

# 基于描述逻辑的模糊 ER 模型的表示与推理<sup>\*</sup>

张 富 马宗民 严 丽

(东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110004)

**摘 要** 重点分析了将 ER 模型分别转化为描述逻辑 ALNUI 知识库和 DLR 知识库的不同之处。在深入研究了描述逻辑 DLR 的基础之上,对 DLR 进行了模糊化扩展,提出了一种新的模糊描述逻辑 FDLR(fuzzy DLR)。定义了 FDLR 的语法结构、语义解释以及知识库的形式,研究了如何将模糊 ER 模型转化为 FDLR 的知识库。通过一个转化实例例证了 FDLR 能够很好地对模糊 ER 模型进行表示,并利用 FDLR 的推理机制研究了模糊 ER 模型的自动推理问题,同时给出了上述转化和推理问题的正确性证明。

**关键词** ER 模型,模糊 ER 模型,描述逻辑,模糊描述逻辑

## Representation and Reasoning of Fuzzy ER Model with Description Logic

ZHANG Fu MA Zong-min YAN Li

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

**Abstract** The differences translating the ER model into the ALNUI knowledge bases and DLR knowledge bases are analyzed. Based on that the description logic DLR is investigated, the description logic DLR is generalized through fuzzy logic. And a kind of new fuzzy description logic FDLR (fuzzy DLR) is presented thoroughly. The definitions of syntax structure, semantic interpretation, knowledge base form are given for the FDLR. How to translate the fuzzy model into the FDLR knowledge bases is studied. With an illustration, the fact that the fuzzy ER model can be well expressed by the fuzzy description logic FDLR can be explained. The reasoning problems of fuzzy ER model may reason automatically through reasoning mechanism of fuzzy description logic FDLR, and the correctnesses of the translation and the reasoning problems are proved.

**Keywords** ER model, Fuzzy ER model, Description logic, Fuzzy description logic

## 1 引言

描述逻辑(description logics,简称 DLs)作为一种适合表示关于概念和概念层次结构,并且具有很强表达能力和可判定性的形式化语言,已经被广泛应用于软件工程、配置、概念建模、信息综合、查询机制、自然语言处理、语义 Web、数据库等领域<sup>[1,19]</sup>。

针对描述逻辑在数据库中的应用问题, Alexander Borgida<sup>[3]</sup>首先研究了描述逻辑与数据库的关系,分析了描述逻辑在数据库中的各种应用,从而为描述逻辑在数据库中的应用奠定了基础。同时 Artale<sup>[2]</sup>和 Calvanese<sup>[5]</sup>等人对描述逻辑与面向对象数据库之间的关系也进行了深入研究。

ER 模型<sup>[10]</sup>作为一种数据库设计工具,把客观世界抽象为实体和实体间的联系。由于 ER 模型中的实体、属性和联系等概念都可以用描述逻辑中的概念(concept)和角色(role)来表示,因此 ER 模型与描述逻辑之间存在着一定的对应关系<sup>[3]</sup>。如果能将 ER 模型转化为描述逻辑的知识库,就可以利用描述逻辑的推理机制对 ER 模型的相关问题(包括实体的可满足性、关系的可满足性、ER 模型的冗余性等<sup>[5]</sup>)进行自动推理,进而构建一个更符合需求的 ER 模型,这也是进行从 ER 模型到描述逻辑知识库转化的意义所在。为此目的, Artale 和 Franconi<sup>[18]</sup>研究了时序 ER 模型和时序描述逻辑 ALCQIT 之间的关系。Alex Borgida 和 Diego Calvanese 等人研究了如何将数据库的 ER 模型转化为描述逻辑 DLR 和

ALNUI 的知识库,从而可以利用 DLR 和 ALNUI 的推理机制对 ER 模型的相关问题进行自动推理<sup>[4-6]</sup>,克服了 ER 模型的推理需要设计者手工进行推理的不足。但是,描述逻辑 DLR 和 ALNUI 只能表示和推理精确知识,不能表示和推理模糊、不精确知识,即不能对模糊 ER 模型进行表示和推理。

为了利用描述逻辑对模糊知识进行处理,许多学者已经通过将描述逻辑进行模糊化扩展,提出了各种形式的模糊描述逻辑。例如:Giorgos Stoilos 提出了两种模糊描述逻辑 f-SHIN<sup>[20]</sup>和 f-SHOIN<sup>[16]</sup>;Umberto Straccia 结合模糊逻辑对描述逻辑 ALC 进行了扩充,从而得到具有完整逻辑体系的模糊描述逻辑 FALC,并研究了 FALC 的推理问题,从而使得描述逻辑能够表示和推理模糊或不精确知识。但是 FALC 只包含并、交、非、全称量词和存在量词等简单的构造算子,仅提供了有限的模糊表示和推理能力,因而不能对复杂的模糊知识进行表示和推理,也不能对模糊 ER 模型进行表示和推理<sup>[7,12,17]</sup>。

虽然目前已经存在多种形式的模糊描述逻辑和 ER 模型的模糊扩展<sup>[13]</sup>,但有关将模糊 ER 模型转化为模糊描述逻辑知识库的研究却很少。为了能对模糊 ER 模型进行表示和推理,蒋运承<sup>[8]</sup>等人在描述逻辑 ALNUI 的基础上,提出了模糊描述逻辑 FALNUI,研究了如何将模糊 ER 模型转化为 FALNUI 的知识库,并利用 FALNUI 的推理机制研究了模糊 ER 模型的推理问题。

通过深入分析与比较用描述逻辑 ALNUI 和 DLR 对 ER 模型进行表示所存在的不同,可以看出与 ALNUI 相比,在一

<sup>\*</sup>教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET20520288)。张 富 硕士研究生;马宗民 教授,博士生导师,CCF 高级会员;严 丽 副教授。

定程度上 DLR 能更好地对 ER 模型进行表示(详见第 2 节)。基于上述原因,本文针对模糊 ER 模型<sup>[13]</sup>的特点,在 DLR<sup>[9,15]</sup>的基础上提出了一种新的模糊描述逻辑 FDLR。给出了 FDLR 的语法结构、语义解释以及知识库的形式,并将模糊 ER 模型转化为 FDLR 的知识库,同时证明了这种转化的正确性,给出了一个转化实例。最后利用 FDLR 的推理机制研究了模糊 ER 模型的可满足性、冗余性、包含关系等自动推理问题,同样也证明了这种推理的正确性。

本文结构安排如下:第 2 节通过实例分析了用 ALNUI 和 DLR 对 ER 模型进行表示的不同之处,从而说明用 DLR 能够更好地对 ER 模型进行表示;第 3 节定义了模糊描述逻辑 FDLR 的语法结构、语义解释及 FDLR 知识库的形式;第 4 节给出了模糊 ER 模型的定义和语义解释。实现了从模糊 ER 模型到 FDLR 知识库的转化,并利用 FDLR 的推理机制研究了模糊 ER 模型的可满足性、冗余性、包含关系等自动推理问题,同时给出了转化和推理的正确性证明。通过结合实例说明了用 FDLR 能够很好地对模糊 ER 模型进行表示,从而能够更好地利用 FDLR 的推理机制对模糊 ER 模型的相关问题进行自动推理;最后给出了总结,并提出了下一步的工作。

## 2 基于描述逻辑的 ER 模型:ALNUI 和 DLR 比较

本节通过在语法结构、知识库形式以及 ER 模型知识库表示等方面,对描述逻辑 ALNUI<sup>[5]</sup>和 DLR<sup>[9,15]</sup>进行比较,说明 DLR 能够很好地表示 ER 模型。

