

# 基于优势关系的粗糙集应用研究<sup>\*</sup>)

贾修一 于绍越 商琳 陈世福

(南京大学软件新技术国家重点实验室 南京 210093) (南京大学计算机科学与技术系 南京 210093)

**摘要** 基于优势关系的粗糙集定义能够弥补经典粗糙集中不能表达出数据属性值偏好关系的劣势,使得到的“if...then...”推导规则更符合实际情况,具有推广性。本文首先介绍基于优势关系的粗糙集的产生背景;然后综述其在数据挖掘中的应用,包括规则生成和属性约简;最后讨论了进一步的研究内容和发展方向。

**关键词** 多标准问题,偏好信息,优势关系,粗糙集

## Research on the Dominance-based Rough Set Approach

JIA Xiu-yi YU Shao-yue SHANG Lin CHEN Shi-fu

(National Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

(Department of Computer Science and Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

**Abstract** Dominance-based Rough Set Approach (DRSA) is different from the Classical Rough Set Approach (CRSA) because it takes into account preference orders in the domains of attributes and in the set of decision classes. Therefore the rules as ‘if...then...’ are more suitable and popular in practice. In this paper, the general concepts and characters of dominance-based rough set approach are introduced firstly. Then some applications of dominance-based rough set approach in data mining are presented, including rules generation and attributes reduction. Finally the status quo and future work of research on dominance-base rough set approach are discussed.

**Keywords** Multicriteria problem, Preference orders, Dominance relation, Rough set

## 1 引言

经典粗糙集<sup>[1]</sup>中的属性,如症状、颜色、质地特征等不同标准属性,因为它们的属性值通常不考虑偏好信息,而标准属性是具有偏好信息的,如评价学生德育成绩、智育成绩等属性。决策类别也可以表达偏好,如决策者将破产风险分为高风险、中风险及低风险等级别,这种类型的分类也称为排序。

通常把在知识发现过程中考虑标准属性的偏好信息的问题称为多标准问题。解决多标准问题最早可追溯到 1936 年 Fisher<sup>[2]</sup>提出的线性判别式分析方法模型,用以解决多维分类问题。随后 Smith<sup>[3]</sup>将其扩展到二次型,与此同时还有 Bliss<sup>[4]</sup>, Berkson<sup>[5]</sup>提出的 logit/probit 分析等基于统计假设的统计方法。而最近的研究则主要是基于应用研究和人工智能技术,如神经网络、机器学习、fuzzy 集和 MCDA (Multi-Criteria Decision Aiding) 等<sup>[6]</sup>。与其他技术相比较,MCDA 研究者不但研究如何在给定的数据集上分析构建一个分类/排序模型的“自动”方法,而且着重强调于能够把决策者们的偏好信息整合到已建立的分类/排序模型中的偏好模型方法。比较有代表性的有基于效用函数的 UTADIS<sup>[7,8]</sup>和基于级别高于关系偏好模型的 ELECTRE TRI Assistant<sup>[9,10]</sup>等,这其中意义影响重大的当属 Greco 等提出的基于优势关系的粗糙集方法 DRSA<sup>[11]</sup> (Dominance-based Rough Set Approach),这也是本文所要研究的。

## 2 基于优势关系的粗糙集方法 DRSA

### 2.1 DRSA 的提出

多标准问题中决策类也具有偏好信息的问题称为多标准决策问题,经典粗糙集方法在多标准决策问题中的最早应用是利用其来描述属性之间的依赖度、计算属性的重要度和处理不一致数据信息<sup>[1]</sup>。由于经典粗糙集中只考虑属性值的是否可区分性,而不考虑其偏好关系,因此并不能很好地在决策过程中表达其原有的偏好信息。S. Greco 等提出的基于优势关系的粗糙集方法 (DRSA) 却很好地解决了该问题,弥补了经典粗糙集在解决该类问题时的缺陷。DRSA 用优势关系取代了经典粗糙集中的等价关系,考虑标准下的对象之间的优劣信息,而就决策规则“if...then...”形式的条件和决策部分也由原来的单一确定性取值变成“至少”,“至多”等多选择性取值,这更符合现实生活中决策者的需求,方便决策者对对象进行排序或比较等。值得注意的是 DRSA 不仅能够处理标准属性和非标准属性共存问题、缺失值问题,而且在取值单调变化标准问题上比 Sugeno 模糊积分更具有普适性<sup>[12]</sup>。

