③  $\sum_{i \in I} E_i$ ,  $I$  为指标集, 表示  $E_i$  的非确定选择
- ④  $E_1 | E_2$  表示  $E_1$  与  $E_2$  的并发
- ⑤  $E \setminus L, L \subseteq L_U \cup L_M$  表示对  $E$  限制(使  $L$  中元素不出现)所得进程

⑥  $E[f]$ ,  $f$  为换名函数 表示将  $E$  中动作换名(对应规则由  $f$  表示)之后得到的进程

### 3.2 规则

$$\text{Act} \frac{}{\alpha.E \xrightarrow{\alpha} E}$$

表示进程  $\alpha.E$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E$

$$\text{Sum}_j \frac{E_j \xrightarrow{\alpha} E_j'}{\sum_{i \in I} E_i \xrightarrow{\alpha} E_j'} \quad (j \in I)$$

表示若进程  $E_j$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E_j'$ , 则进程  $\sum_{i \in I} E_i$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E_j'$

$$\text{Com}_1 \frac{E \xrightarrow{\alpha} E'}{E | F \xrightarrow{\alpha} E' | F}$$

表示若进程  $E$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E'$ , 则进程  $E | F$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E' | F$

$$\text{Com}_2 \frac{F \xrightarrow{\alpha} F'}{E | F \xrightarrow{\alpha} E | F'}$$

表示若进程  $F$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $F'$ , 则进程  $E | F$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E | F'$

$$\text{Res} \frac{E \xrightarrow{\alpha} E'}{E \setminus L \xrightarrow{\alpha} E' \setminus L} \quad (\alpha, \bar{\alpha} \notin L)$$

表示若进程  $E$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E'$ , 并且  $\alpha, \bar{\alpha}$  非  $L$  中元素, 那么进程  $E \setminus L$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E' | F$

$$\text{Rel} \frac{E \xrightarrow{\alpha} E'}{E[f] \xrightarrow{f(\alpha)} E'[f]}$$

表示若进程  $E$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $E'$ , 则进程  $E[f]$  做完动作  $f(\alpha)$  转换为进程  $E'[f]$

$$\text{Con} \frac{P \xrightarrow{\alpha} P'}{A \xrightarrow{\alpha} P'} \quad (A \triangle P)$$

表示若进程  $P$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $P'$ , 则进程  $A$  做完动作  $\alpha$  转换为进程  $P'$

以下规则考虑通信的几种情况:

$$\text{Com}_3 \frac{E \xrightarrow{l} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}} F'}{E | F \xrightarrow{\tau} E' | F'}$$

表示若进程  $E$  做完动作  $l$  转换为进程  $E'$ ,  $F$  做完动作  $\bar{l}$  转换为进程  $F'$ , 则  $E | F$  做完内部动作  $\tau$  转换为进程  $E' | F'$ , 表示完成一次进程间不需测量的通信

$$\text{Com}_4 \frac{E \xrightarrow{l^*} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}^*} F'}{E | F \xrightarrow{\tau^*} E' | F'}$$

表示若进程  $E$  做完动作  $l^*$  转换为进程  $E'$ ,  $F$  做完动作  $\bar{l}^*$  转换为进程  $F'$ , 则  $E | F$  做完内部动作  $\tau^*$  转换为进程  $E' | F'$ , 表示完成一次需测量输出及测量输入的通信

$$\text{Com}_5 \frac{E \xrightarrow{l} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}^*} F'}{E | F \xrightarrow{\tau^*} E' | F'}$$

表示若进程  $E$  做完动作  $l$  转换为进程  $E'$ ,  $F$  做完动作  $\bar{l}^*$  转换为进程  $F'$ , 则  $E | F$  做完内部动作  $\tau^*$  转换为进程  $E' | F'$ , 表示完成一次仅需测量输入的通信

$$\text{Com}_6 \frac{E \xrightarrow{l^*} E' \quad F \xrightarrow{\bar{l}} F'}{E | F \xrightarrow{\tau} E' | F'}$$

表示若进程  $E$  做完动作  $l^*$  转换为进程  $E'$ ,  $F$  做完动作  $\bar{l}$  转换为进程  $F'$ , 则  $E | F$  做完内部动作  $\tau$  转换为进程  $E' | F'$ , 表示完成一次仅需测量输出的通信

$$\text{Com}_7 \frac{E \xrightarrow{a_1} E' \quad F \xrightarrow{a_2} F'}{E | F \xrightarrow{a_1 \otimes a_2} E' | F'}$$

表示若进程  $E$  做完动作  $a_1$  转换为进程  $E'$ ,  $F$  做完动作  $a_2$  转换为进程  $F'$ , 则  $E | F$  做完动作  $a_1 \otimes a_2$  转换为进程  $E' | F'$ .

