标识 T-网中同步距离的计算*)

王丽丽[1] 吴哲辉[2] 方 欢[1]
(安徽理工大学理学院 淮南 232001)[1] (山东科技大学信息科学与工程学院 青岛 266510)[2]

摘 要 同步距离是刻画事件之间同步关系的一个重要的定量分析手段。由于同步距离的求解不仅和网的结构特征有关系,而且和网的初始标识也存在关系,因此到目前为止还没有一个很简洁易行的算法来求解一般 Petri 网的同步距离。然而,一些特殊的 Petri 网子类,如标识 T-图、标识 S-图的同步距离的计算已经有了较简洁的求解方法。对另一个 Petri 网子类——标识 T-网给出了其同步距离的计算方法。标识 T-网也可以直接通过网的结构和初始标识分布情况来得到变迁之间的同步距离,不需要考察网系统的运行,这就使得同步距离的求解简单易行。文中给出了相应的求解定理。

关键词 同步距离,标识 T-网,源库所,控制库所,控制库所接入变迁

Computation of Synchronic Distance in Marked T-net

WANG Li-li[1] WU Zhe-hui[2] FANG Huan[1]
(College of Mathematics, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)[1]
(College of Information Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China)[2]

Abstract Synchronic distance is an important analyzing metric to describe the dependence relationship between two events. Because computation of synchronic distance involves both structure and initial marking of net systems, a simple and feasible algorithm which can get synchronic distance in normal Petri nets doesn't have been obtained so far. However computation of synchronic distance in some particular subclass of Petri nets such as marked T-graph and marked S-graph is simple and feasible. Another subclass of Petri net—marked T-net in which solution of synchronic distance is given in this paper. Synchronic distance of marked T-net can be directly obtained according to structure of net systems and distributed situation of initial marking, which make solution of synchronic distance become feasible. Solution theorem of them are given simultaneously in this paper.

Keywords Synchronic distance, Marked T-net, Source place, Control place, Transition connected to control place

Petri 网作为描述异步并发现象的系统模型在许多领域得到了广泛应用[1-4],尤其是在并发系统中更显示出独特的优越性。在许多系统设计中,尤其是在信息系统常常会遇到信息之间的同步问题,譬如必须考虑信息的发送、传递、接收等动作间的同步,多媒体系统中媒体流内的信息同步以及媒体流间的信息同步等。同步论中用同步距离的概念对这各种实际系统中同步问题做统一的定量描述。同步距离是对两组事件间同步程度的定量描述,也是刻画系统动态行为的工具,非常适合度量基于 Petri 网的源模型中最大定向信号的规模。

C. A. Petri 在文献[5]中最先将"同步距离"的概念引入 Petri 网。同步距离的定义最早是针对条件/事件系统(C/E 系统)给出的,在文献[6]中就有相应的定义,后来将其推广到原型 Petri 网中,在文献[7]中给出了一般 Petri 网中同步距离的计算公式。由于同步距离的求解不仅和网的结构特征有关系,而且和网的初始标识也存在关系,所以难免需要对系统进行运行仿真,这样给同步距离的求解带来了一定的难度。但是到目前,一些特殊的 Petri 网子类(如标识 T-图[8]、标识 S-图[9])中同步距离的计算有了较简洁的算法。

本文给出了另一个 Petri 网子类——标识 T-网中的同步距离计算方法。对于标识 T-网同步距离的求解,我们也可以像标识 T-图和标识 S-图一样直接根据网的结构和初始标识的分布情况得到网系统中各个变迁对的同步距离的计算方法,而不必对网系统进行运行仿真。这样无疑使得标识 T-网同步距离的求解变得简洁易行。

1 一些基本概念

关于 Petri 网的基本概念和结论详细内容见文献[7],这里只对与本文有关的基本概念、术语和记号做个简述或约定,以便后面的讨论。

通常地,一个 Petri 网记为 $\Sigma=(S,T;F,M_0)$,其中 $N=(S,T;F)$ 是一个网,M_0 初始标识。如果存在 $\sigma\in T^*$ 使得 $M_0[\sigma>M$,则称 M 为从 M_0 可达。从 M_0 可达的一切标识的集合记为 $R(M_0)$。

设 $N=(S,T;F)$ 为一个网,若 $\forall s\in S:|{}^{\cdot}s|=|s^{\cdot}|=1$,则称 N 为一个 T-图(T-graph)。若 $N=(S,T;F)$ 为一个 T-图,称 $\Sigma=(N,M_0)$ 为一个标识 T-图。

当我们讨论一个网系统中各变迁之间的同步距离时,一般都假设 Σ 是一个恰当网系统,即 $\forall t\in T,\exists M\in R(M_0):M[t>$。可见,一个恰当网系统 Σ 必然是一级活的。所以在本文中我们假设所讨论的网系统均是恰当网系统。

*)国家自然科学基金(60673053,60603090)。**王丽丽** 助教,研究方向为 Petri 网理论及应用;**吴哲辉** 教授,博士生导师,主要研究方向为 Petri 网理论及应用、算法设计与分析等;**方 欢** 讲师,研究方向为 Petri 网理论及应用。

