

# 不完备序值决策系统中的拓展粗集模型及集对分析<sup>\*</sup>

谢 军<sup>1,2</sup> 宋余庆<sup>2</sup> 陈健美<sup>2</sup> 孙怀江<sup>1</sup> 杨习贝<sup>1</sup> 杨静宇<sup>1</sup>

(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)<sup>1</sup>

(江苏大学计算机科学与通信工程学院 镇江 212013)<sup>2</sup>

**摘 要** 在不完备序值决策系统中,根据容差优势关系进行分类过于宽松,而相似优势关系过于严格,根据这样的解释,提出了基于限制容差优势关系的粗糙集模型。进一步地,在不完备序值决策系统中,引入集对分析方法,提出了基于联系度的优势关系粗糙集模型,并进行了实例分析以说明新提出优势关系的有效性。

**关键词** 不完备序值决策系统,容差优势关系,相似优势关系,限制容差优势关系,集对分析

## Extensions of Rough Set Model and Set Pair Analysis in Incomplete Ordered Decision System

XIE Jun<sup>1,2</sup> SONG Yu-qing<sup>2</sup> CHEN Jian-mei<sup>2</sup> SUN Huai-jiang<sup>1</sup> YANG Xi-bei<sup>1</sup> YANG Jing-yu<sup>1</sup>

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)<sup>1</sup>

(School of Computer Science and Telecommunication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)<sup>2</sup>

**Abstract** In incomplete ordered decision system, the tolerance dominance relation is too loose while the similarity dominance relation is too strict for classification analysis. By these explanations, this paper proposed the rough set models based on limited tolerance dominance relation. Moreover, we introduced the set pair analysis into incomplete ordered decision system, the rough set models based on connection degree were also presented. An illustrative example was used to show the validity of proposed dominance relation.

**Keywords** Incomplete ordered decision system, Tolerance dominance relation, Similarity dominance relation, Limited tolerance dominance relation, Set pair analysis

## 1 引言

波兰科学家 Z. Pawlak<sup>[1]</sup>开创了 Rough 集理论的先河,为处理不精确、不确定、不完备信息提供了新的数学工具。到目前为止,Rough 集理论已被成功地应用到机器学习、决策分析、数据挖掘、模式识别等领域中,而这些领域的发展又为其注入了新的活力。

在现实世界中由于数据测量的误差、对数据的理解或获取的限制等众多原因<sup>[2]</sup>,所面临的信息系统往往是不完备的,而大多经典粗集理论都是基于完备系统的,因此在不完备决策系统中的研究是有其实际意义的。在不完备决策系统(Incomplete decision system,简称 IDS)中,其未知属性值可以有 2 种不同的含义:1)所有的未知属性值仅仅是被遗漏的,但又是确实存在的<sup>[3]</sup>;2)所有的未知属性值被认为是丢失的,是不允许被比较的<sup>[4]</sup>。当 IDS 中未知属性值都为遗漏型时,Kryszkiewicz<sup>[5]</sup>构建了容差关系(自反性、对称性);当 IIS 中未知属性值都为丢失型时,Stefanowski<sup>[6]</sup>等人构建了相似关系(自反性、传递性);通过对容差关系和相似关系的深入研究,王国胤<sup>[2]</sup>提出了限制容差关系(自反性、对称性)。

经典的粗集理论<sup>[7,8]</sup>都是基于等价关系的,即属性值之间不具有优劣顺序,而在多准则决策问题中,描述对象的属性常常具有顺序性,那么在决策过程中,哪些属性的顺序性起了主导作用是值得重点研究的问题<sup>[9-11]</sup>。为了解决这个问题,Greco 和绍明文等将具有遗漏型未知属性值的不完备决策系