### 2.1 ALNUI 和 DLR 语法结构

ALNUI 是描述逻辑 ALC 的扩展,由两个基本元素组成:原子概念  $A$  和原子关系  $P$ 。其中用  $R$  表示任意二元关系, $C$  表示由  $A$  和  $R$  通过以下构造符所组成的任意概念。语法结构如下:

$$C \rightarrow T \mid \perp \mid A \mid \neg C \mid C_1 \cap C_2 \mid C_1 \cup C_2 \mid \forall R. C \mid \exists R. C \mid \geq nR \mid \leq nR$$

$$R \rightarrow P \mid P^-$$

DLR 由两个基本元素组成:原子概念  $A$  和原子关系  $P$ 。其中用  $R$  表示任意  $n$  元关系, $C$  表示任意概念。其语法结构如下:

$$R \rightarrow T_n \mid P \mid (\$i/n;C) \mid \neg(R \mid R_1 \cap R_2)$$

$$C \rightarrow T_1 \mid A \mid \neg C \mid C_1 \cap C_2 \mid \exists [\$i]R \mid \leq k[ \$i]R$$

### 2.2 ALNUI 和 DLR 知识库的形式

根据文献<sup>[5,9]</sup>中有关 ER 模型的形式化定义可知,ER 模型的所有标识符集合为  $\{E_S \cup A_S \cup R_S \cup U_S \cup D_S\}$ ,其中  $E_S$  表示实体符号的集合, $A_S$  表示实体属性符号的集合, $R_S$  表示实体之间联系符号的集合, $U_S$  表示角色符号的集合, $D_S$  表示论域符号的集合,每个论域符号  $D$  都有一个预定义的基本论域  $D^B$ 。

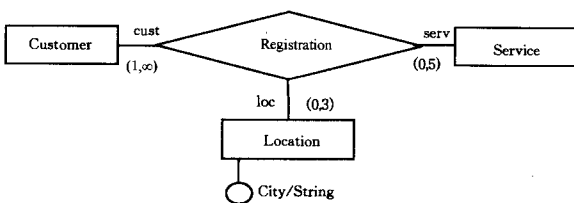


图 1 ER 模型  $FS_1$

图 1 给出了一个 ER 模型  $FS_1$ 。下面给出将  $FS_1$  分别转化为 ALNUI 知识库和 DLR 知识库的形式。

### 2.1.1 ALNUI 的知识库形式

ALNUI 的知识库  $K_{ALNUI} = (A, P, T)$ ,其中: $A$  为原子概念的集合  $\{D_S, E_S, R_S\}$ ; $P$  为原子二元关系的集合  $\{A_S, U_S\}$ ; $T$  为包含断言公式的集合  $\{E_S \subseteq C, R_S \subseteq C\}$ ,这里  $C$  是由  $K_{ALNUI}$  中的原子概念  $A$  和原子二元关系  $P$  通过 ALNUI 语法中提到的构造符所组成的任意概念。

将图 1 中的 ER 模型  $FS_1$  根据文献<sup>[5]</sup>中的转化规则转化为 ALNUI 的知识库  $K_{ALNUI}$  (如图 2)。

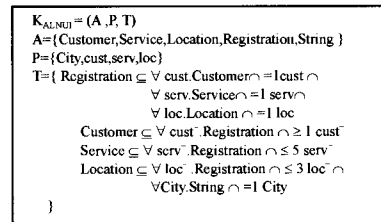


图 2 ER 模型  $FS_1$  对应的知识库  $K_{ALNUI}$

### 2.1.2 DLR 的知识库形式

DLR 的知识库  $K_{DLR} = (A, P, T)$ ,其中: $A$  为原子概念的集合  $\{D_S, E_S\}$ ; $P$  为原子关系的集合  $\{A_S, R_S\}$ ,这里  $A_S$  为二元关系, $R_S$  为任意  $n$  元关系; $T$  为包含断言公式的集合  $\{R_S \subseteq R, E_S \subseteq C\}$ ,这里  $R$  表示 DLR 语法结构中的任意  $n$  元关系, $C$  表示 DLR 语法结构中的任意概念。

将图 1 中的 ER 模型  $FS_1$  根据文献<sup>[4]</sup>中的转化规则转化为 DLR 的知识库  $K_{DLR}$  (如图 3)。

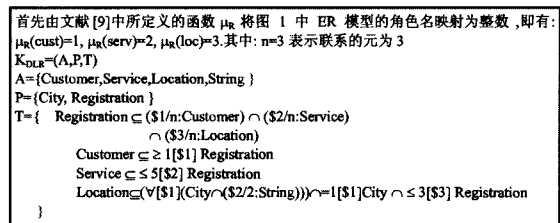


图 3 ER 模型  $FS_1$  对应的知识库  $K_{DLR}$

## 2.3 ALNUI 和 DLR 语法结构以及知识库形式比较说明

### 2.3.1 从语法结构角度进行比较

(1) 由于 ALNUI 语法中仅允许出现二元关系: $R \rightarrow P \mid P^-$ ,因此容易直接表示 ER 模型中实体间的二元联系,并不能直接表示实体间的  $n$  元联系,若想表示实体间的  $n$  元联系,需要引入额外的参数,从而将  $n$  元联系集看成是多个二元联系集。

(2) DLR 语法中允许出现任意  $n$  元关系: $R \rightarrow (\$i/n;C)$ ,能够将  $n$  个实体直接与  $n$  元联系相关联,因此能够直接表示实体间的  $n$  元联系。

因此,从语法角度比较而言,描述逻辑 DLR 更适合于对 ER 模型进行表示。不仅语义表达更直接、更容易被理解,而且从转化后的知识库图 3 可以看出结构也较清晰。

### 2.3.2 从转化后的知识库形式角度进行比较

(1) 由于 ALNUI 语法中仅允许出现二元关系,不能直接表示实体间的  $n$  元联系,因此为了表示 ER 模型中实体间的  $n$  元联系,从图 2 中可以看出,ALNUI 知识库中引入了:

• 将 ER 模型中的角色名看成是原子二元关系,即通过引入额外的原子二元关系,以及将 ER 模型中的联系集看成是一个原子概念,从而将实体间的  $n$  元联系集看成是多个二元联系集,使得在转化过程中语义表达并不直接,也不易被理解;

• 由于关系逆构造算子的引入,使得在转化过程中需要考虑  $P$  与  $P^-$  的使用场合,因此使得转化过程变得相对复杂。而且从转化后的知识库图 2 可以看出,  $P^-$  的存在使得整个知识库在一定程度上不容易被理解,结构也不清晰;

• 将 ER 模型中的联系集看成是一个原子概念。

(2)对于 DLR 知识库,由于 DLR 语法中允许出现任意  $n$  元联系,因此能够直接表示实体间的  $n$  元联系集,与 ALNUI 相比,具有以下优点:

• 并不需要将角色名看成是原子二元关系,即不需要引入额外的原子二元关系,而是直接将实体与  $n$  元联系相关联,用  $n$  元组直接表示实体间的联系,使得语义表达更直接,更易被理解。这一点从图 2 和图 3 中关于 Registration 的定义可以看出:

图 2 中:  $Registration \sqsubseteq \forall cust. Customer \cap = 1 cust \cap \forall serv. Service \cap = 1 serv \cap \forall loc. Location \cap = 1 loc$ ;

图 3 中:  $Registration \sqsubseteq (\$ 1/n; Customer) \cap (\$ 2/n; Service) \cap (\$ 3/n; Location)$ ;

从上述 Registration 的定义可以看出,图 2 中引入了额外的原子二元关系。而图 3 中是直接将  $n$  个实体与  $n$  元联系集相关联,直接用  $n$  元组来表示,从而使得语义表达更直接,也容易被理解,且转化后的 DLR 知识库结构也较为清晰;

• 图 3 中也没有引入关系逆构造算子,因此在转化过程中不用考虑  $P^-$ ,使得转化过程变得相对容易。而且从图 2 和图 3 中关于 Customer 等的定义中可以看出:

图 2 中:  $Customer \sqsubseteq \forall cust^- . Registration \cap \geq 1 cust^-$ ;

图 3 中:  $Customer \sqsupseteq 1[\$ 1] Registration$ ;

图 2 中引入了关系逆构造算子,因此需要理解  $cust^-$  的含义。而图 3 中给出的 Customer 的定义直接将实体与联系相关联,且直接给出了 Customer 在联系集中的参与位置与数量限制,使得转化后的 DLR 知识库结构更清晰,也更容易被理解;