定义 1[7]　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，$T_1\subseteq T$。$N_{\infty}(T_1)=(S_1,T_1;F_1)$ 称为网 N 关于变迁子集 T_1 的外延子网，当且仅当 $S_1={}^{\bullet}T_1\cup T_1^{\bullet}=(\bigcup\limits_{t\in T_1}{}^{\bullet}t)\cap(\bigcup\limits_{t\in T_1}t^{\bullet})$，$F_1=((S_1\times T_1)\cup(T_1\times S_1))\cap F$。

定义 2[7]　设 $\Sigma=(S,T;F,M_0)$ 为一个 Petri 网，$t_1,t_2\in T$，那么 t_1 和 t_2 的同步距离由下面公式给出：

$$\sigma(t_1,t_2)=\begin{cases}\infty, \text{若 } t_1 \text{ 和 } t_2 \text{ 在}\Sigma\text{中不处于公平关系}\\ \max\limits_{t_i,t_j\in T}\{\#(t_j/\sigma)\mid\exists M\in R(M_0):M[\sigma>\wedge\\ \#(t_i/\sigma)=0\wedge i,j\in\{1,2\}(i\neq j)\},\text{否则}\end{cases}$$

定义 3[6]　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，若 $\forall s\in S:|{}^{\bullet}s|\leqslant 1$ 且 $|s^{\bullet}|\leqslant 1$，则称 N 为一个 T-网(T-net)。若 $N=(S,T;F)$ 为一个 T-网，称 $\Sigma=(N,M_0)$ 为一个标识 T-网。

定义 4　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，$\exists s\in S$，若 ${}^{\bullet}s=\emptyset$，则称 s 为 N 的源库所(source place)；若 $s^{\bullet}=\emptyset$，则称 s 为 N 的汇库所(sink place)。

任给一个 T-网 $\Sigma=(S,T;F,M_0)$，Σ 的全体源库所的集合记为 $S_{source}=\{s\mid s\in S\wedge|{}^{\bullet}s|=0\}$，全体汇库所的集合记为 $S_{sink}=\{s\mid s\in S\wedge|s^{\bullet}|=0\}$。

定义 5　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，若有向回路 C_i 和 C_j 存在公共的结点，则有向回路 C_i 称为 C_j 的相交有向回路，C_j 也称为 C_i 的相交有向回路，或者说有向回路 C_i 和 C_j 是相交的。

定义 6　设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，有向回路集 $CS=\{C_1,C_2,\cdots,C_l\}$，满足 $\forall C_i\in CS$，$\exists C_j\in CS$ 使得 $C_i\cap C_j\neq\emptyset\ (i\neq j)$。若 $\exists s\in S$，满足 ${}^{\bullet}s\cap CS(T)=\emptyset$ 而 $s^{\bullet}\cap CS(T)\neq\emptyset$，其中 $CS(T)=\bigcup\limits_{i=1,\cdots,l}\{t\in T\mid C_i\in CS, t \text{ 在 } C_i \text{ 上}\}$，则称 s 为相交的有向回路集 CS 的输入库所，记输入库所集合为 CS_{inputS}。

根据定义 6 有：当 $CS=\{C\}$ 即只含有一个有向回路时，若 $\exists s\in S$，满足 ${}^{\bullet}s\cap CS(T)=\emptyset$ 而 $s^{\bullet}\cap CS(T)\neq\emptyset$，其中 $CS(T)=\{t\in T\mid t \text{ 在 } C \text{ 上}\}$，则称 s 为有向回路 C 的输入库所，简记为 C_{inputS}。易知对于 $\forall s\in CS_{inputS}$(或 $\forall s\in C_{inputS}$)，均有 $s\notin CS(S)$(或 $s\notin C(S)$)，其中 $CS(S)=\bigcup\limits_{i=1,\cdots,l}\{s\in S\mid C_i\in CS, s \text{ 在 } C_i \text{ 上}\}$($C(S)=\{s\in S\mid s \text{ 在 } C \text{ 上}\}$)。

设 $N=(S,T;F)$ 为一个网，为了下面叙述方便，我们将引入几个记号，其含义如下：

记 ${}^{*}x=\{y\in S\cup T\mid(y,x)\in F^{*}\}$ 表示以 x 为终点的所有路径上的库所和变迁组成的集合，其中 $F^{*}=(x,x)\cup F^{+}$。

记 $x^{*}=\{y\in S\cup T\mid(x,y)\in F^{*}\}$ 表示以 x 为起点的所有路径上的库所和变迁组成的集合，其中 $F^{*}=(x,x)\cup F^{+}$。

1) $S({}^{*}x)={}^{*}x\cap S$(即表示以 x 为终点的所有路径上的库所组成的集合)，称 $S({}^{*}x)$ 为 x 的前序库所集；

2) $S(x^{*})=x^{*}\cap S$(即表示以 x 为起点的所有路径上的库所组成的集合)，称 $S(x^{*})$ 为 x 的后继库所集；

3) $T({}^{*}x)={}^{*}x\cap T$(即表示以 x 为终点的所有路径上的变迁组成的集合)，称 $T({}^{*}x)$ 为 x 的前序变迁集；

