

无线网络中一类多播网络的网络编码<sup>\*</sup>)王 静<sup>1</sup> 赵林森<sup>2</sup> 刘向阳<sup>3</sup> 王新梅<sup>1</sup>(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室 西安 710071)<sup>1</sup>(西安邮电学院电子与信息工程系 西安 710061)<sup>2</sup> (西安通信学院军事综合信息网教研室 西安 710106)<sup>3</sup>

**摘 要** 提出一种无线网络空间构造的新算法,该算法借助基本图模拟网络节点状态,通过节点基本图的加入和离开动态实现无线网络。 $k$  冗余多播网络采用网络编码可实现最大多播速率  $k$  的信息传输,对于无线网络中的  $k$  冗余多播网络,从网络信息流分解的角度给出一种网络编码算法。

**关键词** 网络编码,无线网络, $k$  冗余多播网络

## Network Coding for a Kind of Multicast Graph in Wireless Network

WANG Jing<sup>1</sup> ZHAO Lin-sen<sup>2</sup> LIU Xiang-yang<sup>3</sup> WANG Xin-mei<sup>1</sup>(State Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)<sup>1</sup>(Telecom. Department, Xi'an Institute of Post & Telecommunications, Xi'an 710061, China)<sup>2</sup>(Military Comprehensive Information Network Teaching Office, Xi'an Communication College, Xi'an 710106, China)<sup>3</sup>

**Abstract** In this paper, a method for constructing wireless network in the space is proposed. More specifically, elementary graphs are used to model the states of network nodes, and wireless network model is realized dynamically by the adding or leaving of the node elementary graph. For  $k$ -redundant multicast network, the maximum multicast rate can be achieved with network coding. For  $k$ -redundant multicast network in wireless network, a network coding algorithm is presented from the network flow perspective.

**Keywords** Network coding, Wireless network,  $k$ -redundant multicast network

## 1 引言

近年来,多播传输已成为现代通信中一个重要的组成部分。如果仅仅使用目前的多播传输技术,很多网络实际传输速率并不能达到网络本身所能提供的速率上限,即目前的技术还没有充分地利用网络资源。

传统的网络节点只是将收到的数据路由、转发,并不进行数据的数学运算。Li 等在 2000 年首次提出了网络编码理论<sup>[1]</sup>,其核心思想是网络中的节点可采用不加冗余的编码,以充分利用已有网络资源进行更加有效的数据传输。此思想突破了一直以来数据传输的固定模式,从而为进一步提高目前的网络传输速率奠定了基础。基于网络编码的多播传输,其传输速率可以达到最大流,即网络流量的理论上限值,这是网络编码提出的初期阶段学者们认为网络编码的主要优点。同时,网络编码还在资源消耗、负载均衡、管理、网络健壮性等方面带来了好处。

网络编码以前的工作主要集中在有线网络。本文考虑无线网络中的网络编码,提出了一种无线网络空间构造的新算法,该算法借助 Chou 提出的基本图<sup>[2]</sup>模拟网络节点状态,通过节点基本图的加入和离开,模拟无线网络的动态变化。Zhu 等<sup>[3]</sup>提出了  $k$  冗余多播网络的概念,指出在  $k$  冗余多播网络中采用网络编码,网络的多播传输速率可以提高将近一倍。从网络信息流分解的观点出发,给出无线网络中  $k$  冗余多播网络的一种网络编码算法。

## 2 无线网络模型

无线网络  $G=(V, E)$  是基于节点的网络,网络中的节点具有全向传输特性,一个网络节点发送的信息可以被它传输范围内的所有节点接收。无线网络节点同时支持多条输出链路,具有一定物理状态支持的链路集合相应于一个基本图<sup>[2]</sup>。节点基本图可以用来描述无线网络节点的传输状态,空间上级联所有节点的基本图可以模拟无线网络。

图 1 给出了无线网络中 13 个节点对应的基本图  $G_k=(V_k, E_k)(1 \leq k \leq 13)$ 。组合所有节点的基本图  $G_k$  得到无线网络,用  $G=\bigcup_{k=1}^{13} G_k$  表示。图 2 给出了图 1 中网络节点基本图构成的无线网络模型  $G=\bigcup_{k=1}^{13} G_k$ 。

