Vague 集及其相似度量*)

邱卫根

(广东工业大学计算机学院　广州 510090)

摘　要　相似度量是 Vague 集研究中的一个重要内容,具有重要的理论和工程实际意义。本文首先讨论了 Vague 集的两种扩张原理,并结合 Vague 集自身的特点及其典型的背景知识,提出了两种 Vague 集的相似度量方法,同时分析了它们的性质。本文的结果对 Vague 的研究和工程应用有一定意义。

关键词　模糊集,Vague 集,相似度量,真假成员度函数

Vague Sets and its Similarity Measures

QIU Wei-Gen

(Compputer Faculty of Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090)

Abstract　The simiarity measute of Vague sets is an important point in research on Vague sets, which plays an important role in Vague Sets theory and application. In this paper, two extension principles for Vague sets are discussed firsty. And combined with itself speciality and background knowledges, a new similarity measure method between Vague values and Vague sets is presented and its properties are also analysed comparing with the other present similarity measure.

Keywords　Fuzzy sets, Vague sets, Smilarity measures, True/false membership function

1　引言

Zadeh 的 Fuzzy 集理论承认渐变的隶属关系,也承认差异的中介过度。模糊集中每个对象都有一个介于 0 和 1 之间的隶属度,这个单值被同时用来表示支持和反对的证据,重新陷入了传统的二值逻辑的范畴。为了弥补这些不足,Gau 和 Buehrer 于 1993 年提出了 Vague 集理论。Vague 集的对象隶属度是[0,1]中的一个子区间,同时包含了成员度值 t_A 和非成员度值 f_A,以此表达一个多值逻辑。

Vague 集提供了一种新的知识表示工具和模糊性处理方式,在学术和工程技术界引起了广泛关注,广泛应用于模糊控制、决策、故障诊断等方面,取得了比较好的效果。本文给出了两种 Vague 集的扩张原理,并着重研究了 Vague 集的相似度量,结合 Vague 集提出的典型背景知识,提出了两种 Vague 集的相似度量方法,同时分析了它们的性质。本文的结果对 Vague 集的研究和工程应用有一定的意义。

2　Vague 集基础

定义 1　设 U 是论域空间, Vague 集 A 用一个真隶属函数 t_A 和一个假隶属函数 f_A 表示,任意 $u\in U$, $t_A(u)\in[0,1]$ 表示 u 对 A 的隶属度下界, $1-f_A(u)\in[0,1]$ 表示 u 对集合 A 隶属度上界, $t_A(u)$ 和 $f_A(u)$ 将论域 U 中元素 u 与 A 的关系表示为 $[t_A(u),1-f_A(u)]\subseteq[0,1]$,其中 $t_A(u)+f_A(u)\leqslant 1$。当 U 为连续空间时, Vague 集 A 可以表示为 $A=\int_{u\in U}[t_A(u),1-f_A(u)]/u$;当 U 为离散空间时, Vague 集 A 则表示为 $\Sigma_{u\in U}[t_A(u),1-f_A(u)]/u$。

Vague 集 A 中,差值 $1-f_A(u)-t_A(u)$ 描述了 u 对于概念 A 的不确定性,表明了我们对 u 的认识的不确定程度。若 $1-f_A(u)=t_A(u)\in[0,1]$,则 Vague 集退化为模糊集;若 $1-f_A(u)=t_A(u)\in\{0,1\}$,则 Vague 集将退化为经典集合。

设 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$ 是有限论域空间, $\forall u\in U$,概念 A 在 u 的 Vague 值被分成三个部分: $t_A(u)$、$f_A(u)$、$1-f_A(u)-t_A(u)$,分别记为 $v_1(u)$、$v_2(u)$、$v_3(u)$,将 A 写成 $n\times 3$ 矩阵 $A=(v_{ij})_{n\times 3}$,或者写成 $A=\sum_{i=1}^{n}(\sum_{j=1}^{3}v_{ij}/v_j)/u_i$。其中 v_{i1}, v_{i2}, v_{i3} 分别表示 $t_A(u_i)$, $f_A(u_i)$, $1-f_A(u_i)-t_A(u_i)$。