4) $T(x^{*})=x^{*}\cap T$(即表示以 x 为起点的所有路径上的变迁组成的集合)，称 $T(x^{*})$ 为 x 的后继变迁集；

5) 对于 $\forall t_i,t_j\in T$，$SP_{t_it_j}$ 表示从变迁 t_i 到变迁 t_j 有向路集合。

定义 7　设 $\Sigma=(S,T;F,M_0)$ 为一个含有源库所的标识 T-网，$s'\in S$，若 $\exists s\in S_{source}$ 使得 $s'\in S(s^{*})$ 且 $s'\in CS_{inputS}$(或 $s'\in C_{inputS}$)，则我们称库所 s' 为相交回路集 CS(或回路 C)的控制库所。

显然，相交回路集 CS(或回路 C)的控制库所必然为相交回路集 CS(或回路 C)的输入库所。

定义 8　设 $\Sigma=(S,T;F,M_0)$ 为一个含有源库所的标识 T-网，s' 为相交回路集 CS(或回路 C)的控制库所，易知 $|s'^{\bullet}|=1$，设 $s'^{\bullet}=\{t'\}$。我们称 t' 为相交回路集 CS(或回路 C)的控制库所接入变迁。

显然，在一个含源库所的标识 T-网中，相交回路集 CS(或回路 C)的控制库所接入变迁肯定是在相交回路集 CS(或回路 C)之上的。

下面将结合一个实例对上述的几个定义中的术语加以解释。

例 1　图 1 所示为一个带源库所的标识 T-网，源库所的集合为 $S_{source}=\{s_0,s_2\}$。从定义 5 可知：此网中存在两个相交的有向路 $C_1=\{t_1t_2t_3t_4t_1\}$，$C_2=\{t_3t_5t_6t_2t_3\}$，所以 $CS=\{C_1,C_2\}$。

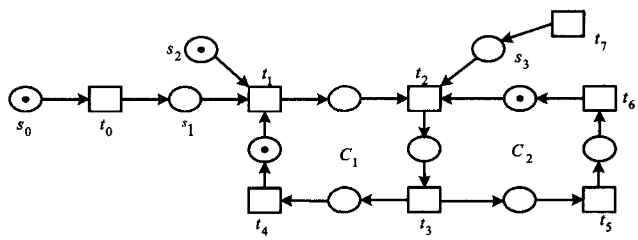

图 1　一个含源库所的标识 T-网

由定义 6 易知：相交的有向回路集 CS 的输入库所为 $CS_{inputS}=\{s_1,s_2,s_3\}$；由定义 7 易知：因为 $s_1\in S(s_0^{*})$，$s_2\in S(s_2^{*})$ 且 $s_1,s_2\in CS_{inputS}$，所以相交的有向回路集 CS 的控制库所为 $\{s_1,s_2\}$；由定义 8 易知：相交的有向回路集 CS 的控制库所接入变迁为 $\{t_1\}$。

2　T-网同步距离的求解

引理 1　设 $N=(S,T;F)$ 为一个 T-网。若 M_0 为 N 的初始标识，C 是 N 中的一个有向回路，则对 $\forall M\in R(M_0)$，都有

$$\sum_{s\in C}M(s)=\sum_{s\in C}M_0(s) \tag{1}$$

式(1)可以简化表示为 $M(C)=M_0(C)$。

证明：我们只要证明，对于任意的 $M\in R(M_0)$ 和任意 $t\in T$，若 $M[t>M'$，都有 $M(C)=M'(C)$ 即可。事实上，若 $t\in C$，则 t 恰有一条输入弧和一条输出弧在 C 上，即 ${}^{\bullet}t$ 和 $t^{\bullet}$ 中都恰有一个元素在 C 上，从而对于回路 C 来说，t 的发生只是把 C 上 ${}^{\bullet}t$ 的元素中的标志送到 C 上 $t^{\bullet}$ 的元素中，C 的总体标志数不会改变。

若 $t\notin C$，则 t 的输出弧和输入弧都不在 C 上，t 的发生对 C 上的标志没有影响。　　证毕。

引理 2　设 $\Sigma=(S,T;F,M_0)$ 为一个含有源库所的标识 T-网，且网 Σ 为一个恰当网系统。对于 $\forall t\in T$，若 $\exists s\in S_{source}$，$t\in T(s^{*})$，则 t 为一级活变迁；若 $\forall s\in S_{source}$，$t\notin T(s^{*})$，则 t 为四级活变迁。

证明：我们分两种情况来给出证明。

1) 对于 $\forall t\in T$，若 $\exists s\in S_{source}$，$t\in T(s^{*})$，则由于 $\forall s\in S_{source}$，${}^{\bullet}s=\emptyset$，故经过某个变迁序列的发生，可使 s 中的标志流空，从而使得 $t\in T(s^{*})$ 中的变迁再也不能发生(即它们的发生次数受到 s 中标志的限制)，所以源库所的后序变迁 t 均