### 2.2 成对比较表

解决多标准问题的偏好模型是建立在决策者提供的偏好信息基础之上的,而决策者提供的偏好信息通常都是以两两比较形式给出的。为更好地表达决策者提供的偏好信息, Greco 于 1995 年首先提出了成对比较表 (Pairwise Comparison Table) 的概念<sup>[13]</sup>。基于成对比较表,对象之间的级偏好关系 (graded preference relation) 定义如下:

$xP_q^h y, h > 0$ , 表示  $x$  在标准  $q$  上  $h$  级偏好于  $y$ 。

$xP_q^h y, h < 0$ , 表示  $x$  在标准  $q$  上  $h$  级不偏好于  $y$ 。

$xP_q^h y, h = 0$ , 表示  $x$  在标准  $q$  上无差别于  $y$ 。

<sup>\*</sup>) 本文得到国家自然科学基金(60503033)资助。贾修一 硕士生,研究方向为数据挖掘;于绍越 硕士生,研究方向为数据挖掘;商琳 副教授,研究方向为人工智能、软计算和 rough 集;陈世福 教授,博士生导师,研究方向为人工智能。

相应地按照经典粗糙集的各项定义方式,基于该级偏好关系的上下近似,边界和近似精度等概念都做了类似的定义,构成了基于优势关系的优势粗糙集。依据上下近似和边界等概念定义,也能求得核,进行简单的规则推导和进行方案排序等。但是用基于级偏好关系的优势粗糙集时必须首先构造成对比较表,这使得在时间和空间开销上增大,且得到的决策规则形式不直观,在实际应用过程中并不实用。对此 Greco 又提出一种简单的优势粗糙集定义方式,并在此基础上提出了几种规则生成的算法。2.3 节将重点介绍这种优势粗糙集的定义。

### 2.3 优势粗糙集的定义<sup>[14]</sup>

**定义 1** 信息系统  $S=\langle U, Q, V, f \rangle$ ,  $U$  为论域,  $Q$  为属性集,  $Q$  通常分为条件属性集  $C$  和决策属性集  $D$ 。  $V=U_{q \in Q} V_q$ , 这里  $V_q$  是属性  $q$  的值域,  $f: U \times Q \rightarrow V$  是对任意  $q \in Q, x \in U$  有  $f(x, q) \in V_q$  的映射函数。

解决多标准决策问题通常还要做如下假设:根据决策属性集  $D$  可将  $U$  划分为有穷个数的类集合:  $Cl = \{Cl_t, t \in T\}$ ,  $T = \{1, \dots, n\}$ , 对任意  $x \in U$  属于且只属于其中的一个分类  $Cl_t \in Cl$ 。

**定义 2** (分类的上联合和下联合)

$$Cl_t^{\geq} = \bigcup_{s \geq t} Cl_s, Cl_t^{\leq} = \bigcup_{s \leq t} Cl_s, t=1, \dots, n \quad (1)$$

其中根据决策属性划分的类集合也是有序的,也就是说对所有的  $r, s \in T$ , 若  $r > s$ , 则  $Cl_r$  里的对象从决策角度来看要优于  $Cl_s$  里的对象。