例如 $A=[0.2,0.4]/u_1+[0.6,0.8]/u_2+[0.3,0.7]/u_3+[0.5,0.9]/u_4+[0.8,1.0]/u_5$,则写成矩阵:

$$A=\begin{bmatrix}0.2 & 0.6 & 0.2\\ 0.6 & 0.2 & 0.2\\ 0.3 & 0.3 & 0.4\\ 0.5 & 0.1 & 0.4\\ 0.8 & 0.0 & 0.2\end{bmatrix}$$,或记为 $A=(0.2/v_1,0.6/v_2,0.2/v_3)/u_1+(0.6/v_1,0.2/v_2,0.2/v_3)/u_2+(0.3/v_1,0.3/v_2,0.4/v_3)/u_3+(0.5/v_1,0.1/v_2,0.4/v_3)/u_4+(0.8/v_1,0.0/v_2,0.2/v_3)/u_5$。

定义 2　设 $\top_1$ 是一个 t—范数,其相应的余范数记为 $\perp_1$,设 Vague 集 A 和 B 的矩阵形式分别为 $(a_{ij})_{n\times 3}$ 和 $(b_{ij})_{n\times 3}$, A、B 的 Vague 并集 $C=A\bigsqcup B$, Vague 交集 $D=A\bigsqcap B$,它们的矩阵形式分别为 $(c_{ij})_{n\times 3}$ 和 $(d_{ij})_{n\times 3}$,其中

$$c_{i1}=a_{i1}\vee b_{i1},c_{i2}=a_{i2}\top_1 b_{i2},c_{i3}=1-c_{i1}-c_{i2};$$

$$d_{i1}=a_{i1}\perp_1 b_{i1},c_{i2}=a_{i2}\wedge b_{i2},d_{i3}=1-d_{i1}-d_{i2},$$

$\top_1$ 可以是 $\wedge$(取极小算子)或者代数积, $\perp_1$ 可以是 $\vee$(取极大算子)或者代数和。

例 1　假设 Vague 集合 A、B 如下,则可得到 A、B 的 Vague 并集 $C=A\bigsqcup B$ 和 Vague 交集 $D=A\bigsqcap B$。

$$A=\begin{bmatrix}0.2 & 0.6 & 0.2\\ 0.6 & 0.2 & 0.2\\ 0.3 & 0.3 & 0.4\\ 0.5 & 0.1 & 0.4\\ 0.8 & 0.0 & 0.2\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0.3 & 0.5 & 0.2\\ 0.2 & 0.5 & 0.3\\ 0.3 & 0.4 & 0.3\\ 0.8 & 0.1 & 0.1\\ 1.0 & 0.0 & 0.0\end{bmatrix}$$

*)国家自然科学基金(60474072)、广东省自然科学基金(04009465)资助项目。邱卫根　博士,副教授,目前研究兴趣为粗糙集理论与应用、形式概念格模型和数据挖掘。

$$C=\begin{bmatrix}0.3 & 0.5 & 0.2\\0.6 & 0.2 & 0.2\\0.3 & 0.3 & 0.4\\0.8 & 0.1 & 0.1\\1.0 & 0.0 & 0.0\end{bmatrix},D=\begin{bmatrix}0.2 & 0.6 & 0.2\\0.2 & 0.5 & 0.3\\0.3 & 0.4 & 0.3\\0.5 & 0.1 & 0.4\\0.8 & 0.0 & 0.2\end{bmatrix}。$$

定义 3 设 U 是论域空间，记 $V(U)$ 是 U 上 Vague 集全体构成的类，$\tau:U\times U\rightarrow U$，是 U 上的二元运算。则由 U 上运算 τ 可以导出 $V(U)$ 上的算子 $T:V(U)\times V(U)\rightarrow V(U)$，即 $\forall A、B\in V(U)$，$A=\int_{u\in U}[t_A(u),1-f_A(u)]/u$，$B=\int_{u\in U}[t_B(u),1-f_B(u)]/u$，$T(A,B)=C\in V(U)$，$C$ 的隶属函数是 $C=\int_{u\in U}[t_C(u),1-f_C(u)]/u$。其中，$\forall u_k\in U$，

$$t_C(u_k)=\max_{(u_i,u_j)\in\tau^{-1}(u_k)}\{\min(t_A(u_i),t_B(u_j))\},$$

$$f_C(u_k)=\min_{(u_i,u_j)\in\tau^{-1}(u_k)}\{\max(f_A(u_i),f_B(u_j))\}$$

例 2 设 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$ 是有限论域空间，T 是 U 上的加法运算：$u_i+u_j=u_k$，$k=(i+j)\bmod n$，$\forall i,j\in\{1,2,\cdots,n\}$，则 Vague 集 A 和 B 按导出算子 T' 所得到的 C 仍然是一个 Vague 集，记为 $C=A\oplus B$，其真假隶属函数分别是：