为一级活的。

2)对于$\forall t\in T$,若$\forall s\in S_{source}$,$t\notin T(s^*)$,$T'=T-\bigcup_{s\in S_{source}}T(s^*)$。设$\Sigma'=(S',T';F',M'_0)$为网$\Sigma$关于变迁子集$T'$的外延子网,易知外延子网$\Sigma'$为一个含有汇库所而无源库所的T-网。由于$\Sigma$为一个恰当网系统,所以$\Sigma'$为一个活的含有汇库所而无源库所的T-网。又因为$\forall s\in S_{source}$到子网$\Sigma'$均没有有向路,所以源库所对子网的运行没有任何的限制。这样在$\forall M\in R(M_0)$有$M'\in R(M)$使得$\forall t\in T'$,$M'[t>$。故$\forall t\in T'$,有t为四级活的。

综合1)和2)即证 。 证毕。

定理1[8] 设$\Sigma=(S,T;F,M_0)$为一个活的标识T-图。如果$t_i,t_j\in T$,记t_i到t_j的有向路的集合为SP_{ij},并记

$$\delta_{ij}=\begin{cases}\min\{\sum_{s\in P}M_0(s)\mid P\in SP_{ij}\}, & 若\ SP_{ij}\neq\emptyset\\ \infty, & 若\ SP_{ij}=\emptyset\end{cases}$$

那么,t_i和t_j之间的同步距离为$sd(t_i,t_j)=\delta_{ij}+\delta_{ji}$

定理2 设$\Sigma=(S,T;F,M_0)$为一个标识T-网。如果$\forall s\in S$都有$|{}^\cdot s|=1$,$|s^\cdot|\leqslant 1$(即网中存在汇库所而没有源库所),对于$t_i,t_j\in T$,那么t_i和t_j之间的同步距离求解同标识T-图(见定理1)。

证明:由于$\forall s\in S_{sink}$对网中任意变迁的引发都没有约束,它只能用来记录${}^\cdot s$中变迁的引发次数,所以这些汇库所对网中变迁之间的同步距离的求解没有任何的影响。我们可以将这些汇库所从网中删去,从而得到一个标识T-图,故求这类标识T-网的变迁之间的同步距离问题就转化为标识T-图中变迁之间同步距离问题。 证毕。

在一个含有源库所的标识T-网$\Sigma=(S,T;F,M_0)$中,设相交回路集CS(或回路C)的m个控制库所为$s'_1,s'_2,\cdots,s'_m$,对应此相交回路集CS(或回路C)的m个控制库所有n个控制库所接入变迁,设为$t'_1,t'_2,\cdots,t'_n$,我们将根据m,n的可能出现的关系分成以下几类情况:

1)若$m=1,n=1$,则表明每个相交回路集CS(或回路C)只有唯一的一个控制库所s'和唯一的一个控制库所接入变迁t',满足$s'^\cdot=\{t'\}$,易知$t'\in CS(T)$(或$t'\in C(T)$);

2)若$m>1,n=1$,则表明每个相交回路集CS(或回路C)有多个控制库所$s'_1,s'_2,\cdots,s'_m$和唯一的一个控制库所接入变迁t',满足$s'^\cdot=\{t'\}(i=1,2,\cdots,m)$,易知$t'\in CS(T)$(或$t'\in C(T)$);

3)$m=n>1$,则表明每个相交回路集CS(或回路C)有多个控制库所$s'_1,s'_2,\cdots,s'_m$和多个控制库所接入变迁$t'_1,t'_2,\cdots,t'_n$,且每个控制库所对应一个相应的控制库所接入变迁,即满足$s_i'^\cdot=\{t_i'\}(i=1,2,\cdots,m)$,易知$t'_i\in CS(T)$(或$t'_i\in C(T)$);

4)若$m>n>1$,则表明每个相交回路集CS(或回路C)有多个控制库所$s'_1,s'_2,\cdots,s'_m$和多个控制库所接入变迁$t'_1,t'_2,\cdots,t'_n$,且多个控制库所对应一个控制库所接入变迁。

本文为了简化讨论,我们主要讨论上述第1)种情况下的标识T-网中变迁之间的同步距离。

下面我们将分类讨论上述第1)种情况下标识T-网中变迁之间的同步距离。

任意给定的一个含有汇库所的标识T-网$\Sigma=(S,T;F,M_0)$,由于Σ中的汇库所对任何变迁的动态行为都不产生影响,所以我们可以将汇库所从网中删去,从而在保持各个变迁对同步距离不变的条件下就能将网系统Σ转换为一个不含汇库所的T-网。因此下面在讨论T-网中变迁之间的同步距离时,我们假设网中没有汇库所。为了讨论方便我们再假设T-网Σ中$|S_{source}|=1$,即只有一个源库所。下面定理将着重讨论上述的分类第1)种情况下标识T-网中变迁之间同步距离求解方法。

定理3 设$\Sigma=(S,T;F,M_0)$为一个$|S_{source}|=1$标识T-网。设Σ中唯一的一个源库所为s,即${}^\cdot s=\emptyset$,由于$|s^\cdot|=1$,所以设$s^\cdot=\{t\}$。对$t_i,t_j\in T$,t_i和t_j之间的同步距离求解分为以下几种情况来计算。