统与序值决策系统相结合,提出了基于容差优势关系(自反性)的粗集模型<sup>[12-14]</sup>,文献<sup>[15]</sup>在具有丢失型未知属性值的 IDS 中提出了基于相似优势关系(自反性)的粗集模型。笔者在此基础上,分析了容差优势关系和相似优势关系进行分类的不足之处,提出了基于限制容差优势关系(自反性)的粗集模型,限制容差优势关系可以看作是限制容差关系在优势关系上的拓展形式。

使用限制容差优势关系进行分类时,在条件属性较多情况下,仍显宽松,因此本文又引入了集对分析方法<sup>[16,17]</sup>,首先,通过设定相应的阈值将原不完备决策系统进行重划分,删除一些具有过多未知属性值的对象;然后,使用基于联系度的限制相容优势关系确定类,并利用这些类获得基于联系度的限制容差优势关系的上下近似;最后,通过具体实例验证了该模型的有效性。

综上,本文的主要内容安排如下:第 2 节分别给出了基于容差优势关系、相似优势关系和限制容差优势关系的不完备序值系统的粗集模型。第 3 节引入集对分析方法与设定相关阈值,用以获得基于联系度的限制容差优势关系下不完备序值决策系统粗集模型的上下近似。第 4 节具体实例验证与分析。最后总结全文。

## 2 经典粗集模型在序值决策系统中的拓展

### 2.1 序值决策系统

一个序值决策系统是四元组  $ODS = \langle U, ATUD, V, f \rangle$ ,

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(No. 60472060,60572034),国家自然科学基金重点项目(No. 60632050),江苏省自然科学基金(No. BK2006081)资助项目。谢 军 博士研究生,研究方向为智能信息处理、粗糙集理论及其应用。

其中

- $U$  是一个被称为论域的非空有限对象集合;
- $AT$  是非空有限条件属性集合,  $d$  是目标属性且  $AT \cap \{d\} = \emptyset$ ;
- $V_{AT}$  是所有条件属性的值域集合,  $V_d$  是目标属性的值域集合, 因而就有  $V = V_{AT} \cup V_d$ ,  $V$  表示全体属性的值域集合, 并且  $V_{AT}$  和  $V_d$  都是全序集;
- $f$  为信息函数, 对于  $\forall a \in AT, \forall x \in U$ , 有  $f(x, a) \in V_a$ .

**定义 1**<sup>[12,13]</sup> 在序值决策系统 ODS 中, 对于  $\forall A \subseteq AT$ , 由  $A$  决定的优势关系记为  $SOM(A)$  且

$$SOM(A) = \{(x, y) \in U^2 : \forall a \in A, f(x, a) \geq f(y, a)\}$$

在序值决策系统中, 决策属性集合  $D$  构成了论域上的划分<sup>[8,9]</sup>  $CL = \{CL_t : t \in T\}$ , 其中  $T = \{1, 2, \dots, n\}$ . 对于  $\forall r, s \in T$ , 若  $r > s$ , 则认为  $CL_r$  中的对象要优于  $CL_s$  中的对象. 令  $CL_t^{\geq} = \bigcup_{s \geq t} CL_s, CL_t^{\leq} = \bigcup_{s \leq t} CL_s, s, t = 1, \dots, n, x \in CL_t^{\geq}$  表示  $x$  至少属于决策类  $CL_t, x \in CL_t^{\leq}$  表示  $x$  至多属于决策类  $CL_t$ .

**定义 2**<sup>[12,13]</sup> 在序值决策系统 ODS 中, 有  $A \subseteq AT$ , 对于  $\forall CL_t^{\geq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $B_*(CL_t^{\geq}), B^*(CL_t^{\leq})$  且

$$A_*(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \subseteq CL_t^{\geq}\}, A^*(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \cap CL_t^{\geq} \neq \emptyset\}.$$

对于  $\forall CL_t^{\leq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $A_*(CL_t^{\leq}), A^*(CL_t^{\leq})$  且

$$A_*(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \subseteq CL_t^{\leq}\}, A^*(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \cap CL_t^{\leq} \neq \emptyset\}.$$

其中  $D_A^+(x) = \{y \in U : (y, x) \in SOM(A)\}, D_A^-(x) = \{y \in U : (x, y) \in SOM(A)\}$ .