$$t_C(u_k)=\max_{k=(i+j)\bmod n}\{\min(t_A(u_i),t_B(u_j))\},$$

$$f_C(u_k)=\min_{k=(i+j)\bmod n}\{\max(f_A(u_i),f_B(u_j))\}$$

定义 4 设 U、V 是经典集合，给定映射 $g:U\rightarrow V$，$\forall u\in U$，$v=T(u)\in V$，则可以诱导一个从 $V(U)$ 到 $V(V)$ 的映射，$G_1:V(U)\rightarrow V(V)$，$\forall A\in V(U)$，$A\mapsto G_1(A)\in V(V)$，以及一个从 $V(V)$ 到 $V(U)$ 的映射，又称逆映射，$G_2:V(V)\rightarrow V(U)$，$\forall B\in V(V)$，$B\mapsto G_2(B)\in V(U)$，其中 $G_1(A)$ 和 $G_2(B)$ 的隶属 Vague 函数分别是：$\forall v\in V(V)$，$u\in V(U)$

$$G_1(v)=[t_{g(A)}(v),1-f_{g(A)}(v)],$$

$$G_2(u)=[t_{g^{-1}(B)}(u),1-f_{g^{-1}(B)}(u)]$$

$$t_{g(A)}(v)=\begin{cases}\max\limits_{u\in g^{-1}(v)}\{t_A(u)\} & g^{-1}(v)\neq\phi\\0 & g^{-1}(v)=\phi\end{cases},$$

$$f_{g(A)}(v)=\begin{cases}\min\limits_{u\in g^{-1}(v)}\{f_A(u)\} & g^{-1}(v)\neq\phi\\0 & g^{-1}(v)=\phi\end{cases}$$

$$t_{g^{-1}(B)}(u)=t_B(g(u)),f_{g^{-1}(B)}(u)=f_B(g(u))$$

例 3 设 $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5\}$，$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$，$T:U\rightarrow V$，$T$ 的定义为：$v_1=T(u_1)=T(u_3)$，$v_2=T(u_2)=T(u_4)$，$v_3=T(u_5)$。假设

$A=[0.4,0.7]/u_1+[0.2,0.5]/u_3+[0.1,0.6]/u_4+[0.7,0.9]/u_5$

$B=[0.3,0.5]/v_1+[0.6,0.8]/v_2+[1.0,1.0]/v_3+[0.8,0.9]/v_4$

则

$A'=T'(A)=[0.4,0.7]/v_1+[0.1,0.6]/v_2+[0.7,0.9]/v_3+[0.0,0.0]/v_4$

$B'=T'^{-1}(B)=[0.3,0.5]/u_1+[0.6,0.8]/u_2+[0.3,0.5]/u_3+[0.6,0.8]/u_4+[1.0,1.0]/u_5$

3 Vague 集相似度量

在 Fuzzy 集理论中，相似度量是衡量两个集合或元素之间相似程度的重要工具，在智能推理系统和数据挖掘系统中应用非常广泛。Vague 集是模糊集合的推广，研究 Vague 集的相似度量具有更重要的意义。

由于 Vague 集理论脱胎于模糊集理论，其典型的模型是投票模型，因此其相似度量公式应该和模糊集密切相关，也应该符合投票实践的常识。设 $x=[t_x,1-f_x]$ 是论域 U 上的 Vague 值，每个 Vague 值 x 由三个量 $(t_x,f_x,1-t_x-f_x)$ 决定。对 Vague 值的相似度量有两种考虑方式，第一种将这三个量看成是独立的量，从模糊相似度量的角度定义相似度量 $MQ(x,y)$：

定义 5 设 $x=[t_x,1-f_x]$，$y=[t_y,1-f_y]$ 是论域 U 上的两个 Vague 值，定义 $M_Q(x,y)$ 为 Vague 值 x、y 之间的相似度量，其中 $\wedge$ 表示取极小运算符，$\vee$ 表示取极大运算符。

$$M_Q(x,y)=\frac{t_x\wedge t_y+f_x\wedge f_y+(1-t_x-f_x)\wedge(1-t_y-f_y)}{t_x\vee t_y+f_x\vee f_y+(1-t_x-f_x)\vee(1-t_y-f_y)}$$