• 将  $n$  元联系集直接看成是一个原子关系,使得能将实体直接和联系集相关联;

• 任意 ER 模型都可以通过 DLR 语法结构中的原子概念 A 和原子关系 P 获得<sup>[15]</sup>;

• 通过限制联系仅为二元关系,使得 DLR 是一种“更传统”的描述逻辑<sup>[15]</sup>。

通过上述比较分析可以看出,DLR 能够很好地对 ER 模型进行表示。由于 FALNUI 和本文提出的新的模糊描述逻辑 FDLR 都分别是 ALNUI 和 DLR 的模糊化扩展,因此上述有关 ALNUI 和 DLR 的比较结论也说明了用 FALNUI 对模糊 ER 模型进行表示时表达能力有限。因此本文提出了这种能够很好地对模糊 ER 模型进行表示的模糊描述逻辑 FDLR。

### 3 模糊描述逻辑 FDLR

为了对模糊 ER 模型进行有效的自动推理,有必要对 DLR 进行模糊化推广,得到一种新的模糊描述逻辑 FDLR (fuzzy DLR)。下面给出 FDLR 的语法结构和语义解释,以及有关知识库的定义。

#### 3.1 FDLR 的语法结构

FDLR 是 DLR 的模糊化推广,即 FDLR 的概念和关系是模糊和不精确的概念和关系,因此 FDLR 的语法与描述逻辑 DLR 的语法<sup>[9]</sup>相同,即 FDLR 也同样有两个基本元素:原子

概念 A (concept) 和原子关系 P (relation)。而且 FDLR 的任意概念 C 和关系 R 都是由 A 和 P 通过下面的构造符组成。可见,模糊描述逻辑 FDLR 是描述逻辑 DLR 的扩展。FDLR 的语法如下:

$R \rightarrow T_n \mid P \mid (\$ i/n; C) \mid \rightarrow R \mid R_1 \cap R_2$

$C \rightarrow T_1 \mid A \mid \rightarrow C \mid C_1 \cap C_2 \mid \exists [\$ i]R \mid \leq k[\$ i]R$

下面几种扩展形式可以用上述形式来表示,即有

$\forall [\$ i]R \quad \text{for} \quad \rightarrow \exists [\$ i] \rightarrow R$

$\geq (k+1)[\$ i]R \quad \text{for} \quad \rightarrow (\leq k[\$ i]R)$

$= k[\$ i]R \quad \text{for} \quad (\leq (k+1)[\$ i]R) \cap (\geq k[\$ i]R)$

下面给出模糊描述逻辑 FDLR 的语义解释。

#### 3.2 FDLR 的语义解释

论域  $U$  上的一个模糊集  $FS$  是通过隶属函数  $\mu_{FS}: U \rightarrow [0, 1]$  来刻画的<sup>[11]</sup>,即对任意  $u \in U$ ,  $u$  对  $FS$  的隶属度  $\mu_{FS}(u)$  表示  $u$  属于  $FS$  的程度,并且对任意的  $u \in U$  以及  $U$  上的模糊集  $FS$  和  $FS'$ ,隶属函数要满足下列 3 个约束:

$\mu_{FS \cap FS'}(u) = \min\{\mu_{FS}(u), \mu_{FS'}(u)\}$

$\mu_{FS \cup FS'}(u) = \max\{\mu_{FS}(u), \mu_{FS'}(u)\}$

$\mu_{\beta}(u) = 1 - \mu_{FS}(u)$ ,  $\beta$  表示模糊集  $FS$  相对于  $U$  的补集。

定义 1 模糊描述逻辑 FDLR 的语义是将有关模糊集的语义解释方法<sup>[14]</sup>和描述逻辑 DLR<sup>[9,15]</sup>的知识结合在一起给出的。模糊描述逻辑 FDLR 的语义是将概念解释为一定论域的模糊子集,关系解释为该论域上的模糊  $n$  元关系,一个模糊解释  $FI = (\Delta^{FI}, \cdot^{FI})$ ,其中  $\Delta^{FI}$  是解释论域,  $\cdot^{FI}$  是解释函数,并且解释函数  $\cdot^{FI}$  满足:

• 对任意的个体  $a$ ,模糊解释函数  $\cdot^{FI}$  把  $a$  映射到  $\Delta^{FI}$  的一个元素,即  $a^{FI} \in \Delta^{FI}$ ;

• 对任意个体  $a$  和  $b$ ,如果  $a \neq b$ ,则  $a^{FI} \neq b^{FI}$ ;

• 对任意概念  $C$ ,解释函数  $\cdot^{FI}$  将  $C$  映射为一个隶属函数,即  $C^{FI}: \Delta^{FI} \rightarrow [0, 1]$ ;

• 对任意关系  $R$ ,解释函数  $\cdot^{FI}$  将  $R$  映射为一个隶属函数,即  $R^{FI}: (\Delta^{FI})^n \rightarrow [0, 1]$ 。

定义 1 说明,概念  $C$  的模糊解释  $C^{FI}$  是相对于  $FI$  的模糊概念集  $C$  的隶属函数,即如果  $d \in \Delta^{FI}$  是论域  $\Delta^{FI}$  的一个个体,则  $C^{FI}(d)$  表示在模糊解释  $FI$  下个体  $d$  属于模糊概念  $C$  的程度。对于关系  $R$ ,  $R$  的模糊解释  $R^{FI}$  是相对于  $FI$  的模糊关系集  $R$  的隶属函数,即如果  $d_1 \cdots d_n \in \Delta^{FI}$  是论域  $\Delta^{FI}$  的  $n$  个个体,则  $R^{FI}(d_1 \cdots d_n)$  表示在模糊解释  $FI$  下个体  $d_1 \cdots d_n$  满足模糊关系  $R$  的程度。

为了给出 FDLR 语义解释,首先给定如下说明:

•  $(d_1 \cdots d_i \cdots d_n)$  表示此元组中包含指定个体  $d_i$ ,即个体  $d_i$  出现在包含此元组的模糊关系  $R$  中;

•  $D_j$  表示一个包含指定个体  $d_i$  的元组  $(d_1 \cdots d_i \cdots d_n)$  (其中  $j$  的取值不依赖于  $i$ );

• 当  $n > 1$  时,  $T_n$  并不是整个论域的笛卡尔积  $(\Delta^{FI})^n$ ,是  $(\Delta^{FI})^n$  的一个子集<sup>[9]</sup>。

从而给出 FDLR 的语义解释如下(对  $(d_i \in \Delta^{FI})$ ;

$T_n^{FI}(d_i) = 1$

$T_n^{FI}(d_1 \cdots d_n) = \begin{cases} 1 & \text{如果 } (d_1 \cdots d_n) \text{ 出现在 } T_n \text{ 中,即 } T_n \\ & \text{中存在包含 } (d_1 \cdots d_n) \text{ 的关系 } R; \\ 0 & \text{若 } (d_1 \cdots d_n) \text{ 未出现在 } T_n \text{ 中,即 } T_n \\ & \text{中不存在包含 } (d_1 \cdots d_n) \text{ 的关系 } R. \end{cases}$

$(\rightarrow C)^{FI}(d_i) = 1 - C^{FI}(d_i)$

$(C_1 \cap C_2)^{FI}(d_i) = \min\{C_1^{FI}(d_i), C_2^{FI}(d_i)\}$

$$\begin{aligned}
 (\$i/n;C)^{FI}(d_1 \cdots d_i \cdots d_n) &= \min\{C^{FI}(d_i), T_n^{FI}(d_1 \cdots d_i \cdots d_n)\} \\
 (\neg R)^{FI}(d_1 \cdots d_n) &= 1 - R^{FI}(d_1 \cdots d_n) \\
 (R_1 \cap R_2)^{FI}(d_1 \cdots d_n) &= \min\{R_1^{FI}(d_1 \cdots d_n), R_2^{FI}(d_1 \cdots d_n)\} \\
 (\exists [\$i]R)^{FI}(d_i) &= \sup_{d_i \in \Delta^{FI}} R^{FI}(d_1 \cdots d_i \cdots d_n) \\
 (\leq k [\$i]R)^{FI}(d_i) &= \inf_{D_1 \cdots D_K \in \mathcal{T}_n^K} \bigvee_{j=1}^K \neg R^{FI}(D_j)
 \end{aligned}$$