**定理 1**<sup>[12,13]</sup> 在序值决策系统 ODS 中, 若  $A \subseteq AT$ , 则对于  $\forall CL_t^{\geq}, \forall CL_t^{\leq} (1 \leq t \leq n)$ , 有

$$A^*(CL_t^{\geq}) = \bigcup_{x \in CL_t^{\geq}} D_A^+(x), A_*(CL_t^{\leq}) = \bigcup_{x \in CL_t^{\leq}} D_A^-(x)$$

不完备序值决策系统(记为 IODS)是指系统中出现了未知属性值. 由于假设专家在信息不完备的情况下也能给出决策, 因而文中所讨论的未知属性值仅出现在对象的条件属性值上, 用“\*”表示, 即  $f(x, a) = * (x \in U, a \in AT)$ , 根据这样的解释, 可以构建如下的几种优势关系.

## 2.2 容差优势关系

一个不完备序值决策系统是一个四元组  $IODS = \langle U, AT \cup D, V, f \rangle$ , 有  $V = V_{AT} \cup V_d \cup \{*\}$ , 此时的目标属性构成了论域上的划分, 记为  $U/d = \{X_1, X_2, \dots, X_m\} (\forall 1 \leq i, j \leq m, X_i \cap X_j = \emptyset)$ .

**定义 3** 在不完备序值决策系统 IODS 中,  $A \subseteq AT$ , 由  $A$  决定的容差优势关系记为  $R^{\geq}(A)$  且

$$R^{\geq}(A) = \{(x, y) \in U^2 : \forall a \in A, f(x, a) \geq f(y, a) \vee f(x, a) = * \vee f(y, a) = *\}$$

显然,  $R^{\geq}(A)$  为自反的, 但不一定是对称和传递的.

**定义 4** 在不完备序值决策系统 IODS 中, 对于容差优势关系, 有  $A \subseteq AT$ , 对于  $\forall CL_t^{\geq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}), G_*^{\leq}(CL_t^{\leq})$  且

$$G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \subseteq CL_t^{\geq}\}, G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \cap CL_t^{\leq} \neq \emptyset\}$$

对于  $\forall CL_t^{\leq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $G_*^{\leq}$

$(CL_t^{\leq}), G_*^{\geq}(CL_t^{\geq})$  且

$$G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \subseteq CL_t^{\geq}\}, G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \cap CL_t^{\leq} \neq \emptyset\}$$

其中  $D_A^+(x) = \{y \in U : (y, x) \in R^{\geq}(A)\}, D_A^-(x) = \{y \in U : (x, y) \in R^{\geq}(A)\}$ .

## 2.3 相似优势关系

**定义 5** 在不完备序值决策系统 IODS 中,  $A \subseteq AT$ , 由  $A$  决定的相容优势关系记为  $S^{\geq}(A)$  且

$$S^{\geq}(A) = \{(x, y) \in U^2 : \forall a \in A, f(x, a) \geq f(y, a) \vee f(x, a) = * \}$$

其中  $S^{\geq}(A)$  满足自反和传递性, 但不一定是对称的.

**定义 6** 在不完备序值决策系统 IODS 中, 对于相似优势关系, 有  $A \subseteq AT$ , 对于  $\forall CL_t^{\geq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}), G_*^{\leq}(CL_t^{\leq})$  且

$$G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \subseteq CL_t^{\geq}\}, G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \cap CL_t^{\leq} \neq \emptyset\}$$

对于  $\forall CL_t^{\leq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}), G_*^{\geq}(CL_t^{\geq})$  且

$$G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \subseteq CL_t^{\leq}\}, G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \cap CL_t^{\geq} \neq \emptyset\}$$

其中  $D_A^+(x) = \{y \in U : (y, x) \in S^{\geq}(A)\}, D_A^-(x) = \{y \in U : (x, y) \in S^{\geq}(A)\}$ .