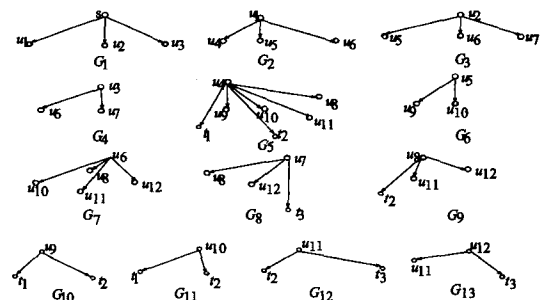


图 1 无线网络中 13 个节点的基本图

<sup>\*</sup>863 基金资助项目(2007AA01Z215),国家自然科学基金资助项目(60502046,90604009),国家青年科学基金资助项目(60503010)。王 静 博士研究生,研究方向为网络编码;刘向阳 博士研究生,助教,研究方向为网络编码;王新梅 教授,博士生导师,研究方向为信道编码、信息理论及信息安全。

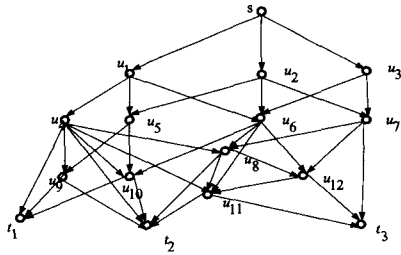


图2 节点基本图构成的无线网络模型

对于基本图  $G_k$ ,  $P(G_k)$  表示图  $G_k$  消耗的功率。假设  $i$  是一个无线网络节点,  $p_i$  为其传输的功率,  $a_{ij}$  表示从节点  $i \in V$  到节点  $j \in V$  的路径增益。假定所有接收节点具有相同的噪声消耗  $\sigma^2$ 。节点  $j$  从节点  $i \in V$  接收信息, 其信噪比 SNR 满足下式:

$$SNR_{ij} = \frac{a_{ij} p_i}{\sigma^2}$$

只要节点  $j$  接收到的信噪比  $SNR_{ij}$  超过某个极限  $\gamma$ , 发送节点  $i$  就能将信息发送到节点  $j$ 。网络节点  $i$  到多个相邻节点的信噪比 SNR 都可能超过极限  $\gamma$ , 节点  $i$  的广播链路能够将相同的信息发送到所有满足条件的相邻节点, 且只消耗功率  $p_i$ 。

### 3 $k$ 冗余多播网络

对于无线多播网络  $G=(V, E)$ ,  $V$  是节点集,  $E$  是链路集, 链路具有单位带宽。采用文献[3]中的算法可以得到网络  $G$  对应的  $k$  冗余多播网络。下面介绍  $k$  冗余多播网络的概念:

定义 1 ( $k$  冗余多播网络)<sup>[3]</sup> 一个单源多播的  $k$  冗余多播网络是一个有向非循环图(DAG), 具有下面两个特性:

1) 节点集  $V$  由三个离散子集  $\{s\} \cup V_I \cup V_T$  构成:  $\{s\}$ , 源节点, 其入度  $\text{indegree}(s)=0$  且出度  $\text{outdegree}(s)>0$ ;  $V_I$ , 中间节点, 用  $u_i (1 \leq i \leq |V_I|)$  来标记, 其入度  $1 \leq \text{indegree}(u_i) \leq k$  且出度  $\text{outdegree}(u_i)>0$ ;  $V_T$ , 接收节点, 用  $t_i (1 \leq i \leq |V_T|)$  标记, 其入度  $\text{indegree}(t_i)=k$  且出度  $\text{outdegree}(t_i) \geq 0$ ;

2) 如果网络中链路具有单位带宽, 对于入度为  $k$  的节点其最大流为  $k$ 。

图3给出了一个2冗余多播网络。  $s$  是源节点, 其入度为0, 出度为3;  $u_1, u_2, u_3$  是中间节点, 其入度为1, 出度为2;  $t_1, t_2, t_3$  表示接收节点, 其入度为2, 出度为0。假定图3中链路具有单位带宽, 每个接收节点的入度为2, 它们的最大流也为2,  $F_{\text{multicast}}=2$ 。