其中  $D_1 \neq D_2 \cdots \neq D_K$ , 即  $D_1, D_2, \dots, D_K$  表示  $K$  个都包含指定个体  $d_i$  但不相同的元组。

而下面几种扩展形式的语义解释可以转换为上面的形式:

$$\begin{aligned}
 \forall [\$i]R & \text{ for } \neg \exists [\$i] \neg R \\
 \geq (k+1)[\$i]R & \text{ for } \neg (\leq k [\$i]R) \\
 = k [\$i]R & \text{ for } (\leq (k+1)[\$i]R) \cap \geq (k [\$i]R)
 \end{aligned}$$

上述公式是根据以下几点得出的:

- 对于概念  $C_1 \cap C_2, \neg C, R_1 \cap R_2, \neg R$  的语义解释容易理解, 是直接根据模糊逻辑的合取、否定操作的语义<sup>[13,14]</sup>给出的;

- 因为概念  $\exists R$  可以转化为等价的一阶逻辑公式  $\exists y. FR(x, y)$ , 其中  $F_R(x, y)$  表示将  $R$  映射为等价的一阶逻辑所得到的公式, 而存在量词  $\exists$  表示论域元素上的析取, 因而, 概念  $\exists [\$i]R$  的语义可以如上解释;

- 因为概念  $\geq kR \leq kR$  可以转化为等价的一阶逻辑公式  $\forall y_1, \dots, y_k. \neg FR(x, y_1) \vee \dots \vee \neg FR(x, y_k)$ , 因而, 概念  $\leq k [\$i]R$  的语义可以如上解释;

- 对于  $T_1, T_n$  和  $(\$i/n;C)$  的语义解释是根据描述逻辑 DLR 的语义解释<sup>[9]</sup>给出的。

### 3.3 FDLR 知识库的形式

在将描述逻辑 DLR 扩展成模糊描述逻辑 FDLR 时, 必须重新定义模糊描述逻辑 FDLR 知识库中的 Tbox 和 Abox 的相关内容。而概念公理和断言公式在描述逻辑中起着重要的作用, 是构成描述逻辑知识库中 TBox 和 ABox 的重要组成部分。

#### 3.3.1 Tbox

**定义 2(模糊概念公理)** 概念包含  $C \sqsubseteq D$  和概念等价  $C \equiv D$ 。这两种模糊概念公理构成了模糊描述逻辑的 TBox。模糊概念公理用  $\phi$  表示, 其语义如下:

- $C \sqsubseteq D$ , 当且仅当对任意  $d \in \Delta^{FI}, C^{FI}(d^{FI}) \leq D^{FI}(d^{FI})$ ;
- $C \equiv D$ , 当且仅当  $C \sqsubseteq D$  和  $D \sqsubseteq C$ , 即对任意  $d \in \Delta^{FI}, C^{FI}(d^{FI}) = D^{FI}(d^{FI})$ ;

如果一个模糊解释  $FI$  满足模糊概念公理  $\phi$ , 则称  $FI$  是模糊概念公理  $\phi$  的模型。

**定义 3(模糊概念等价)** 若给定两个概念  $C$  和  $D$ , 对任意的模糊解释  $FI$ , 如果有  $C^{FI} = D^{FI}$ , 则称  $C$  和  $D$  模糊概念等价, 记为:  $C \cong D$ 。

上述定义 2 和定义 3 是参照文献[1,5,8]中的内容给出的。

#### 3.3.2 Abox

**定义 4(模糊断言公式)** 概念断言  $\langle C(a) \geq n \rangle$  或  $\langle C(a) \leq m \rangle$ , 角色断言  $\langle R(d_1 \cdots d_n) \geq n \rangle$  或  $\langle R(d_1 \cdots d_n) \leq m \rangle$ 。其中  $n \in (0, 1], m \in [0, 1)$ 。模糊断言公式用  $\psi$  表示, 其语义如下:

- 一个模糊解释  $FI$  满足公式  $\langle C(a) \geq n \rangle$ , 当且仅当  $C^{FI}(a^{FI}) \geq n$ ;
- 一个模糊解释  $FI$  满足公式  $\langle C(a) \leq m \rangle$ , 当且仅当  $C^{FI}(a^{FI}) \leq m$ ;

- 一个模糊解释  $FI$  满足公式  $\langle R(d_1 \cdots d_n) \geq n \rangle$ , 当且仅当  $R^{FI}(d_1^{FI} \cdots d_n^{FI}) \geq n$ ;

- 一个模糊解释  $FI$  满足公式  $\langle R(d_1 \cdots d_n) \leq m \rangle$ , 当且仅当  $R^{FI}(d_1^{FI} \cdots d_n^{FI}) \leq m$ 。

如果一个模糊解释  $FI$  满足模糊断言公式  $\psi$ , 则称  $FI$  是模糊断言公式  $\psi$  的模型。

**定义 5<sup>[8]</sup>(模糊断言等价)** 给定模糊断言公式  $\psi_1$  和  $\psi_2$ , 如果对任意的模糊解释  $FI$ , 满足条件: (1) 如果  $FI$  满足  $\psi_1$ , 则  $FI$  满足  $\psi_2$ ; (2) 如果  $FI$  满足  $\psi_2$ , 则  $FI$  满足  $\psi_1$ ; 则称  $\psi_1$  和  $\psi_2$  模糊断言等价, 记为  $\psi_1 \cong \psi_2$ 。例如,  $\langle \neg C(a) \geq n \rangle \cong \langle C(a) \leq 1-n \rangle$ 。

#### 3.3.3 知识库 FKB

**定义 6<sup>[8]</sup>** 模糊知识库  $FKB = \langle T, A \rangle$  由两部分组成: Tbox  $T$  和 Abox  $A$ 。其中 Tbox 是一个模糊概念公理的有限集合。Abox 是一个模糊断言公式的有限集合。  $FKB_A$  用于表示知识库中 Tbox  $T$  为空集, 而  $FKB_T$  表示 Abox  $A$  为空集。对于模糊知识库 FKB, 有如下性质:

- 一个模糊解释  $FI$  满足模糊知识库 FKB, 当且仅当对任意元素  $\eta \in FKB, FI$  满足  $\eta$ 。如果一个模糊解释  $FI$  满足模糊知识库 FKB, 也称  $FI$  是模糊知识库 FKB 的一个模糊模型。

- 一个模糊知识库 FKB 模糊蕴含模糊断言公式  $\psi$  当且仅当 FKB 的每个模型满足  $\psi$ 。

- 给定两个概念  $C, D$  和没有 Abox 的模糊知识库  $FKB_T$ , 相对于  $FKB_T, D$  模糊包含  $C$ , 当且仅当对  $FKB_T$  的任意模糊模型  $FI$  和任意  $d \in \Delta^{FI}, C^{FI}(d^{FI}) \leq D^{FI}(d^{FI})$  成立。

## 4 FDLR 与模糊 ER 模型的关系

借鉴了文献[8]中有关模糊 ER 模型的定义及语义解释, 这里对文献[4,5,8]中有关 ER 模型的定义及语义进行模糊化扩展, 给出模糊 ER 模型更详细的定义及语义解释, 并将模糊 ER 模型转化为 FDLR 的知识库, 给出了这种转化的正确性证明, 最后利用 FDLR 的推理机制研究了模糊 ER 模型的相关推理问题, 同样也给出了推理正确性证明。

### 4.1 模糊 ER 模型的定义及语义

模糊 ER 模型是将模糊逻辑与 ER 模型相结合产生的一种能反映现实世界中模糊信息的概念建模方式, 可表示现实世界中的模糊实体及其之间的联系<sup>[13]</sup>。它是传统 ER 模型的模糊化推广, 包括实体的模糊化、关系的模糊化、角色的模糊化和属性的模糊化, 是模糊数据库的一种设计工具。