## 2.4 限制容差优势关系

**定义 7** 在不完备序值决策系统 IODS 中,  $A \subseteq AT$ , 由  $A$  决定的限制相容优势关系记为  $L^{\geq}(A)$  且

$$L^{\geq}(A) = \{(x, y) \in U^2 : \forall a \in A, f(x, a) = f(y, a) = * \vee ((M_A^{\geq}(x) \cap M_A^{\geq}(y) \neq \emptyset) \wedge (f(x, a) \neq * \wedge f(y, a) \neq *) \rightarrow f(x, a) \geq f(y, a))\}$$

其中  $M_A^{\geq}(x) = \{\forall a \in A : f(x, a) \neq *\}$

限制容差优势关系  $L^{\geq}(A)$  具有自反性, 不一定具有对称性和传递性. 对  $\forall (x, y) \in L^{\geq}(A)$ , 存在两种情形: 1)  $x, y$  在  $A$  上全为空值; 2)  $x, y$  在  $A$  存在同不为空值的属性, 且  $x$  在这些属性上的取值要优于  $y$  在这些属性上的取值.

**定义 8** 在不完备序值决策系统 IODS 中, 对于限制容差优势关系, 有  $A \subseteq AT$ , 对于  $\forall CL_t^{\geq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}), G_*^{\leq}(CL_t^{\leq})$  且

$$G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \subseteq CL_t^{\geq}\}, G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \cap CL_t^{\leq} \neq \emptyset\};$$

对于  $\forall CL_t^{\leq} (1 \leq t \leq n), CL_t^{\leq}$  的下、上近似集记为  $G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}), G_*^{\geq}(CL_t^{\geq})$  且

$$G_*^{\leq}(CL_t^{\leq}) = \{x \in U : D_A^-(x) \subseteq CL_t^{\leq}\}, G_*^{\geq}(CL_t^{\geq}) = \{x \in U : D_A^+(x) \cap CL_t^{\geq} \neq \emptyset\}$$

其中  $D_A^+(x) = \{y \in U : (y, x) \in L^{\geq}(A)\}, D_A^-(x) = \{y \in U : (x, y) \in L^{\geq}(A)\}$ .

在限制容差优势关系中, 当如下两种情形出现时: 第一种情形即两对象所有属性值均不知道的情形下被视为同类; 第二种情形在属性成百上千的情形下, 两对象只要有一个属性值取值满足优势关系, 而在其余属性上取值无法比较时也视为同类. 因而限制容差优势关系依然过于宽松.

为解决上述问题, 本文在对不完备序值决策系统划分前, 先设置一个阈值  $\Delta_1$ , 将已知属性值个数所占比例小于  $\Delta_1$  的对象划分出来(空值过多的对象), 剩余的对象重新构成新的论域; 然后再设置阈值  $\Delta_2$ , 两对象在容差优势关系下(或限制

容差优势关系下)相同属性值满足优势关系且比重大于  $\Delta_2$  的认为同属一类。为此,下文首先引入集对(set pair)联系度的概念。

### 3 基于联系度的优势关系

**定义 9** 给定两个集合  $P$  和  $Q$ , 并设这两个集合组成集对。它们共有  $N$  个属性, 其中, 集合  $P$  和  $Q$  在  $m$  个属性上满足优势关系; 在  $k$  个属性上不满足优势关系; 在  $o$  个属性上取值不可比较, 则称比值  $m/N$  为集对  $P$  和  $Q$  的优势度,  $o/N$  为  $P$  和  $Q$  的弱势度,  $k/N$  为  $P$  和  $Q$  的对立度。并用  $\Theta(P, Q) = m/N + o/N i + k/N j$  表示  $P$  和  $Q$  的关系, 简记为:

$$\Theta(P, Q) = \alpha + \beta i + \gamma j$$

称  $\Theta$  为  $P$  和  $Q$  的联系度。显然有:  $\alpha + \beta + \gamma = 1, 0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$ 。