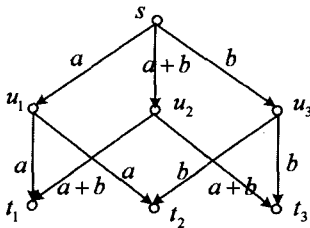


图3 一个2冗余多播网络

采用图3中的编码方式进行多播传输时达到了速率  $F_{\text{multicast}}$ , 其中信息  $a$  和  $b$  在源路由器上被编码成  $a+b$  后发送到中间节点  $u_2$ 。接收节点  $t_1$  可以通过  $a$  和  $a+b$  得到  $b$ , 同理

接收节点  $t_3$  也可以得到  $a$  和  $b$ 。如果不采用网络编码, 无法实现速率为2的多播传输。

### 4 无线网络中 $k$ 冗余多播网络的网络编码

无线网络和有线网络存在很大不同。有线网络的传输是基于链路的, 网络的能量消耗用所有链路上消耗的功率之和来表示, 从同一节点输出的链路不一定携带相同的信息。但无线网络基于节点进行信息传输, 从同一节点输出的链路携带相同的信息, 无线网络的能量消耗用所有节点上消耗的能量之和来衡量。基于无线网络特性, 建立如下无线网络编码模型<sup>[4]</sup>。

对于节点  $v$ ,  $Y(v)$  标记节点  $v$  的输出链路  $e$  上传输的信息, 则  $Y(v)$  可以表示如下:

$$Y(v) = \sum_{\{i, X_i \text{ generated at } v\}} \alpha_{i,e} X_i + \sum_{\{v', \text{head}(e')=v \text{ and tail}(e')=v'\}} \beta_{e'} Y(v')$$

这里  $X_i$  表示信源信息,  $Y(v')$  表示节点  $v'$  的输出链路  $e'$  上传输的信息, 并且链路  $e'$  的终端  $\text{head}(e')=v$ , 起始端  $\text{tail}(e')=v'$ 。

接收节点  $t \in T$  输出的随机过程  $Z(t, i)$  可用其输入链路上信息的线性组合表示:

$$Z(t, i) = \sum_{\{v, \text{head}(e)=t \text{ and tail}(e)=v\}} \gamma_{i,e} Y(v)$$

利用系数  $\alpha_{i,e}, \beta_{e'}, \gamma_{i,e} \in F_{2^m}$  定义网络编码  $(A, F, B)$ 。其中

$$A_{i,j} = \begin{cases} \alpha_{i,e} & X_i = X(\text{tail}(e)) \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$B_{i,j} = \begin{cases} \gamma_{i,e} & z_{t_i} = Z(\text{head}(e)) \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$F_{i,j} = \begin{cases} \beta_{e'} & \text{head}(e')=j, \text{tail}(e')=i \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

得到系统转换矩阵  $M_t = A(I-F)^{-1}B_t^T$ 。

当多播网络比较简单时, 可以使用文献[5]中给出的算法使系统转换矩阵非零, 得到一个有效的网络编码。

定理 1 (无线多播网络的可行性)<sup>[4]</sup> 由  $(A, F, B)$  决定的一个无线多播网络是可解的当且仅当对所有接收节点  $t \in T$  相应的系统转换矩阵  $M_t = A(I-F)^{-1}B_t^T$  在有限域  $F_{2^m}$   $[\alpha_{i,e}, \beta_{e'}, \gamma_{i,e}]$  中具有非零行列式。

当多播网络很复杂时, 由于转换矩阵的行列式包含指数个数, 该算法不够有效。受文献[6,7]中观点的启发, 从网络信息流的角度考虑无线网络中  $k$  冗余多播网络的网络编码。在  $k$  冗余多播网络中, 对所有接收节点  $t \in T$ , 存在信源  $s$  到节点  $t$  的  $k$  条离散路径。由于  $k$  冗余多播网络删除了无线网络中一些冗余的链路和节点, 编码的复杂性显著降低。

在无线网络  $G=(V, E)$  中, 定义链路的顺序  $\leq$ , 如果链路  $e_i$  到链路  $e_j$  存在一条路径, 则  $e_i \leq e_j$ 。对链路集合  $|E|$  中所有链路排序, 如果  $i \leq j$ , 则  $e_i \leq e_j$ 。

给出如下符号:

- $G=(I-F)^{-1}$
- $G_H$  是  $G$  的子矩阵, 它的列向量对应于集合  $H$  中的链路
- $a_j$  是矩阵  $A$  的第  $j$  列
- $e = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$  表示一条依次经过链路  $e_1, e_2, \dots, e_k$  的路径