对有限集合  $X$  和  $Y$ , 其中假设  $X$  有  $k$  个元素, 一个从  $X$  到  $Y$  的函数  $T$  如果满足:  $\forall x_i \in X, \text{有 } T(x_i) = y_i \in Y$ , 则称  $T$  为  $Y$  上的  $X$  标记的元组 ( $X$ -labeled tuple over  $Y$ ), 并记为  $T(X, Y)$  或者  $[x_1: y_1, \dots, x_k: y_k]$ <sup>[8]</sup>。

**定义 7** 模糊 ER 模型的定义是传统 ER 模型定义的一种模糊化推广, 通常用五元组  $FS = (L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$  表示, 其中:

(1)  $L_{FS} = E_{FS} \cup A_{FS} \cup U_{FS} \cup R_{FS} \cup D_{FS}$  是一个标识符集合, 即一个模糊实体符号的集合  $E_{FS}$ ; 一个模糊属性符号的集合  $A_{FS}$ ; 一个模糊角色符号的集合  $U_{FS}$ ; 一个模糊联系符号的集合  $R_{FS}$ ; 一个模糊集符号的集合  $D_{FS}$ , 并且每个模糊集符号  $D$  都有一个预定义的基本论域  $D^{FB}$ , 且假定各基本域是互不相交的;

(2)  $\leq_{FS} \subseteq ER_{FS} \times ER_{FS}$  是一个模糊二元关系, 其中  $ER_{FS}$

$= E_{FS} \cup R_{FS}$ , 即  $\leq_{FS}$  是  $E_{FS}$  或  $R_{FS}$  上的一个模糊二元关系, 用于表示两个模糊实体或模糊联系间的 ISA 联系;

(3)  $att_{FS}$  是一个将  $E_{FS}$  上每个实体符号映射为一个  $A_{FS}$  标记  $D_{FS}$  元组的模糊函数, 进一步地, 对一个实体  $FE \in E_{FS}$ , 且  $att_{FS} = [\dots, FA; FD, \dots]$ , 如果模糊属性  $FA \in A_{FS}$  满足: 对  $FE$  的每个实例,  $FA$  在基本域  $D^{FB}$  中有唯一的取值, 那么称  $FA$  是实体  $FE$  的一个唯一属性键。函数  $att_{FS}$  用于表示实体的(唯一)属性。为简便, 假定属性均是单值和强制的。实际上, 其它情形也是很容易处理的;

(4)  $rel_{FS}$  是一个将  $R_{FS}$  上每个联系符号映射为一个  $U_{FS}$  标记  $E_{FS}$  元组的函数, 且满足下列条件: (a) 每个角色是针对一个实体参与某个特定联系定义的; (b) 对每个角色  $FU \in U_{FS}$ , 有一个实体  $FE \in E_{FS}$  和一个联系  $FR \in R_{FS}$  满足  $rel_{FS}(FR) = [\dots, FU; FE, \dots]$ 。函数  $rel_{FS}$  将一组实体与角色关联到一个联系, 并隐含地决定了联系的元;

(5)  $card_{FS}$  是一个从  $E_{FS} \times R_{FS} \times U_{FS}$  到  $N_0 \times (N_0 \cup \{\infty\})$  的, 且满足下列条件的函数: 对每个关联实体  $FE \in E_{FS}$  和联系  $FR \in R_{FS}$  的角色  $FU \in U_{FS}$ , 且  $rel_{FS}(FR) = [\dots, FU; FE, \dots]$ , 定义  $card_{FS}(FE, FR, FU) = (c \min_{FS}(FE, FR, FU), c \max_{FS}(FE, FR, FU))$ , 其中  $c \min_{FS}(FE, FR, FU)$  表示实体  $FE$  的一个实例通过角色  $FU$  参与联系  $FR$  的最小次数(0 表示无约束),  $c \max_{FS}(FE, FR, FU)$  表示相应的最大约束( $\infty$  表示无约束)。函数  $card_{FS}$  用于表示一个关联实体和联系的特定角色的基约束。

一个模糊 ER 模型的形式化语义也可以通过模糊数据库状态<sup>[5,8]</sup>(FDBS fuzzy database state)来给定, 即通过指定哪些模糊数据库状态与相应的模糊 ER 模型所表示的信息结构相一致来给定。而且只有当一个模糊数据库状态满足模糊 ER 模型中包含的所有完整性约束时, 其才被认为是可接受的。因此模糊 ER 模型的语义可以用与模糊 ER 模型所表示的信息结构相一致的模糊数据库状态来刻画。下面给出模糊 ER 模型的语义。

**定义 8<sup>[4,5,8]</sup>** 给定任意模糊 ER 模型  $FS = (L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 与  $FS$  相对应的模糊数据库状态  $FDBS = (\Delta^{FB}, \cdot^{FI})$ , 其中  $\Delta^{FB}$  是所有模糊集的集合, 模糊函数  $\cdot^{FI}$  为

- 对任意模糊集符号  $FD \in D_{FS}$ , 函数  $\cdot^{FI}$  将  $FD$  映射为一个基本论域, 即  $FD^{FI} \in D^{FB}$ ;
- 对任意模糊实体  $FE \in E_{FS}$ , 函数  $\cdot^{FI}$  将  $FE$  映射为  $\Delta^{FB}$  的一个子集, 即  $FE^{FI} \in \Delta^{FB}$ ;
- 对任意模糊属性  $FA \in A_{FS}$ , 函数  $\cdot^{FI}$  将  $FA$  映射为一个子集  $FA^{FI} \subseteq \Delta^{FB} \times U_{FD^{FB}}$ , 其中  $FD \in D_{FS}$ ;
- 对任意模糊联系  $FR \in R_{FS}$ , 函数  $\cdot^{FI}$  将  $FR$  映射为  $\Delta^{FB}$  上的  $U_{FS}$  标记的模糊元组的一个集合, 记为  $FR^{FI}$ 。  
 $FE^{FI}, FA^{FI}, FR^{FI}$  中的元素分别称为  $FE, FA, FR$  的实例。

**定义 9<sup>[4,5,8]</sup>** 给定任意模糊 ER 模型  $FS = (L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 与模糊 ER 模型  $FS$  相对应的一个模糊数据库状态 FDBS 是合法的, 当且仅当该 FDBS 满足下列五个条件:

- 对任意模糊实体  $FE_1, FE_2 \in E_{FS}$ , 如果  $FE_1 \leq_{FS} FE_2$ , 则  $FE_1^{FI} \subseteq FE_2^{FI}$ ;
- 对任意模糊联系  $FR_1, FR_2 \in R_{FS}$ , 如果  $FR_1 \leq_{FS} FR_2$ , 则  $FR_1^{FI} \subseteq FR_2^{FI}$ ;
- 对任意模糊实体  $FE \in E_{FS}$ , 且满足如下关系:  $att_{FS}(FE) = [FA_1; FD_1, \dots, FA_k; FD_k]$ , 则对  $\forall Fe \in FE^{FI}$ , 存在唯

一的  $Fa_i = \langle Fe, Fd_i \rangle \in FA_i^{FI}, Fd_i \in D_i^{FB}$ , 其中  $i \in \{1, \dots, k\}$ ;

- 对任意模糊联系  $FR \in R_{FS}$ , 如果  $rel_{FS}(FR) = [FU_1; FE_1, \dots, FU_n; FE_n]$ , 则  $FR$  的所有实例的形式为  $[FU_1; Fe_1, \dots, FU_n; Fe_n]$ , 其中  $Fe_i \in FE_i^{FI}, i \in \{1, \dots, n\}$ ;
- 对每个关联模糊实体  $FE \in E_{FS}$  和模糊联系  $FR \in R_{FS}$  的角色  $FU \in U_{FS}$  且  $rel_{FS}(FR) = [\dots, FU; FE, \dots]$ , 则对  $FE$  的任意实例  $Fe$ , 有:  $c \min_{FS}(FE, FR, FU) \leq \# \{Fr \in FR^{FI} \mid Fr[FU] = Fe\} \leq c \max_{FS}(FE, FR, FU)$  (其中  $\# \{\dots\}$  表示集合  $\{\dots\}$  的基数)。