在不完备序值决策系统  $IODS$  中,  $A \subseteq AT$ , 设  $|A| = n, \forall x \in U$ , 令  $m(x) = \{ \forall a \in A: f(x, a) \neq * \}$ , 取  $0 \leq \Delta_1 \leq 1$ , 设  $U' = \{ \forall x \in U: m(x) \geq n\Delta_1 \}$ , 即  $U'$  为中已知属性值个数不小于  $n\Delta_1$  的所有对象构成的新集合, 得到新的不完备序值决策系统  $IODS' = \langle U', AT \cup D, V', f' \rangle$ 。

取  $0 \leq \Delta_2 \leq \Delta_1$ , 并对  $IODS' = \langle U', AT \cup D, V', f' \rangle$  定义如下基于联系度容差优势关系:

**定义 10**  $W_{\Delta_2}^{\geq}(A) = \{ (x, y) \in U'^2: \Theta(P, Q) = \alpha + \beta i, \alpha + \beta = 1, \alpha > \Delta_2 \}$ 。其中,  $\alpha, \beta$  分别表示  $x, y$  在属性集  $A$  上优势度和弱势度。由定义 9 知,  $(x, y) \in W_{\Delta_2}^{\geq}(A)$  表示  $x$  与  $y$  满足优势关系的属性值个数在所有属性值个数中的比例不低于  $\Delta_2$ 。其中  $\Delta_2 \leq \Delta_1$ , 保证了自反性成立。

由以上两个定义不难看出, 当  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$  时, 联系度容差优势关系即为容差优势关系; 当  $\Delta_2 > 0$  时排除了限制容差优势关系中的第一种情形; 当  $0 < \Delta_2 \leq 1/n (|A| = n)$  时, 联系度容差优势关系相当于限制容差优势关系的第二种情形; 而当  $\Delta_2 > 1/n$  时, 显然有  $W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \subseteq L^{\geq}(A)$ , 因此, 在一般情形下, 限制容差优势关系是基于联系度容差优势关系的特殊情形。

**定义 11** 在不完备序值决策系统  $IODS' = \langle U', AT \cup D, V', f' \rangle$  中, 有  $A \subseteq AT$ , 对于  $\forall CL_i^{\geq} (1 \leq i \leq n), CL_i^{\leq}$  的下、上近似集记为  $G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq}), G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq})$  且

$$G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq}) = \{ x \in U: D_A^+(x) \subseteq CL_i^{\leq} \}, G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}) = \{ x \in U: D_A^-(x) \cap CL_i^{\geq} \neq \emptyset \}$$

对于  $\forall CL_i^{\leq} (1 \leq i \leq n), CL_i^{\geq}$  的下、上近似集记为  $G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}), G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq})$  且

$$G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}) = \{ x \in U: D_A^-(x) \subseteq CL_i^{\geq} \}, G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq}) = \{ x \in U: D_A^+(x) \cap CL_i^{\leq} \neq \emptyset \}$$

其中  $D_A^+(x) = \{ y \in U: (y, x) \in W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \}, D_A^-(x) = \{ y \in U: (x, y) \in W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \}$ 。

**定理 2** 在不完备序值决策系统  $IODS' = \langle U', AT \cup D, V', f' \rangle$  中,  $X \subseteq U', 1/n < \Delta_2 \leq \Delta_1 \leq 1 (|A| = n)$  有:

$$(1) G_i^{\geq}(CL_i^{\geq}) \subseteq G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq}), G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}) \subseteq G_i^{\leq}(CL_i^{\leq})$$

$$(2) G_i^{\leq}(CL_i^{\leq}) \subseteq G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}), G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq}) \subseteq G_i^{\geq}(CL_i^{\geq})$$