(下转第125页)

偿<sup>[7]</sup>;另一方面,必须要对此误差进行修正,采取的方法是进行连续、实时的比对,对比对的结果形成一系列的数据 $(t_i, \Delta t_i)$ ,然后对此同步数据通过一定的算法进行拟合,对拟合结果进行平滑处理,得到一段时间内路径误差为最小的卫星钟差<sup>[9]</sup>。

在采取微调卫星发射时间同步信号的时延来进行补偿后,由于卫星钟是不同步的,因此卫星之间发射时间同步信号的时间也不相同,这仍然会导致一定的误差。当卫星间互发时间同步信号的钟面时同步越精确,时间同步信号所经过的路径越相同,这将大大消除传播路径误差和卫星运动的影响。因此应用该方法时,应该先采用其它方法,使得卫星之间完成时间的粗同步,以尽量减小卫星钟面时不同步对时间同步精度的影响。

### 4.3 噪声误差

噪声误差对应(4)式中的第5项,主要源于天线噪声和环路噪声,以及卫星所处空间的太空背景噪声,比如天电干扰、银河噪声和太阳噪声等,噪声对时间同步精度的影响取决于噪声功率相对于时间同步信号功率的大小,因此为尽量消除该项误差,可以增大信号的发射功率,还可以在保证正常接收信号的前提下,尽量压缩收发系统的带宽<sup>[8]</sup>。

从以上星间双向时间同步的误差讨论可知,影响该方法的主要误差源是卫星运动引起的时间同步信号传播路径的不同而产生的时延误差,通过连续、实时的时间同步,按一定的算法处理后,能够把该误差的影响控制在同步误差范围内。

其它的误差源在纳秒量级的时间同步中,或者影响较小,

或者通过准确测量和计算即可得到相应的时延。

**结束语** 基于地球同步静止轨道卫星的星间时间同步方法完成时间同步的区域在大气层外,可以不用考虑大气层对时间同步信号的延迟,降低了时间同步精度依赖大气层时间延迟模型修正的准确程度,提高了时间同步精度;可以对中、低轨卫星之间进行连续、实时的时间同步,减少了时间同步精度对卫星钟差预报模型的依赖程度,因此这种方法可用于星间自主相对时间同步。

### 参考文献

- [1] 谭述森. 卫星导航定位工程[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 170-171
- [2] Lauf J, Calhoun M, Diener W, et al. Clocks and Timing in the NASA Deep Space Network[C]// IEEE Proceedings of the 37nd Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting. 2005: 830-835
- [3] 孙白波. 关于开发适合我国国情的 TDRSS 的设想[J]. 遥测遥控, 1999, 11: 25-30
- [4] 夏南银, 等. 航天测控系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 487-499
- [5] 徐冬梅, 杨龙. 利用条件平差实现导航星座自主守时方法[J]. 中国空间科学技术, 2006, 6: 18-23
- [6] 黄秉英, 等. 时间频率的精确测量[M]. 北京: 中国计量出版社, 1986: 182-184
- [7] 刘利, 韩春好. 卫星双向时间比对及其误差分析[J]. 天文学进展, 2004, 22(3): 219-226
- [8] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 365-369
- [9] 郭廷源. 星上导航信息处理演示系统研制[D]. 四川大学硕士论文. 2005, 6: 48-54

(上接第 109 页)

将文献[6]中的结论扩展到无线网络,得到下面的引理。

**引理 1** 对于  $1 \leq h' \leq h \leq v, v = |E(G)|$ , 假定  $S_{h',h}$  表示无线网络中从  $h'$  到  $h$  的链路集合, 其元素  $\{e_1, e_2, \dots, e_k\}$  满足  $h' = e_1 < e_2 < \dots < e_k = h$ .  $H_t = \{h_1, \dots, h_k\}, h_1, \dots, h_k$  是接收节点  $t \in T$  的  $k$  条输入链路, 其中  $1 \leq h_1 < \dots < h_k \leq v$ . 则

$$|AG_{H_t}| = \sum_{\substack{\{h'_1, \dots, h'_k\}, \\ 1 \leq h'_j \leq A_j, \\ h'_i \neq h'_j, \forall i \neq j}} \left| \begin{array}{ccc} a_{h'_1} & \dots & a_{h'_k} \\ \vdots & & \vdots \end{array} \right| \sum_{\substack{\{e_1, \dots, e_k\}, j=1 \\ e_j \in S_{h'_j, h_j}, \\ e_i \cap e_j = \emptyset \\ \forall i \neq j}} \prod_{j=1}^k g(e_j)$$