1)若$t_i,t_j\notin T(s^*)$,记

$$\delta(t_i,t_j)=\begin{cases}\min\{\sum_{s\in P}M_0(s)\mid P\in SP_{t_it_j}\}, & 若\ SP_{t_it_j}\neq\emptyset\\ \infty, & 否则\end{cases}$$

那么,t_i和t_j之间的同步距离为

$$sd(t_i,t_j)=\delta(t_i,t_j)+\delta(t_j,t_i) \tag{2}$$

2)若$t_i\notin T(s^*)$,$t_j\in T(s^*)$,那么,t_i和t_j之间的同步距离为$sd(t_i,t_j)=\infty$

3)若$t_i,t_j\in T(s^*)$,此时我们需要分为以下两种情况来讨论:

a)若从t_i到t_j存在有向路,并且从t_j到t_i也存在有向路,即至少存在一个有向回路C既通过t_i也通过t_j。当有多条回路既通过t_i也通过t_j,则这些回路是相交的。

因为我们假设网中相交回路集只有一个控制库所,设s'为这些相交回路集的一个控制库所,则$s'\in S(s^*)$。由于$|s'^\cdot|=1$,所以设$s'^\cdot=\{t'\}$。易知,t'在这些相交回路集之上。

$$\delta(t',t_i)=\begin{cases}\min\{\sum_{s\in P}M_0(s)\mid P\in SP_{t't_i}\}, & 若\ SP_{t't_i}\neq\emptyset\\ 0, & 否则\end{cases}$$

对于$\delta(t_i,t_j)$,$\delta(t_j,t_i)$,$\delta(t',t_j)$,$\delta(t,t')$的求解均同$\delta(t',t_i)$。

$$M_{\max}(s')=M_0(s)+\delta(t,t')$$

$M_0(C_1)=\min\{M_0(C)\mid C$既通过$t_i$也通过$t_j\}=\delta(t_i,t_j)+\delta(t_j,t_i)$

那么,t_i和t_j的同步距离为

$$sd(t_i,t_j)=\max\{\delta(t',t_i),\delta(t',t_j),\min\{M_{\max}(s'),M_0(C_1)\}\} \tag{3}$$

b)若从t_i到t_j存在单向有向路,不妨假设从t_i到t_j存在有向路,从t_j到t_i不存在有向路。

$$\delta(t,t_i)=\begin{cases}\min\{\sum_{s\in P}M_0(s)\mid P\in SP_{tt_i}\}, & 若\ SP_{tt_i}\neq\emptyset\\ 0, & 若\ SP_{tt_i}=\emptyset\end{cases}$$

其中$\delta(t,t_j)$的求解同$\delta(t,t_i)$。

那么,t_i和t_j的同步距离为

$$sd(t_i,t_j)=\max\{M_0(s)+\delta(t,t_i),M_0(s)+\delta(t,t_j)\} \tag{4}$$

证明:我们按照上述的几种分类来加以证明。

1)若$t_i,t_j\notin T(s^*)$,$T'=T-T(s^*)$,设$\Sigma'=(S',T';F',M'_0)$为网Σ关于变迁子集T'的外延子网,易知外延子网Σ'为一个活的含有汇库所的T-网且$t_i,t_j\in T'$。由于Σ为一个恰当网系统,所以Σ'为一个活的含汇库所的T-网,并且汇库所s对T'中的任何变迁的动态行为都不产生影响,即$\forall t\in T'$在Σ'中的动态行为和在网Σ中的动态行为完全一样的。所以分析Σ中t_i,t_j的同步距离可以转化为分析Σ'中t_i,t_j的同步距离。由定理2可以知道对网Σ'的变迁之间同步距离的求解与标识T-图中变迁之间同步距离求解相同。故有t_i和t_j之间的同步距离为

$$sd(t_i,t_j)=\delta(t_i,t_j)+\delta(t_j,t_i)$$

其中 $\delta(t_i,t_j)=\begin{cases}\min\{\sum_{s\in P}M_0(s)\mid P\in SP_{t_it_j}\}, & 若\ SP_{t_it_j}\neq\emptyset\\ \infty, & 否则\end{cases}$

2)若 $t_i\notin T(s^*)$,$t_j\in T(s^*)$,由引理 2 可知 t_i 是四级活而 t_j 是一级活的。故对于任意的正整数 k,$\exists M\in R(M_0)$,$\sigma\in T'$(其中 $T'=T-T(s^*)$):$M[\sigma>$ 有 $\#(t_i/\sigma)>k$,$\#(t_j/\sigma)=0$,这表明 t_i,t_j 不处于公平关系。因此 $sd(t_i,t_j)=\infty$。

3)若 $t_i,t_j\in T(s^*)$,我们也分两种情况来分别给予证明。

a)当网Σ中至少存在一个有向回路 C,它既通过 t_i 也通过 t_j。注意Σ为一个标识 T-网,所以由引理 1 可知:$\forall M\in R(M_0)$:$M(C)=M_0(C)$。当同时有多个回路既通过 t_i 也通过 t_j 时,设 $M_0(C_1)=\min\{M_0(C)\mid C$ 既通过 t_i 也通过 $t_j\}$,那么,对任意 $M\in R(M_0)$,如果 $\forall\sigma\in T^*$:$M[\sigma>$,分两种情况来说明则必有