由上述分析可以看出, 模糊 ER 模型的定义及语义解释分别是 ER 模型的定义及语义<sup>[4,5]</sup>的一种模糊化扩展。

#### 4.2 模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库

由于模糊描述逻辑 FDLR 的语法与描述逻辑 DLR 的语法相同, 因此从形式上看, 将模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库的过程, 与 ER 模型转化为 DLR 知识库的过程<sup>[4]</sup>类似, 是对转换函数的模糊化推广。模糊 ER 模型与 FDLR 知识库之间的对应是通过一个转化函数  $\varphi$  来实现的, 下面给出该转化函数  $\varphi$  的定义。

**定义 10** 给定一个模糊 ER 模型  $FS = (L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 与  $FS$  对应的模糊描述逻辑 FDLR 的知识库  $\varphi(FS) = (FA, FP, FT)$  按下列规则得到:

说明: 为了表达方便, 对于模糊 ER 模型中的任意模糊联系  $FR$ , 且  $rel_{FS}(FR) = [\dots, FU_i; FE_i, \dots]$ , 通过函数  $\mu_{FR}$  将其中的角色名  $FU_i$  映射为一个整数  $i \in \{1, \dots, n\}$ , 即  $\mu_{FR}(FU_1) = 1, \dots, \mu_{FR}(FU_n) = n$ , 并且不存在重复项, 即不存在  $\mu_{FR}(FU_i) = \mu_{FR}(FU_j) (i \neq j)$ 。也就是用不同的整数来代替不同的角色名。

- (1)  $\varphi(FS)$  的原子模糊概念集合  $FA$  由下列元素组成:
  - 对任意模糊集符号  $FD \in D_{FS}$ ,  $\varphi(FD)$  是一个原子模糊概念;
  - 对任意模糊实体符号  $FE \in E_{FS}$ ,  $\varphi(FE)$  是一个原子模糊概念。
- (2)  $\varphi(FS)$  的原子模糊关系集合  $FP$  由下列元素组成:
  - 对任意模糊联系符号  $FR \in R_{FS}$ ,  $\varphi(FR)$  是一个原子模糊关系。记作:  $P_R$ , 表示一个  $n$  元关系;
  - 对任意模糊属性符号  $FA \in A_{FS}$ , 且有  $att_{FS}(FE) = [\dots, FA; FD, \dots]$ ,  $\varphi(FA)$  是一个原子模糊关系, 记作:  $P_A$ , 它表示二元关系, 且  $P_A$  的形式如下:  $\langle Fe, Fd \rangle$  其中  $Fe \in FE^{FI}, Fd \in D^{FB}$ 。

- (3)  $\varphi(FS)$  的模糊公理集合  $FT$  由下列元素组成:
  - 对任意模糊实体  $FE_1, FE_2 \in E_{FS}$ , 如果  $FE_1 \leq_{FS} FE_2$ , 则  $\varphi(FE_1) \subseteq \varphi(FE_2)$  是模糊公理;
  - 对任意模糊联系  $FR_1, FR_2 \in R_{FS}$ , 如果  $FR_1 \leq_{FS} FR_2$ , 则  $\varphi(FR_1) \subseteq \varphi(FR_2)$  是模糊公理;
  - 对模糊实体  $FE \in E_{FS}$  的任意一个模糊属性  $FA \in A_{FS}$ , 且  $att_{FS}(FE) = [\dots, FA; FD, \dots]$ , 则:  $\varphi(FE) \subseteq (\forall [\$ 1](P_A (\cap \$ 2/2: \varphi(FD)))) \cap = 1[\$ 1]P_A$  是模糊公理;
  - 对任意  $n$  元模糊联系  $FR \in R_{FS}$ , 假设  $rel_{FS}(FR) = [FU_1; FE_1, \dots, FU_n; FE_n]$ , 则:  $\varphi(FR) = P_R (\subseteq (\$ \mu_{FR}(FU_1)/n; FE_1) \cap \dots \cap (\$ \mu_{FR}(FU_n)/n; FE_n))$  是模糊公理;
  - 对任意  $n$  元模糊联系  $FR \in R_{FS}$ , 假设  $rel_{FS}(FR) = [\dots, FU; FE, \dots]$ , 其中基数限制  $m = c \min_{FS}(FE, FR, FU)$  和  $n = c \max_{FS}(FE, FR, FU)$  则: (1) 如果  $m \neq 0$ , 则  $\varphi(FE) \subseteq \geq m [\$ \mu_{FR}(FU)]P_R$  是模糊公理; (2) 如果  $n \neq \infty$ , 则  $\varphi(FE) \subseteq \leq n$

$[\$_{\mu_{FR}}(FU)]P_R$  是模糊公理。

### 4.3 模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库的正确性证明

由定义 10 可以将模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库,但需要证明上述转化函数  $\varphi$  的正确性<sup>[4,5,8]</sup>,即证明上述转换函数  $\varphi$  能够正确地将模糊 ER 模型转换为 FDLR 的知识库。下面通过建立两个映射,即从模糊数据库状态 FDBS 到  $\varphi(FS)$  的映射和从  $\varphi(FS)$  到 FDBS 的映射,来证明上述转化规则的正确性。此证明过程是对文献[4,5,8]中证明方法的一种推广。

首先介绍如下模糊 ER 模型等价转换方法:

图 4 表示一个简化的模糊 ER 模型  $FS_2$  (仅包括实体  $FE_i$ , 联系  $FR$ , 角色  $FU_i$ ), 且有  $rel_{FS}(FR)=[FU_1; FE_1, \dots, FU_n; FE_n]$ , 即  $n$  元模糊联系  $FR$  是由  $FU_i$  标记的  $FE_i$  元组 (图 4 仅给出  $n$  个实体  $FE_1 \dots FE_n$  中的部分实体)。

为了进行推广证明,我们可以将类似于图 4 中的任意模糊 ER 模型  $FS_2$  转换成图 5 所表示的模糊 ER 模型  $FS_3$  这种形式,即将  $n$  元模糊联系  $FR$  看成是一个二元模糊联系  $FR'$ 。具体转换过程是将图 4 中的任意  $n-1$  个实体用一个实体  $FE'$  来表示,对应角色用  $FU'$  表示,也就是说  $rel_{FS}(FR)=[FU_1; FE_1, \dots, FU_n; FE_n]$  用  $rel_{FS}(FR')=[FU_1; FE_i, FU'; FE']$  来表示,其中  $i \in \{1, \dots, n\}$ 。

若给定如图 4 中的任意模糊 ER 模型  $FS_2=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 通过定义 10 的规则将  $FS_2$  进行转化得到知识库  $\varphi(FS_2), \varphi(FS_2)$  的一个模糊解释  $FI$  称为联系描述 (relation-descriptive) 模糊解释<sup>[5,8]</sup>, 如果  $FI$  满足下列条件:

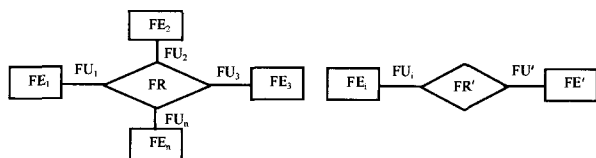


图 4 模糊 ER 模型  $FS_2$

图 5 模糊 ER 模型  $FS_3$

对模糊 ER 模型  $FS_2$  中的任意模糊联系  $FR \in R_{FS}$ , 且  $rel_{FS}(FR)=[FU_1; FE_1, \dots, FU_n; FE_n]$ , 将  $FS_2$  转换为上述图 5 中  $FS_3$  的形式后,即用  $rel_{FS}(FR')=[FU_1; FE_i, FU'; FE']$  表示后。若对任意实例  $Fe' \in (FE')^{FI}$  (用角色  $FU'$  标记), 和任意的实例  $Fe_1 \in (FE_1)^{FI}$  和  $Fe_2 \in (FE_2)^{FI}$ , (其中  $Fe_1$  和  $Fe_2$  是用同一个角色  $FU_i$  标记的且属于同一实体  $FE_i$  的两个实例), 则有  $((Fe_1, Fe') \in (\varphi(FR'))^{FI} \leftrightarrow (Fe_2, Fe') \in (\varphi(FR'))^{FI}) \rightarrow Fe_1 = Fe_2$