## 4 酉等价性

对于量子进程, 不可逆操作意味着经典世界的干预, 两个进程是否在酉变换下等价成了评定经典世界如何干预的标志。

**定义**  $\text{Act}^*$  定义为  $\text{Act}$  集合中元素的有穷长序列的集合。

**定义** 如果  $t \in \text{Act}^*$ , 那么  $\bar{t}$  是把  $t$  中所有  $\tau^*$  删除后得到的序列。

**定义** 如果  $t \in \text{Act}^*$ , 那么  $\bar{t}$  是把  $t$  中所有  $\text{Inu}$  元素删除后得到的序列。

**定义** 如果  $t \in \text{Act}^*$ , 那么  $\bar{t}$  是把  $t$  中所有  $\tau^*$  和  $\text{Inu}$  元素删除后得到的序列。

**定义** 集合  $\text{Act}_U = \{\tau^*\} \cup \text{Inu}$ ,  $\alpha$  表示  $\text{Act}_U$  中任意元素。  
**结论:** 显然, 删除的顺序无关紧要。

我们有  $t = a_1, \dots, a_n \in \text{Act}^*$ , 那么用  $E \xrightarrow{t} E'$  表示  $E \xrightarrow{a_1} \dots \xrightarrow{a_n} E'$ 。

**定义** 如果  $t = a_1 \dots a_n \in \text{Act}^*$ , 那么  $E \xrightarrow{t} E'$  表示

$$E \xrightarrow{(\overset{\circ}{a_1})} \dots \xrightarrow{a_1} \xrightarrow{(\overset{\circ}{a_2})} \dots \xrightarrow{a_2} \dots \xrightarrow{(\overset{\circ}{a_n})} \dots \xrightarrow{a_n} \xrightarrow{(\overset{\circ}{a_n})} E'$$

**定义** 一个关系  $S \subseteq \mathcal{S} \times \mathcal{S}$  是酉互模拟, 如果任取  $(P, Q) \in S$ , 对所有  $\alpha \in \text{Act}$ , 均有

- ① 若  $P \xrightarrow{\alpha} P'$ , 则存在  $Q', Q \xrightarrow{\alpha} Q'$  并且  $(P', Q') \in S$ ;
- ② 若  $Q \xrightarrow{\alpha} Q'$ , 则存在  $P', P \xrightarrow{\alpha} P'$  并且  $(P', Q') \in S$ 。

**定义**  $P, Q$  酉等价(记为  $P \overset{\circ}{\sim} Q$ ), 当且仅当存在酉互模拟  $S, (P, Q) \in S$ , 这等于:

$$\overset{\circ}{\sim} = \bigcup \{S : S \text{ 是一个酉互模拟}\}$$

**定理**  $\overset{\circ}{\sim}$  是最大的酉互模拟, 并且  $\overset{\circ}{\sim}$  是一个等价关系。

**证明:** 任取  $(P, Q) \in \overset{\circ}{\sim}$ , 存在  $S \subset \overset{\circ}{\sim}, (P, Q) \in S$ , 使得

① 若  $P \xrightarrow{\alpha} P'$ , 则存在  $Q', Q \xrightarrow{\alpha} Q'$  并且  $(P', Q') \in S$ , 即  $(P', Q') \in \overset{\circ}{\sim}$

② 若  $Q \xrightarrow{\alpha} Q'$ , 则存在  $P', P \xrightarrow{\alpha} P'$  并且  $(P', Q') \in S$ , 即  $(P', Q') \in \overset{\circ}{\sim}$

即  $\overset{\circ}{\sim}$  是酉互模拟, 显然  $\overset{\circ}{\sim}$  最大。

又,对于 $\sim$ ,满足

①  $\forall P, (P, P) \in \sim$

② 若  $(P, Q) \in \sim$ , 则  $(Q, P) \in \sim$

③ 若  $(P, Q) \in \sim$ , 并且  $(Q, P) \in \sim$ , 则  $(P, R) \in \sim$

故 $\sim$ 是一个等价关系。

原命题得证。

**结束语** 量子通信的方式和通信的双方在空间上的相对距离有关,在本文中,由于通信双方可在同一个封闭系统中实现通信,故选择用辅助量子寄存器交换量子信息的方式为优。

量子进程和经典进程的主要不同点在于量子进程须考虑测量和酉变换的区别,在规则上体现为不同的内部通信动作和不同的输入输出动作,以及它们之间的关系。酉互模拟则

定义出两个进程是否仅通过酉变换达到一致,反映了外部世界和进程间的关系。另外,并发量子进程共同通过某个酉变换后不可被单独酉变换的张量积描述,量子并行和量子并发之间产生联系,这些将在未来的工作中有所体现。