(1) 证明: 当  $G_i^{\geq}(CL_i^{\geq}), G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq})$  为空集时结论显然成立。任取  $y \in G_i^{\geq}(CL_i^{\geq})$ , 有  $W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \subseteq X^2$ , 又当  $\Delta_2 > 1/n$  时, 有  $W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \subseteq L^{\geq}(A)$ , 故  $W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \subseteq X^2$  从而  $y \in G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq})$ , 所以  $G_i^{\geq}(CL_i^{\geq}) \subseteq G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq})$ ; 另一方面, 任取  $y \in G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq})$ , 则  $W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \cap X^2 \neq \emptyset$ , 又当  $\Delta_2 > 1/n$  时, 有  $W_{\Delta_2}^{\geq}(A) \subseteq L^{\geq}(A)$ , 故  $L^{\geq}(A) \cap X^2 \neq \emptyset$ , 从而  $y \in G_i^{\leq}(CL_i^{\leq})$ , 所以  $G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}) \subseteq G_i^{\leq}(CL_i^{\leq})$ 。

$\subseteq CL_i^{\geq})(G_i^{\leq}(CL_i^{\leq}))$ 。

(2) 证明过程同(1), 略。

由定理 2 可知: 当  $1/n < \Delta_2 \leq \Delta_1 \leq 1$  时, 基于联系度容差优势关系是对限制容差优势关系的拓展改进。

### 4 实例分析

表 1 为一不完备序值决策系统  $IODS = \langle U, AT \cup D, V, f \rangle$ , 其中  $U' = \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12} \}$ ,  $AT = \{ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \}$  为序条件属性集合,  $d$  为序决策属性,  $V_{a_1} = V_{a_2} = \{ 1, 2, 3, * \}, V_{a_3} = V_{a_4} = V_{a_5} = \{ 1, 2, * \}, V_d = \{ 1, 2 \}$ 。有  $CL = \{ CL_1, CL_2 \}$ , 其中  $CL_1 = \{ x_2, x_4, x_5, x_8, x_{10}, x_{12} \}, CL_2 = \{ x_1, x_3, x_6, x_7, x_9, x_{11} \}$ , 则  $CL_1^{\geq} = U, CL_2^{\geq} = CL_2, CL_1^{\leq} = CL_1, CL_2^{\leq} = U$ 。

当  $CL_1^{\geq} = U$  和  $CL_2^{\leq} = U$  时, 有  $AT \cdot (CL_1^{\geq}) = AT, (CL_2^{\leq}) = U$ , 此时考虑任意对象在部分或者所有属性上的取值, 它的决策属性值必然是  $\geq 1$  或者  $\leq 2$  的, 因而根据这样的导出的上下近似对于决策者来说没有意义的, 所以对于这两种情况笔者不予讨论。因此, 以下将要讨论的都是针对决策类  $CL_i^{\geq} (2 \leq i \leq n)$  或者  $CL_i^{\leq} (1 \leq i \leq n-1)$ 。

表 1 不完备序值决策系统

U	a1	a2	a3	a4	a5	d
x1	3	2	1	2	1	2
x2	1	2	*	1	*	1
x3	2	*	2	2	*	2
x4	*	3	*	2	1	1
x5	*	2	1	1	2	1
x6	2	3	1	*	1	2
x7	2	1	*	2	1	2
x8	3	*	2	1	*	1
x9	*	3	2	*	2	2
x10	1	1	1	2	1	1
x11	2	*	2	*	*	2
x12	*	*	*	1	*	1

设阈值  $\Delta_1 = 0.6$ , 则有  $x_{11}$  和  $x_{12}$  被删除, 从而得到新的不完备序值决策系统  $IODS' = \langle U', AT \cup D, V', f' \rangle$ , 其中  $U' = \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10} \}, V' = V, f' = f$ 。