成立。上述给出的联系描述模糊解释  $FI$  的定义形式上与文献[5,8]中的相类似,但考虑的是  $n$  元模糊联系,通过一种抽象转换方法,将  $n$  元模糊联系中的任意  $n-1$  个实体看成是一个整体,从而可以利用文献[5,8]中的定义方法类似得出上面的联系描述模糊解释  $FI$  的定义,所以是文献[5,8]中定义方法的一种推广。

下面证明转化函数  $\varphi$  的正确性:

**定理 1<sup>[8]</sup>** 给定模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ ,  $FS$  对应的模糊数据库状态  $FDBS=(\Delta^{FB}, \cdot^{FI})$ , 并且  $\varphi(FS)$  是将  $FS$  转化为 FDLR 的知识库, 则能够建立两个映射  $\alpha_{FS}$  和  $\beta_{FS}$ , 其中  $\alpha_{FS}: FDBS \rightarrow \varphi(FS)$  的模糊解释,  $\beta_{FS}: \varphi(FS)$  的联系描述模糊解释  $\rightarrow FDBS$ , 满足:

(1) 对  $FS$  的任意合法数据库状态  $FB, \alpha_{FS}(FB)$  是  $\varphi(FS)$  的一个模型, 并且对任意符号  $X \in E_{FS} \cup A_{FS} \cup R_{FS} \cup D_{FS}$  有:  $X^{FB}=(\varphi(X))_{FS}^{(FB)}$  成立。

(2) 对  $\varphi(FS)$  的任意联系描述模糊解释  $FI, \beta_{FS}(FI)$  是

$FS$  的一个合法数据库状态, 并且对任意符号  $X \in E_{FS} \cup A_{FS} \cup R_{FS} \cup D_{FS}$  有:  $(\varphi(X))^{FI}=X^{(FB)}$  成立。

通过引用文献[8]中的定理 1, 可以建立映射  $\alpha_{FS}$  和  $\beta_{FS}$ , 说明可以在模糊 ER 模型所对应的模糊数据库状态 FDBS 与模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库  $\varphi(FS)$  的模型之间建立对应关系, 从而保证了定义 10 中转化函数  $\varphi$  的正确性, 即转化函数  $\varphi$  能够正确地将模糊 ER 模型转化为 FDLR 的知识库。而且可以通过文献[5]中命题 4.8 的证明过程来证明上述定理 1 的正确性。但本文引入了新的模糊描述逻辑 FDLR, 考虑的是  $n$  元模糊联系, 所以上述的证明过程是文献[5,8]中证明过程的一种推广。

### 4.4 模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库实例

为了更好地理解如何将模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库, 下面给出一个转化实例, 将图 6 中的模糊 ER 模型  $FS_4$  转化为图 7 中的 FDLR 知识库  $\varphi(FS_4)$ , 同时也能更好地理解定义 10 中的转化规则。

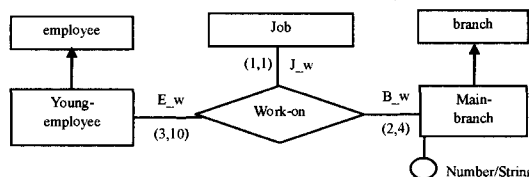


图 6 模糊 ER 模型  $FS_4$

```

说明:首先由定义 10 可知:  $\mu_{FR}(E_w)=1, \mu_{FR}(J_w)=2, \mu_{FR}(B_w)=3$ . 其中  $n=3$  表示联系的元为 3
 $\varphi(FS_4)=(FA, FP, FT)$ 
FA={employee, Young-employee, Job, branch, Main-branch, String }
FP={ Work-on, Number }
FT={employee  $\supseteq$  Young-employee
    branch  $\supseteq$  Main-branch
    Young-employee  $\subseteq$  employee  $\wedge \geq 3[\$1]$  Work-on  $\wedge \leq 10[\$1]$  Work-on
    Job  $\subseteq =1[\$2]$  Work-on
    Main-branch  $\subseteq$  branch  $\wedge \geq 2[\$3]$  Work-on  $\wedge \leq 4[\$3]$  Work-on  $\wedge (\forall [\$1](Number \wedge (\$2/:\text{string})))$ 
     $\wedge =1[\$1]$  Number
    Work-on  $\subseteq (\$1/n:\text{Young-employee}) \wedge (\$2/n:\text{Job})$ 
     $\wedge (\$3/n:\text{Main-branch})$  }.
```

图 7 模糊 ER 模型  $FS_4$  对应的知识库  $\varphi(FS_4)$

从图 7 可以看出, 将模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库和本文图 3 中将 ER 模型转化为 DLR 知识库形式上相类似, 因此具有第 2 节中用 DLR 对 ER 模型进行表示所提到的全部优点。进而说明本文提出的这种模糊描述逻辑 FDLR 能够很好地对模糊 ER 模型进行表示。下面介绍用 FDLR 的推理机制来处理模糊 ER 模型的相关推理问题, 从而更好地指导实践。

### 4.5 模糊 ER 模型的推理

通过上面的转化规则能够准确地将模糊 ER 模型转化为 FDLR 知识库, 使得能够更好地利用 FDLR 的推理机制对模糊 ER 模型的相关问题进行自动推理。

常见的有关模糊 ER 模型的推理主要包括可满足性判断、包含关系以及模糊 ER 模型的冗余性等推理问题<sup>[8]</sup>。而利用 FDLR 的推理机制对模糊 ER 模型的相关问题进行自动推理和文献[8]中使用 FALNUI 的推理机制对模糊 ER 模型的相关问题进行自动推理相类似。因此本文通过借鉴文献[1,4,5,8,15]中的相关方法, 简单介绍将模糊 ER 模型的推理问题转化为 FDLR 的推理问题的有关方法。

说明: 以下给出的引理、定理和定义都是通过借鉴文献[1,4,5,8,15]中的相关内容给出的, 其证明过程与文献[1,4,5,8,15]中的相应证明过程类似。

## 4.5.1 一致性判断

首先给出模糊概念和模糊联系一致性的性质:

**引理 1** 给定模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 通过定义 10 的转化规则将  $FS$  转化为 FDLR 的知识库  $\varphi(FS)$ ,  $FC$  是  $\varphi(FS)$  的一个模糊概念, 如果  $FC$  是一致的, 则  $\varphi(FS)$  存在一个联系描述模糊解释  $FI$ , 使得  $FC^{FI} \neq \emptyset$ .

**引理 2** 给定模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ ,  $\varphi(FS)$  是将  $FS$  转化为 FDLR 的知识库,  $FR$  是  $\varphi(FS)$  的一个模糊联系, 如果  $FR$  是一致的, 则  $\varphi(FS)$  存在一个联系描述模糊解释  $FI$ , 使得  $FR^{FI} \neq \emptyset$ .