第二种来源于西方政治选举中一部分议会席位是按政党得票率进行再分配。这样，Vague 值 x 的 $1-t_x-f_x$ 部分被看成是不独立的，将 $1-t_x-f_x$ 在 t_x 和 f_x 之间按某种权数分配，类似地得到 Vague 值相似度量 $M_\lambda(x,y)$。

定义 6 设 $x=[t_x,1-f_x]$，$y=[t_y,1-f_y]$ 是论域 U 上的两个 Vague 值，定义 $M_\lambda(x,y)$ 为 Vague 值 x、y 之间的相似度量。

$$M_\lambda(x,y)=\frac{t_\lambda(x)\wedge t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\wedge f_\lambda(y)}{t_\lambda(x)\vee t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\vee f_\lambda(y)}$$

其中，$\wedge$ 表示取极小运算符，$\vee$ 表示取极大运算符，$\lambda\in[0,1]$

$$t_\lambda(x)=t_x+\lambda(1-t_x-f_x),t_\lambda(y)=t_y+\lambda(1-t_y-f_y)$$

$$f_\lambda(x)=f_x+(1-\lambda)(1-t_x-f_x)$$

$$f_\lambda(y)=f_y+(1-\lambda)(1-t_y-f_y)$$

由上面的定义，可以看到 $M_Q(x,y)$ 和 $M_\lambda(x,y)$ 满足下面的性质。

性质 1 $M_Q(x,y)\in[0,1]$，$M_\lambda(x,y)\in[0,1]$。

性质 2 $M_Q(x,y)=M_Q(y,x)$，$M_\lambda(x,y)=M_\lambda(y,x)$。

性质 3 当且仅当下列 6 个条件之一满足，则 $M_Q(x,y)=0$，其中 $\beta\in[0,1]$。

1) $x=[0,1]$，$y=[\beta,\beta]$，2) $x=[\beta,\beta]$，$y=[0,1]$，

3) $x=[0,0]$，$y=[\beta,1]$，4) $x=[0,\beta]$，$y=[1,1]$，

5) $x=[\beta,1]$，$y=[0,0]$，6) $x=[1,1]$，$y=[0,\beta]$。

证明：

$$M_Q(x,y)=0\Leftrightarrow\frac{t_x\wedge t_y+f_x\wedge f_y+(1-t_x-f_x)\wedge(1-t_y-f_y)}{t_x\vee t_y+f_x\vee f_y+(1-t_x-f_x)\vee(1-t_y-f_y)}=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\min(t_x,t_y)=0\\\min(f_x,f_y)=0\\\min(1-t_x-f_x,1-t_y-f_y)=0\end{cases}$$

则可得到以下结果之一：

1) $t_x=0,f_x=0,t_y+f_y=1\Leftrightarrow$
$x=[0,1]$，$y=[\beta,\beta]$，$\beta\in[0,1]$。

2) $t_y=0,f_y=0,t_x+f_x=1\Leftrightarrow$
$x=[\beta,\beta]$，$y=[0,1]$，$\beta\in[0,1]$。

3) $t_x=0,f_y=0,\min\{1-f_x,1-t_y\}=0\Leftrightarrow$
$x=[0,0]$，$y=[\beta,1]$，或者 $x=[0,\beta]$，$y=[1,1]$，$\beta\in[0,1]$。

4) $t_y=0,f_x=0,\min\{1-f_y,1-t_x\}=0\Leftrightarrow$
$x=[\beta,1]$，$y=[0,0]$，或者 $x=[1,1]$，$y=[0,\beta]$，$\beta\in[0,1]$。

性质 4 $M_\lambda(x,y)=0\Leftrightarrow x=[0,0]y=[1,1]$，或者 $x=[1,1]y=[0,0]$。

证明：

$$M_\lambda(x,y)=0\Leftrightarrow\frac{t_\lambda(x)\wedge t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\wedge f_\lambda(y)}{t_\lambda(x)\vee t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\vee f_\lambda(y)}=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_\lambda(x)\wedge t_\lambda(y)=0\\f_\lambda(x)\wedge f_\lambda(y)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_x=0,f_x=1\\t_y=1,f_y=0\end{cases},\text{或者}\begin{cases}t_y=0,f_y=1\\t_x=1,f_x=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=[0,0]\\y=[1,1]\end{cases},\text{或者}\begin{cases}x=[1,1]\\y=[0,0]\end{cases}$$