根据定义 8, 计算得基于限制容差优势关系下不完备序值决策系统中上下近似:

$$G_2^{\geq}(CL_2^{\geq}) = \{ x_9 \}; G_5^{\leq}(CL_2^{\leq}) = \{ x_1, x_3, x_4, x_6, x_7, x_8, x_9 \}。$$

$$G_5^{\leq}(CL_1^{\leq}) = \{ x_2, x_5, x_{10} \}; G_8^{\geq}(CL_1^{\geq}) = \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_{10} \}。$$

设定阈值  $\Delta_2 = 0.6$ , 根据定义 11, 可以计算得到基于联系度的限制容差优势关系中上下近似集如下所示:

$$G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_2^{\geq}) = \{ x_3, x_9 \}; G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_2^{\leq}) = \{ x_1, x_3, x_4, x_6, x_7, x_9 \}。$$

$$G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_1^{\leq}) = \{ x_2, x_5, x_8, x_{10} \}; G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_1^{\geq}) = \{ x_1, x_2, x_4, x_5, x_7, x_{10} \}。$$

从实例结果显然有  $G_i^{\geq}(CL_i^{\geq}) \subseteq G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq}), G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}) \subseteq G_i^{\leq}(CL_i^{\leq})$ ; (2)  $G_i^{\leq}(CL_i^{\leq}) \subseteq G_{\Delta_2}^{\leq}(CL_i^{\leq}), G_{\Delta_2}^{\geq}(CL_i^{\geq}) \subseteq G_i^{\geq}(CL_i^{\geq})$ , 即定理 2 成立。

**结束语** 粗糙集理论在序值决策信息系统中的扩充近年来是粗糙集理论研究一个热点问题。笔者在分析研究不完备信息系统中的几种经典粗集模型后, 发现不同属性之间存在优势关系, 因此, 在不完备序值决策系统中进行了拓展, 提出

了基于限制容差优势关系的不完备序值决策系统的粗集模型。限制容差优势关系在属性成百上千的情形下,两对象只要有一个属性值取值满足优势关系,同时在其余属性上取值无法比较时仍视为同类,这种条件仍然过于宽松,为解决该问题,在基于限制容差优势关系的不完备序值决策系统的粗集模型中,再引入集对分析方法。首先,通过设定相应的阈值将原不完备决策系统进行重划分;然后,使用基于联系度的限制相容优势关系确定类,并利用这些类获得相应的上下近似集;最后,笔者通过具体实例进行了验证。综上,本文工作都为从不完备序值决策系统中获取上下近似提供了新的理论方法和技术手段,其中通过阈值设定考虑了决策者的主观意愿,这与人机结合以人为本的系统方法论是一致的。

在本文的基础上,笔者下一步的研究方向是对基于限制容差优势关系的不完备序值决策系统中规则获取方法进行具体讨论与研究。

### 参考文献

[1] Pawlak Z. Rough set[J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356

[2] 王国胤. Rough 集理论在不完备信息系统中的扩充[J]. 计算机研究与发展, 2002, 39(10): 1238-1243

[3] Grzymala - Busse J W, Wang A Y. Modified algorithms LEM 1 and LEM2 for rule induction from data with missing attribute values // Proceeding of the Fifth International Workshop on Rough Sets and Soft Computing (RSSC'97) at the Third Joint Conference on Information Sciences (JCIS'97). Research TrianglePark, NC, March 1997: 69-72

[4] Grzymala-Busse J W. On the unknown attribute values in learning from examples // Proceeding of the 6th International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems (ISMIS-91). Charlotte, North Carolina, October 1991. Lecture Notes in Artificial Intelligence, vol. 542. Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag, 1991: 368-377

[5] Kryszykiewicz M. Rough set approach to incomplete information

systems[J]. Information Sciences, 1998, 112: 39-49

[6] Stefanowski J, Tsoukias A. Incomplete information tables and rough classification[J]. Computational Intelligence, 2001, 17: 545-566