## 4.5.2 可满足性判断

下面给出模糊 ER 模型中模糊实体和模糊联系的可满足性推理问题。

**定理 2** 给定模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 通过定义 10 的转化规则将  $FS$  转化为 FDLR 的知识库  $\varphi(FS)$ ,  $FE$  是  $FS$  的模糊实体, 则  $FE$  是可满足的, 当且仅当  $\varphi(FS) \models \varphi(FE) \sqsubseteq \perp$ 。

## 4.5.3 包含关系

**定理 3** 给定模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 通过定义 10 的转化规则将  $FS$  转化为 FDLR 的知识库  $\varphi(FS)$ ,  $FE_1$  和  $FE_2$  是  $FS$  的两个模糊实体, 则  $FE_1 \leq_{FS} FE_2$ , 当且仅当  $\varphi(FS) \models \varphi(FE_1) \sqsubseteq \varphi(FE_2)$ 。

## 4.5.4 冗余性

模糊 ER 模型中的冗余一般分为模糊实体间的冗余和模糊联系间的冗余。根据传统数据库中对 ER 模型冗余问题的理解, 下面给出模糊 ER 模型冗余性的形式化定义以及与模糊描述逻辑 FDLR 的推理机制之间的转化定理。

**定义 11** 在模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$  中, 如果存在两个模糊实体  $FE_1$  和  $FE_2$ , 使得  $FE_1 \leq_{FS} FE_2$  和  $FE_2 \leq_{FS} FE_1$  成立, 或者存在两个模糊联系  $FR_1$  和  $FR_2$ , 使得  $FR_1 \leq_{FS} FR_2$  和  $FR_2 \leq_{FS} FR_1$  成立, 则称模糊 ER 模型  $FS$  存在冗余, 或者  $FS$  是冗余的。

**定理 4** 给定模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 以及通过定义 10 的转化规则将  $FS$  转化为 FDLR 的知识库  $\varphi(FS)$ , 其中  $FE_1$  和  $FE_2$  是  $FS$  的两个模糊实体,  $FR_1$  和  $FR_2$  是  $FS$  的两个模糊联系, 则  $FS$  是冗余的, 当且仅当下列两式至少有一个成立:

(1)  $\varphi(FS) \models \varphi(FE_1) \sqsubseteq \varphi(FE_2)$  和  $\varphi(FS) \models \varphi(FE_2) \sqsubseteq \varphi(FE_1)$ ;

(2)  $\varphi(FS) \models \varphi(FR_1) \sqsubseteq \varphi(FR_2)$  和  $\varphi(FS) \models \varphi(FR_2) \sqsubseteq \varphi(FR_1)$ 。

**定理 5** 给定模糊 ER 模型  $FS=(L_{FS}, \leq_{FS}, att_{FS}, rel_{FS}, card_{FS})$ , 通过定义 10 的转化规则将  $FS$  转化为 FDLR 的知识库  $\varphi(FS)$ , 其中  $FE_1$  和  $FE_2$  是  $FS$  的两个模糊实体,  $FR_1$  和  $FR_2$  是  $FS$  的两个模糊联系, 则有

(1)  $FE_1$  是不可满足的  $\Leftrightarrow ((FS) \models \varphi(FE_1) \sqsubseteq \perp)$ ;

(2)  $FR_1$  是不可满足的  $\Leftrightarrow ((FS) \models \varphi(FR_1) \sqsubseteq \perp)$ ;

(3)  $FE_1 \leq_{FS} FE_2 \Leftrightarrow \varphi(FE_1) \cap \neg \varphi(FE_2)$  是不可满足的;

(4)  $FR_1 \leq_{FS} FR_2 \Leftrightarrow \varphi(FR_1) \cap \neg \varphi(FR_2)$  是不可满足的。

**结束语** 本文重点分析了将 ER 模型分别转化为 ALNUI 知识库和 DLR 知识库的不同。针对目前模糊 ER 模型的需求, 在描述逻辑 DLR 基础上, 提出了一种新的模糊描述逻辑 FDLR, 并给出了 FDLR 的语法结构、语义解释以及知识库的形式。研究了如何将模糊 ER 模型转化为 FDLR 的知识库, 证明了这种转化的正确性, 并利用 FDLR 的推理机制研究了模糊 ER 模型的可满足性、冗余性和包含关系等自动推

理问题, 证明了相关推理问题的正确性。通过将模糊 ER 模型转化为 FDLR 的知识库, 并进行推理研究, 从而说明 FDLR 能够很好地对模糊 ER 模型进行表示和推理, 进而能够更好地用来指导实践。

今后的研究重点主要有: 考虑如何将定义 10 中的转化规则用算法实现, 并重点研究 FDLR 的 Tableaux 算法以及有关推理复杂性问题。

## 参 考 文 献

- [1] Baader F, Nutt W. Basic description logics // Baader F, Calvanese D, McGuinness D, et al., eds. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003; 47-100
- [2] Artale A, Cesarini F, Soda G. Describing database objects in a concept language environment. IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering, 1996, 8(2): 345-351
- [3] Borgida A. Description logics in data management. IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering, 1995, 7(5): 671-682
- [4] Borgida A, Lenzerini M, Rosati R. Description logics for data bases // Baader F, Calvanese D, McGuinness D, et al., eds. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003; 472-494
- [5] Calvanese D, Lenzerini M, Nardi D. Unifying class-based representation formalisms. Journal of Artificial Intelligence Research, 1999, 11(2): 199-240
- [6] Calvanese D, Giacomo G D, Nardi D, et al. Reasoning in expressive description logics // Robinson A, Voronkov A, eds. Handbook of Automated Reasoning. Milan: Elsevier Science Publishers, 2001; 1581-1634
- [7] Straccia U. Transforming fuzzy description logics into classical description logics [A] // Proceedings of the 9th European Conference on Logics in Artificial Intelligence [C]. Lisbon, Portugal, 2004; 385-399
- [8] 蒋运承, 汤庸, 王驹. 基于描述逻辑的模糊 ER 模型. 软件学报, 2006, 17(1): 20-30
- [9] Calvanese D, Giacomo G D. Expressive description logics // The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. F. Baader, D. Calvanese, et al., eds. Cambridge: Cambridge University Press, 2003; 211-225
- [10] Chen P P S. The entity-relationships model toward a unified view of data. ACM Trans. on Database Systems, 1976, 1(1): 9-36
- [11] Zadeh L A. Fuzzy sets. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353
- [12] Straccia U. A Fuzzy Description Logic // Rich C, Mostow J, Buchanan B G, et al., eds. Proc. of the AAAI-98, 15th National Conf. on Artificial Intelligence. AAAIPress, 1998; 594-599
- [13] Zvieli A, Chen P P. Entity-relationships modeling and fuzzy databases // Proceedings of the 1986 IEEE International Conference on Data Engineering, 1986; 320-327
- [14] Zadeh L A. Fuzzy logic = computing with words. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 1996, 4(2): 103-111
- [15] Calvanese D, De Giacomo G, Lenzerini M. Conjunctive Query Containment in Description Logics with n-ary Relations // Proc. of Description Logic, Université Paris-Sud, Centre d'Orsay, Laboratoire de Recherche en Informatique L R I, 1997; 1-9
- [16] Stoilos G, Stamou G, Tzouvaras V, et al. Fuzzy OWL: Uncertainty and the semantic Web // Cuenca-Grau B, Horrocks I, Parsia B, et al., eds. Proc. of the Int'l Workshop on OWL: Experience and Directions. Aachen: CEUR-WS. org Publishers, 2005; 80-89
- [17] Straccia U. Reasoning within fuzzy description logics. Journal of Artificial Intelligence Research, 2001, 14(1): 137-166
- [18] Artale A, Franconi E. Temporal ER modeling with description logics // Akoka J, Bouzeghoub M, Comyn-Wattiau I, et al., eds. Proc. of the 18th Int'l Conf. on Conceptual Modeling. LNCS 1728, Springer-Verlag, 1999; 81-95
- [19] Baader F, Horrocks I, Sattler U. Description logics as ontology languages for the semantic web // Hutter D, Stephan W, eds. Festschrift in honor of Jorg Siekmann. Lecture Notes in Artificial Intelligence. Springer, 2003
- [20] Stoilos G, Stamou G, Tzouvaras V, et al. The fuzzy description logic f-SHIN // Paulo-Cesar G D C, Kathryn B L, Kenneth J L, et al., eds. Proc. of the Int'l Workshop on Uncertainty Reasoning for the Semantic Web. Aachen: CEUR-WS. org Publishers, 2005; 67-76