性质 5 $M_\lambda(x,y)=1\Leftrightarrow(1-\lambda)(t_x-t_y)=\lambda(f_x-f_y)$，$M_Q(x,y)=1\Leftrightarrow x=y$。

证明：

$$M_\lambda(x,y)=1\Leftrightarrow\frac{t_\lambda(x)\wedge t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\wedge f_\lambda(y)}{t_\lambda(x)\vee t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\vee f_\lambda(y)}=1$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_\lambda(x)=t_\lambda(y)\\f_\lambda(x)=f_\lambda(y)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow t_x+\lambda(1-t_x-f_x)=t_y+\lambda(1-t_y-f_y)$$

$$\Leftrightarrow t_x-t_y=\lambda((t_x-t_y)+(f_x-f_y))$$

$$\Leftrightarrow(1-\lambda)(t_x-t_y)=\lambda(f_x-f_y)$$

$$\Leftrightarrow\frac{t_x-t_y}{f_x-f_y}=\frac{\lambda}{1-\lambda}$$

当 $\lambda=0.5$ 时，$M_\lambda(x,y)=1\Leftrightarrow t_x-f_x=t_y-f_y$。

$M_Q(x,y)=1$

$$\Leftrightarrow\frac{t_x\wedge t_y+f_x\wedge f_y+(1-t_x-f_x)\wedge(1-t_y-f_y)}{t_x\vee t_y+f_x\vee f_y+(1-t_x-f_x)\vee(1-t_y-f_y)}=1$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_x=t_y\\f_x=f_y\end{cases}\Leftrightarrow x=y$$

$M_Q(x,y)$ 中，相似度的定义非常严格，只有当各组成分量完全相等时，$M_Q(x,y)=1$。而 $M_\lambda(x,y)$ 的相似度定义却相对宽松，只有[0,0]和[1,1]的相似度为 0。

性质 6 设 $x=[t_x,1-f_x]$，$y=[t_y,1-f_y]$ 是两个 Vague 值，并记 $x'=[f_x,1-t_x]$，$y'=[f_y,1-t_y]$，则 $M_Q(x,y)=M_Q(x',y')$，$M_\lambda(x,y)=M_\lambda(x',y')$。

证明：注意到在 $M_Q(x,y)$、$M_\lambda(x,y)$ 的定义公式中，关于 t_x、f_x、t_y、f_y 的地位完全是对称的，以至关于 $t_\lambda(x)$、$t_\lambda(y)$、$f_\lambda(x)$、$f_\lambda(y)$ 的地位也是完全对称的，即可到结论。

性质 7 设 $x=[t_x,1-f_x]$，$y=[t_y,1-f_y]$ 是两个 Vague 值，并记 $x'=[t_x+d,1-f_x+d]$，$y'=[f_y+d,1-t_y+d]$，则 $M_Q(x,y)=M_Q(x',y')$，$M_\lambda(x,y)=M_\lambda(x',y')$，其中 $d\in[0,1]$，并保证 x'、y' 是合法的 Vague 值，即 $d\leqslant\min(f_x,f_y)$。

证明：

在 $M_Q(x,y)$ 的定义公式中，x'、y' 是在 x、y 的基础上平移一个 d 的距离，但是

$$t_x\wedge t_y+f_x\wedge f_y+(1-t_x-f_x)\wedge(1-t_y-f_y)$$
$$=(t_x+d)\wedge(t_y+d)+(f_x-d)\wedge(f_y-d)+[1-(t_x+d)-(f_x-d)]\wedge[1-(t_y+d)-(f_y-d)]$$

$$t_x\vee t_y+f_x\vee f_y+(1-t_x-f_x)\vee(1-t_y-f_y)$$
$$=(t_x+d)\vee(t_y+d)+(f_x-d)\vee(f_y-d)+[1-(t_x+d)-(f_x-d)]\vee[1-(t_y+d)-(f_y-d)]$$