[7] Pawlak Z. Rough set theory and its applications to data analysis [J]. Cybernetics and Systems, 1998, 29: 661-688

[8] Pawlak Z. Rough sets and intelligent data analysis [J]. Information Sciences, 2002, 147: 1-12

[9] Mavrotas G, Trifillis P. Multi - criteria decision analysis with minimum information; Combining DEA with MAVT[J]. Computers & Operations Research, 2006, 33(8): 2083-2098

[10] Pawlak Z, Slowinski R. Rough set approach to multi - attribute decision analysis [J]. European Journal of Operations Research, 1994, 7(2): 359-443

[11] Hewett R, Leuchner J. Knowledge discovery with second-order relations [J]. Knowledge and Information Systems, 2002, 4(4): 413-439

[12] Greco S, Matarazzo B, Slowiński R. Rough approximation by dominance relations. International Journal of Intelligent Systems, 2002, 17: 153-171

[13] Greco S, Matarazzo B, Slowiński R. Rough sets theory for multi-criteria decision analysis. European Journal of Operational Research, 2002, 129: 1-47

[14] Shao Ming-wen, Zhang wen-xiu. Dominance relation and rules in an incomplete ordered information system [J]. International journal of intelligent systems, 2005, 20: 13-27

[15] Yang Xi-bei, Yang Jing-yu, Chen Wu, et al. Dominance-based rough set approach and knowledge reductions in incomplete ordered information system [J]. Information Sciences, 2008, 178(4), 1219-1234

[16] 赵克勤. 集对分析及其初步应用[M]. 杭州: 浙江科学出版社, 2000

[17] 黄兵, 周献中. 不完备信息系统中基于联系度的粗集模型拓展 [J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 88-92

(上接第 108 页)

个数据包, 转发率 100%, 没有出现丢包, 同时输入和输出的处理速率均大于 1.0Gbps。另外, 由于本系统在 ESP 协议实现中加入防重放攻击策略, 使得端口 1 的数据包仅有 1 个被接收, 其余 9 个重复(序列号相同)的数据包则被丢弃, 防重放功能成功实现。为了测试加解密功能, 在模拟数据流制作时, 我们特地将端口 1 数据包中的数据配置为端口 0 中数据包的加密值, 即端口 1 的数据包解密后刚好等同于端口 0 的数据包, 而端口 0 的数据包加密后刚好等同于端口 1 的数据包。通过分析系统的运行日志文件(.log), 系统成功实现了 ESP 协议中的加解密功能。

**结束语** 本文基于 IXP2400 网络处理器平台, 设计并实现了一款千兆级 IPsec VPN 网关系统。通过仿真实验表明, 本系统实现了 VPN 安全处理功能, 且运行速率在 1.0Gbps, 达到了千兆环境下的应用要求。由于 IXP2400 网络处理器的结构复杂性, 所实现的 VPN 网关在 IPsec 处理算法和微

块划分等方面还有待进一步改进和优化。

### 参考文献

[1] <http://www.intel.com/design/network/products/npfamily/ixp2400.htm>-Intel

[2] Kent S, Atkinson R. Security Architecture for the Internet Protocol. RFC2401 [EB/OL], <http://www.ietf.org/html.charters/IPsec-charter.html>, 1998

[3] <http://www.intel.com/design/network/ixa.htm>-Intel

[4] 王彬. 基于 NP 的多功能网关研究与设计. 硕士论文. 福州大学, 2005

[5] 施恩, 郑爱蓉, 杨彬, 等. 基于网络处理器的高性能 IPsec VPN 的设计方案. 计算机应用研究, 2005

[6] 石晶林, 程胜, 孙江明. 网络处理器原理、设计和应用. 清华大学出版社, 2003

[7] 高海英, 薛元星, 辛阳. VPN 技术. 机械工业出版社, 2004