### 参考文献

- 1 Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information. New York, NY, Cambridge University Press, 2000
- 2 Knill E H. Conventions for Quantum Pseudocode: [Technical Report]. LAUR-96-2724. Los Alamos National Laboratory, 1996
- 3 Milner R. Communication and Concurrency. Prentice Hall, 1989
- 4 Altenkirch T, Grattage J. A functional quantum programming language. quant-ph/0409065, November 2004
- 5 张效祥主编. 计算机科学技术百科全书. 第二版. 北京: 清华大学出版社, 2004

(上接第 200 页)

我国银行实地采集的 400 张现行支票中选出 500 例两字符粘连数字,应用本文的多种分割策略针对各种粘连情况进行了分割处理,实验统计结果列于表 2。

表 2 本文分割方法的统计结果

数字串 数目	正确分割率 (%)	错误分割率 (%)	识别率 (%)
简单粘连	93.47	6.53	82.15
多处粘连	89.41	10.59	78.53
总计	92.66	7.34	81.43

从表中可以看出,对 500 个粘连字串的平均正确分割率为 92.66%。其中分割失败的主要原因是由于:(1)一个数字宽度远远小于另一数字宽度,并且其外接矩形完全包含于另一外接矩形内;(2)某些开口数字如 0、8、4 的不规范书写,影响了分析阶段的判断。

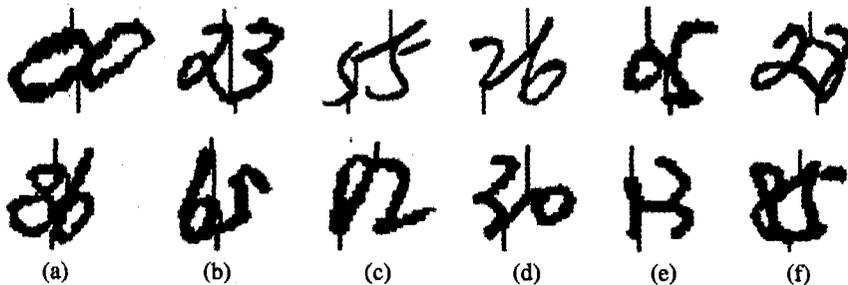


图 7 部分切分结果图

**结论** 虽然手写数字串的切分方法很多,但是字符粘连情况复杂,实际可以应用的字符切分算法并不多。本文在分析了手写数字串发生粘连时的背景区域特征基础上,归纳出字符之间的连接类型,并针对这些连接类型的具体情况选用不同的分割算法。在实践中对于简单粘连和多处粘连的字符都能得到较好的解决。今后的工作应对多字符粘连的分割作进一步研究。

### 参考文献

- 1 赵斌,苏辉,夏绍玮.一种无约束手写体数字串分割方法[J]. 中文信息学报,1998,12(3):21~28
- 2 Li Yun, Naoi S, Cheriet M, et al. A Segmentation Method for Touching Italic Characters. ICPR, 2004(2):594~597
- 3 Chen Y K, Wang J F. Segmentation of single- or multiple-touch-

由于目前没有一种标准的方法来自动评价和测试字符切分算法,本文依据最近邻法的识别结果来对切分效果进行了衡量。所提出的分割方法识别率达到 81.43%,说明了该方法的有效性。

表 3 使用不同渗漏过程的分割结果比较

数字串 数目	渗漏 过程	正确分割率 (%)	错误分割率 (%)	识别率 (%)
173	传统垂直渗漏过程	92.18	7.82	80.64
	本文中点渗漏过程	83.31	16.69	71.87

实验中,在采用本文渗漏过程的同时,与传统渗漏过程进行了比较。表 3 的统计结果表明了在针对某些粘连类型的情况下,采用加窗中点渗漏过程进行处理,其分割效果要好于垂直渗漏过程,识别率也得到了提高。

图 7 给出了部分切分结果。

- ing handwritten numeral string using background and foreground analysis. IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell, 2000, 22: 1304~1317
- 4 Arica N, Yarman-Vural F T. Optical Character Recognition for Cursive Handwriting. IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell, 2002, 24:801~813
- 5 Bushofa BMF, Spann M. Segmentation and recognition of Arabic characters by structural classification. Image Vision Comput, 1997, 15:167~179
- 6 Pal U, Belaid A, Choisy C. Touching numeral segmentation using water reservoir concept. Pattern Recognition Letters, 2003, 24:261~272
- 7 Casey R G, Lecolinet E. A Survey of Methods and Strategies in Character Segmentation. IEEE Trans Pattern Analysis Machine Intelligence, 1996(7):690~706
- 8 Elnagar A, Alhadj R. Segmentation of Connected Handwritten Numeral Strings. Pattern Recognition, 2003, 36(3):625~634