引理 1 与网络信息流密切相关,在  $k$  冗余多播网络中,存在信源  $s$  到每一接收节点  $t \in T$  的  $k$  条离散路径,保证接收节点译出信源信息,完成网络编码。

**定理 2** 对于无线网络中的  $k$  冗余多播网络,当且仅当每一个接收节点  $t \in T$  满足下面表达式时,网络编码是有效的。

$$|AG_{H_t}| = |A_{l_1, \dots, l_k}| \prod_{j=1}^k g(e_j) \\ = \left| \begin{array}{ccc} a_{l_1} & \dots & a_{l_k} \\ \vdots & & \vdots \end{array} \right| \prod_{j=1}^k g(e_j) \neq 0$$

其中  $A_{l_1, \dots, l_k}$  是矩阵  $A$  中相应于链路  $\{l_1, \dots, l_k\}$  的列向量构成的子矩阵,而链路  $\{l_1, \dots, l_k\}$  是接收节点  $t$  离散路径族中的  $k$  条源链路,  $e_j = \{l_j, \dots, h_j\} (1 \leq j \leq k)$  是从源链路  $l_j$  到接收节点  $t$  输入链路  $h_j$  的一条路径。

证明:从  $k$  冗余多播网络的定义可知,在一个  $k$  冗余多播网络中,对于每一个接收节点  $t \in T$ ,存在从信源  $s$  输出的  $k$  条离散路径,其中路径族中的  $k$  条源链路  $\{l_1, l_2, \dots, l_k\}$  是确定性的。根据引理 1,  $|AG_{H_t}|$  展开后只存在一个行列式分量

$$|AG_{H_t}| = |A_{l_1, \dots, l_k}| \prod_{j=1}^k g(e_j) =$$

$$\left| \begin{array}{ccc} a_{l_1} & \dots & a_{l_k} \\ \vdots & & \vdots \end{array} \right| \prod_{j=1}^k g(e_j)$$

当且仅当该行列式非零时,接收节点  $t$  可以得到信源  $s$  发出的  $k$  个符号,完成网络编码。

**结束语** 网络编码技术已成为通信领域中的一个研究热点,由于网络编码在传输效率、可靠性、安全性、鲁棒性、普适性及低计算复杂性等方面具有路由方法无可比拟的优越性,网络编码必将在网络通信中扮演越来越重要的角色。本文提出了一种借助节点基本图构造无线网络空间模型的方法,通过节点基本图的加入和离开模拟无线网络的动态变化。 $k$  冗余多播网络采用网络编码可实现最大多播速率  $k$  的信息传输。从网络信息流分解的观点出发,给出无线网络中  $k$  冗余多播网络的一种网络编码算法。

**致谢** 非常感谢蔡宁教授在文章写作过程中提出的许多宝贵意见。

### 参考文献

- [1] Ahlswede R, Cai Ning, Li S-Y R, et al. Network information flow [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 2000, 46(4): 1204-1216
- [2] Wu Y, Chou P A, Kung S-Y. Minimum-energy multicast in mobile ad hoc networks using network coding [J]. IEEE Trans. on Communications, 2005, 53(11): 1906-1918
- [3] Zhu Ying, Li Baochun, Guo Jiang. Multicast with network coding in application-layer overlay networks [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2004, 22(1): 107-120
- [4] Che Shuling, Wang Xinmei. Network coding in wireless network [A]// Proceedings of the 16th International Conference on Computer Communication [C]. Beijing, 2004
- [5] Koetter R, Medard M. An algebraic approach to network coding [J]. IEEE/ACM Trans on Networking, 2003, 11(5): 782-795
- [6] Ho T, Karger D R, Medard M, et al. Network coding from a network flow perspective [A]// Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory [C]. Yokohama, Japan, 2003
- [7] Sanders P, Egner S, Tolhuizen L. Polynomial time algorithms for network information flow [A]// Proceedings of 15th ACM Symposium on Parallel Algorithms and Architectures [C]. 2003