当 $M_0(C_1)\leq M_{max}(s')$

$$\#(t_i/\sigma)=0\rightarrow\#(t_j/\sigma)\leq M_0(C_1) \quad (5)$$

$$\#(t_j/\sigma)=0\rightarrow\#(t_i/\sigma)\leq M_0(C_1) \quad (6)$$

当 $M_0(C_1)>M_{max}(s')$

$$\#(t_i/\sigma)=0\rightarrow\#(t_j/\sigma)\leq\max\{\delta(t',t_j),M_{max}(s')\} \quad (7)$$

$$\#(t_j/\sigma)=0\rightarrow\#(t_i/\sigma)\leq\max\{\delta(t',t_i),M_{max}(s')\} \quad (8)$$

而且易知,当 $M_0(C_1)\leq M_{max}(s')$,存在 M 和 σ 使得上述的式(5)、式(6)右边的等号成立;当 $M_0(C_1)>M_{max}(s')$,存在 M 和 σ 使得上述的式(7)、式(8)右边的等号成立。

从而综合上述的情况我们可以得到:$sd(t_i,t_j)=\max\{\delta(t',t_i),\delta(t',t_j),\min\{M_{max}(s'),M_0(C_1)\}\}$。

b)若从 t_i 到 t_j 存在单向有向路,不妨假设从 t_i 到 t_j 存在有向路,从 t_j 到 t_i 不存在有向路。如果 $\forall\sigma\in T^*$:$M[\sigma>$,则必有

$$\#(t_i/\sigma)=0\rightarrow\#(t_j/\sigma)\leq M_0(s)+\delta(t,t_j) \quad (9)$$

$$\#(t_j/\sigma)=0\rightarrow\#(t_i/\sigma)\leq M_0(s)+\delta(t,t_i) \quad (10)$$

而且易知,存在 M 和 σ 使得上述的式(9)、式(10)右边的等号成立。证毕。

由于在一个含有源库所的标识 T-网中源库所、相交回路集的控制库所以及控制库所接入变迁三者之间存在着非常错综复杂的关系,对于每种情况其同步距离的求解均存在差别,无法用统一的公式给出,所以本文在此仅给出了存在一个源库所、相交回路集只有一个控制库所以及一个控制库所接入变迁这种情况下 T-网的同步距离求解公式,至于其它的情况均可以在定理 2 的基础上加以少许修改可求得。如(1)当含有源库所的标识 T-网中有多个源库所、相交回路集只有一个控制库所以及一个控制库所接入变迁时,在定理 2 中 1)、2)情况下的同步距离求解方法不变,在 3)的情况下,对于 a) 我们只需将 $M_{max}(s')$ 修改为

$$M_{max}(s')=\min_{s\in S_{source}}\{M_0(s)+\delta(t,t')\}$$

其中 $s^{\cdot}=\{t\}$对于 b)我们将 $sd(t_i,t_j)$修改为

$$sd(t_i,t_j)=\min_{s\in S_{source}}\{\max\{M_0(s)+\delta(t,t_i),M_0(s)+\delta(t,t_j)\}\}$$

(2)当含有源库所的标识 T-网中有一个源库所、相交回路集有多个控制库所以及一个控制库所接入变迁(即控制库所和控制库所接入变迁满足上述的分类中的第 2)种情况)时,在定理 2 中 1)、2)情况下的同步距离求解方法不变,在 3)的情况下,对于 a)将 $sd(t_i,t_j)$改为

$$sd(t_i,t_j)=\max\{\delta(t',t_i),\delta(t',t_j),\min\{\min_{s'\in CS_{inputS}}\{M_{max}(s')\},M_0(C_1)\}\}$$

对于 b)情况我们不需要修改 $sd(t_i,t_j)$

至于其它的情况下同步距离的求解方法这里不做一一介绍了。

3 举例

下面我们将结合几个典型的实例来说明上述定理 1 和定理 2 的求解步骤。

例 2 图 2 给出的是一个标识 T-网。其中 s 为源库所,在网Σ_1 中除了 t_6,t_7 之外其它变迁均为源库所的前序变迁。

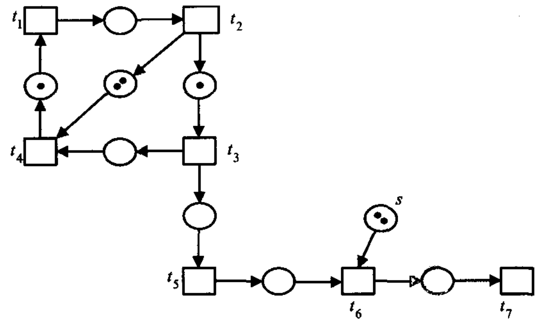

图 2 一个标识 T-网Σ_1

下面我们将分成下列三种情况来求Σ_1 中的各个变迁对之间的同步距离。

1) 因为 $T(^*t_6)=\{t_1,t_2,t_3,t_4,t_5\}$,即 $t_1,t_2,t_3,t_4,t_5\notin T(s^*)$。根据定理 3 中 1)情况可知应用定理 2 中方法,我们可以计算 $T(^*t_6)$中这些变迁之间的同步距离如下所示:

$$M_\delta(\Sigma_4)=\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 2 & 0 & 2\\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{c} \\ t_1\\ t_2\\ t_3\\ t_4\\ t_5 \end{array}$$