即 $M_Q(x,y)=M_Q(x',y')$。现记

$t'_\lambda(x)=t_x+d+\lambda(1-t_x-f_x)$，

$t'_\lambda(y)=t_y+d+\lambda(1-t_y-f_y)$，

$f'_\lambda(x)=f_x-d+(1-\lambda)(1-t_x-f_x)$，

$f'_\lambda(y)=f_y-d+(1-\lambda)(1-t_\lambda-f_y)$，

则有：

$$t_\lambda(x)\wedge t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\wedge f_\lambda(y)=t'_\lambda(x)\wedge t'_\lambda(y)+f'_\lambda(x)\wedge f'_\lambda(y)$$

$$t_\lambda(x)\vee t_\lambda(y)+f_\lambda(x)\vee f_\lambda(y)=t'_\lambda(x)\vee t'_\lambda(y)+f'_\lambda(x)\vee f'_\lambda(y)$$

因此，$M_\lambda(x,y)=M_\lambda(x',y')$。

在上面 $M_\lambda(x,y)$ 的定义公式中，取 $\lambda=t_x/(t_x+f_x)$ 时，同样可以得到上面的 7 个性质。下表是各种相似度量方法的分析比较，其中，相似度量 $M_c(x,y)$，$M_H(x,y)$，$M_L(x,y)$，$M_O(x,y)$ 分别由 Chen[2]，Dug Hun Hong[3]，李凡[4]和李艳红[1]提出。

$$M_C(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{2}=1-\frac{|(t_x-t_y)-(f_x-f_y)|}{2},$$

$$M_H(x,y)=1-\frac{|t_x-t_y|+|f_x-f_y|}{2}$$

$$M_L(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{4}-\frac{|t_x-t_y)-(f_x-f_y)|}{4},$$

$$M_H(x,y)=1\sqrt{\frac{(t_x-t_y)^2+(f_x-f_x)^2}{2}}$$

	1	2	3	4	5	6	7
x	[0.3,0.7]	[0.3,0.6]	[0.3,0.8]	[1.0,1.0]	[0.5,0.5]	[0.4,0.8]	[0.4,0.8]
y	[0.4,0.6]	[0.4,0.7]	[0.4,0.7]	[0.0,1.0]	[0.0,1.0]	[0.5,0.7]	[0.5,0.8]
$M_C(x,y)$	1	0.9	1	0.5	1	1	0.95
$M_H(x,y)$	0.9	0.9	0.9	0.5	0.5	0.9	0.95
$M_L(x,y)$	0.95	0.9	0.95	0.5	0.75	0.95	0.95
$M_O(x,y)$	0.9	0.9	0.9	0.3	0.5	0.9	0.93
$M_Q(x,y)$	0.67	0.81	0.67	0	0.33	0.67	0.8
$M_{0.5}(x,y)$	1	0.81	1	0.33	1	1	0.9

当 A、B 是论域 $U=\{u_1,u_2,\cdots,u_n\}$ 上的两个 Vague 集时，$A=\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i),1-f_A(u_i)]/u_i$，$B=\sum_{i=1}^{n}[t_B(u_i),1-f_B(u_i)]/u_i$。假定 $V_A(u_i)=[t_A(u_i),1-f_A(u_i)]$，$V_B(u_i)=[t_B(u_i),1-f_B(u_i)]$ 分别表示 A、B 中 u_i 的 Vague 值，M 是所采用的某种 Vague 值相似度量函数，假定论域 U 上元素 u_i 的权重为 ω_i，$\omega_i\in[0,1]$，$1\leqslant i\leqslant n$，则 A 和 B 之间的加权相似度量为：

$$W(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\omega_iM(V_A(u_i),V_B(u_i))/(\sum_{i=1}^{n}\omega_i)$$

结束语 本文给出了一种 Vague 集扩张原理，并结合 Vague 集的实践背景，提出了两种新的 Vague 相似度量方法，并讨论了它们的一些性质。和其他相似度量方法一样，并不能证明其满足所有反例，在实践中应该根据需要进行选择使用。

参考文献

1 李艳红，迟忠先，阎德勤. Vague 相似度量与 Vague 熵. 计算机科学，2002，29(12)：129～132

2 Chen S M. Similarity measures between vague sets and between elements. IEEE Trans. Syst. Mans. Cybern，1997，27(1)：153～158

3 Hong D H，Kim C. A Note on simility measures between vague sets and between elements. Information Science，1999，115：83～96

4 李凡，徐章艳. Vague 集之间的相似度量. 软件学报，2001，12(6)：922～927

5 江莉，等. Vague 决策表的知识获取. 计算机科学，2004，31(2)：111～112