因此,这些变迁之间的同步距离为

$sd(t_i,t_i)=0,i=1,2,3,4,5$

$sd(t_i,t_5)=sd(t_5,t_i)=\infty,i=1,2,3,4$

$sd(t_1,t_2)=sd(t_2,t_1)=2$

$sd(t_1,t_3)=sd(t_3,t_1)=2$

$sd(t_1,t_4)=sd(t_4,t_1)=2$

$sd(t_2,t_3)=sd(t_3,t_2)=2$

$sd(t_2,t_4)=sd(t_4,t_2)=2$

$sd(t_3,t_4)=sd(t_4,t_3)=2$

2)因为 $T(s^*)=\{t_6,t_7\}$,且 t_6 和 t_7 之间只存在单向有向路,所以我们利用定理 3 中 3)的 b)可以求得:$sd(t_6,t_7)=\max\{M_0(s),M_0(s)+\delta(t_6,t_7)\}=2$

3)对于 $\forall t_i\notin T(s^*)$,$t_j\in T(s^*)$其中($i=1,2,3,4,5$,$j=6,7$),我们应用定理 3 中 2)就可得到

$sd(t_i,t_6)=\infty(i=1,2,3,4,5)$

$sd(t_i,t_7)=\infty(i=1,2,3,4,5)$

例 3 图 3 给出的网系统是标识 T-网Σ_2,其中 s 为源库所,网中所有的变迁均为源库所的后序变迁,下面我们将给出

(下转第 169 页)

参 考 文 献

[1] Delanya S J, Cunninghamb P, Tsymbalb A, et al. A case-based technique for tracking concept drift in spam filtering (J), Knowledge-Based Systems, 2005, 18(4/5): 187-195

[2] Mitchell T M. 机器学习(M). 曾华军, 张银奎, 等译. 北京: 机械工业出版社, 2003, 1: 165-178

[3] Cunningham P, Nowlan N. Delany S J. et al. A Case-Based Approach to Spam Filtering that Can Track Concept Drift (C)// Proceedings of the ICCBR'03 workshop on long-lived CBR systems. Trondheim, Norway, 2003: 115-123

[4] Fdez-Riverola F, Iglesias E L, DI'az F, et al. Applying lazy learning algorithms to tackle concept drift in spam filtering(J). Expert Systems with Applications, 2007, 33: 36-48

[5] Zorkadis V, Karras D A, Panayotou M. Efficient information theoretic strategies for classifier combination, feature extraction and performance evaluation in improving false positives and false negatives for spam e-mail filtering (J). Neural Networks, 2005, 18: 799-807

[6] Delany S J, Cunningham P, Coyle L. An Assessment of Case-Based Reasoning for Spam Filtering (J). Artificial Intelligence Review, 2005, 24(3/4): 359-378

[7] Tan P N, Stenbach M, Kumar V. 数据挖掘导论(M). 范明, 范宏建, 等译. 北京: 人民邮电出版社, 2006(5): 13, 50, 137-138

[8] Delany S J, Cunningham P. An Analysis of Case-Base Editing in a Spam Filtering System [J]. Computer Science, Springer Berlin / Heidelberg, 2004, 3155: 128-141

[9] Androutsopoulos, Koutsias J, Chandrinos K V, et al. An Evaluation of Naive Bayesian Anti-Spam Filtering// Proceedings of the workshop on Machine Learning in the New Information Age (C). 11th European Conference on Machine Learning. Barcelona, Spain: 9-17

[10] Stone T. Parameterization of Naive Bayes for Spam Filtering. Masters comprehensive exam, University of Colorado at Boulder, 2003. http://trevorstone.org/school/spamfiltering.pdf

(上接第 103 页)

这些变迁对之间同步距离的求解。

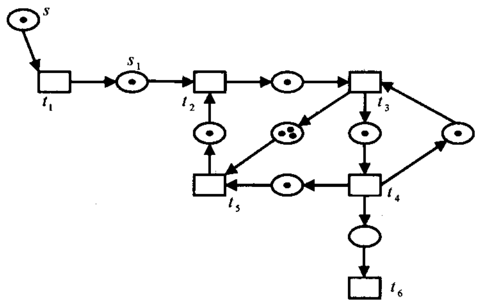

图 3　一个标识 T-网Σ_2

易知, $T(s^*)=\{t_1,t_2,t_3,t_4,t_5,t_6\}$, 应用定理 3 中 3)我们可以分为以下二种情况来求解这些变迁之间的同步距离:

1)其中 t_2,t_3,t_4,t_5 它们两两之间均存在有向路, 它们所在有向回路的控制库所是 s_1, 所以我们采用 3)中 a)方法来求解它们之间的同步距离。

$M_{max}(s_1)=M_0(s)+\delta(t_1,t_2)=2$

$$M_\delta(\Sigma_2)=\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\begin{array}{cc} \begin{matrix} t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{matrix} \end{array}$$

$sd(t_2,t_3)=\max\{\delta(t_2,t_3),\min\{M_{max}(s_1),\delta(t_2,t_3)+\delta(t_3,t_2)\}\}=2$

$sd(t_2,t_4)=\max\{\delta(t_2,t_4),\min\{M_{max}(s_1),\delta(t_2,t_4)+\delta(t_4,t_2)\}\}=2$

$sd(t_2,t_5)=\max\{\delta(t_2,t_5),\min\{M_{max}(s_1),\delta(t_2,t_5)+\delta(t_5,t_2)\}\}=2$

$sd(t_3,t_4)=\max\{\delta(t_2,t_3),\delta(t_2,t_4),\min\{M_{max}(s_1),\delta(t_3,t_4)+\delta(t_4,t_3)\}\}=2$

$sd(t_3,t_5)=\max\{\delta(t_2,t_3),\delta(t_2,t_5),\min\{M_{max}(s_1),\delta(t_3,t_5)+\delta(t_5,t_3)\}\}=2$

$sd(t_4,t_5)=\max\{\delta(t_2,t_4),\delta(t_2,t_5),\min\{M_{max}(s_1),\delta(t_4,t_5)+\delta(t_5,t_4)\}\}=2$

2) 由于变迁 t_1,t_6 与 t_2,t_3,t_4,t_5 之间只存在单向有向路, 而且 t_1 与 t_6 之间也只存在单向有向路, 所以它们之间的同步距离为:

$t_1: sd(t_1,t_2)=M_0(s)+\delta(t_1,t_2)\Rightarrow 2$

$sd(t_1,t_3)=M_0(s)+\delta(t_1,t_3)=2$

$sd(t_1,t_4)=M_0(s)+\delta(t_1,t_4)=3$

$sd(t_1,t_5)=M_0(s)+\delta(t_1,t_5)=3$

$sd(t_1,t_6)=M_0(s)+\delta(t_1,t_6)=3$

$t_6: sd(t_2,t_6)=\max\{M_0(s)+\delta(t_1,t_2),M_0(s)+\delta(t_1,t_6)\}=3$

$sd(t_3,t_6)=\max\{M_0(s)+\delta(t_1,t_3),M_0(s)+\delta(t_1,t_6)\}=3$

$sd(t_4,t_6)=\max\{M_0(s)+\delta(t_1,t_4),M_0(s)+\delta(t_1,t_6)\}=3$

$sd(t_5,t_6)=\max\{M_0(s)+\delta(t_1,t_5),M_0(s)+\delta(t_1,t_6)\}=3$

结束语　本文找出了另一个 Petri 网子类——T-网同步距离的求解也是简单易行的, 指出了标识 T-网也同标识 S-图和标识 T-图一样可以直接通过网的结构和初始标识分布情况来得到变迁之间的同步距离, 并给出了相应的求解定理。由于在一个含有源库所的标识 T-网中源库所、相交回路集的控制库所以及控制库所接入变迁之间的关系非常的复杂, 而且每种情况下的同步距离的求解方法都稍有不同, 这就无法以一种统一的公式给出求解方法, 所以这里只给出了最基本的一种情况下的变迁之间的同步距离的求解, 至于其它的情况均可以在此基础上加以少许修改就可得到(如文中就列出了其中另外两种情况下同步距离的求解方法)。

参 考 文 献

[1] Ezpeleta J, Colorn J M, Martinez J. A Petri net based deadlock prevention policy for Flexible Manufacturing Systems[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1995, 11(2)

[2] 杜玉越, 蒋昌俊. 基于工作流网的实时协同系统模拟技术[J]. 计算机学报, 2004, 27(4)

[3] Shan Z G, In C, En F Y, et al. Modeling and Performance Analysis of a Multiserver Multiqueue System on the Grid[J]//Proc. of the The Ninth IEEE Workshop on Future Trends of Distributed Computing Systems(FTDCS'03). 2003

[4] 顾冠群, 姜爱泉, 罗军舟. 基于 Petri 网的协议并行化处理模型的描述和验证[J]. 计算机学报, 1996, 19, 11

[5] Petri C A. Interpretations of Net Theory[J]. ISF-Report75-07. GMD, St. Augustin, F. R. G., 1975

[6] 袁崇义. Petri 网原理[M]. 北京: 电子工业出版社, 1998

[7] 吴哲辉. Petri 网导论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006

[8] Murata T. Petri nets: Properities, Analysis and Applications[J] //Proc. of the IEEE. 1989, 77(4)

[9] 张军明, 吴哲辉. 标识 S-图中同步距离的计算[J]. 东南大学学报, 1995(5)

[10] 袁崇义. 出现网的同步距离[J]. 应用数学学报, 1984(10)