经典粗糙集中的不可分辨关系也由优势关系所替代。

**定义 3** 对于集合  $P \subseteq C$ , 任意  $q \in P$ , 都有  $x \geq_q y$ , 就称  $x$  在属性集  $P$  上优于  $y$ , 记为  $x D_P y$ 。对给定的  $P \subseteq C$  和  $x \in U$ , DRSA 的上下近似的知识粒度为:  $P$ -dominating 集  $D_P^+(x) = \{y \in U; y D_P x\}$  和  $P$ -dominated 集  $D_P^-(x) = \{y \in U; x D_P y\}$ 。

**定义 4** ( $Cl_t^{\geq}$  和  $Cl_t^{\leq}$  的  $P$  下近似和  $P$  上近似)

$$\begin{aligned} \underline{P}(Cl_t^{\geq}) &= \{x \in U; D_P^+(x) \subseteq Cl_t^{\geq}\}, \\ \overline{P}(Cl_t^{\geq}) &= \bigcup_{x \in Cl_t^{\geq}} D_P^+(x), t=1, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \underline{P}(Cl_t^{\leq}) &= \{x \in U; D_P^-(x) \subseteq Cl_t^{\leq}\}, \\ \overline{P}(Cl_t^{\leq}) &= \bigcup_{x \in Cl_t^{\leq}} D_P^-(x), t=1, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

**定义 5**  $Cl_t^{\geq}$  和  $Cl_t^{\leq}$  的  $P$  边界域 (boundary region) 定义为:

$$\begin{aligned} Bn_P(Cl_t^{\geq}) &= \overline{P}(Cl_t^{\geq}) - \underline{P}(Cl_t^{\geq}), \\ Bn_P(Cl_t^{\leq}) &= \overline{P}(Cl_t^{\leq}) - \underline{P}(Cl_t^{\leq}), t=1, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

## 3 优势粗糙集在数据挖掘中的应用

经典粗糙集和其他机器学习方法相比较优点在于进行知识约简时能取得很好的效果,同时也可以通过决策表生成一定的决策规则。而 DRSA 依据本身的特性,在继承经典粗糙集知识约简能力的同时又在规则生成方面做了很大的突破,生成的决策规则更符合实际意义,较大程度地满足了决策者的各种不同需要。

### 3.1 DRSA 在规则生成上的应用

经典粗糙集方法在生成决策规则前不考虑决策者提供的先验知识且得到的决策规则条件部分一般是确定的取值,而现实情况中决策者通常不关注于每一个具体的取值,关心的只是一个所感兴趣的取值范围,并根据先验知识在该范围内进行投资或执行其他的决策行为,虽然可以对经典粗糙集得到的决策规则再结合先验知识在表达形式上进行一定的转

化,但这样又增加额外的开销且不一定保证决策的正确。DRSA 通过分类的上下联合可以生成形如“if...then...”的五种决策规则,既考虑了决策者提供的先验知识(偏好信息),也使得规则形式更符合实际情况,满足决策者执行各项决策行为时的需求。

#### 3.1.1 决策规则形式<sup>[14]</sup>

假设对每个  $q \in C, V_q \subseteq R$  ( $R$  为实数) 且  $V_q$  是偏序的,则通过 DRSA 可得到如下五种决策规则形式:

1) 确定  $D_{\geq}$ -decision 规则:

if  $f(x, q_1) \geq r_{q_1}$  and  $f(x, q_2) \geq r_{q_2}$  and  $\dots f(x, q_p) \geq r_{q_p}$ , then  $x \in Cl_t^{\geq}$ 。

2) 可能  $D_{\geq}$ -decision 规则:

if  $f(x, q_1) \geq r_{q_1}$  and  $f(x, q_2) \geq r_{q_2}$  and  $\dots f(x, q_p) \geq r_{q_p}$ , then  $x$  could belong to  $Cl_t^{\geq}$ 。

3) 确定  $D_{\leq}$ -decision 规则:

if  $f(x, q_1) \leq r_{q_1}$  and  $f(x, q_2) \leq r_{q_2}$  and  $\dots f(x, q_p) \leq r_{q_p}$ , then  $x \in Cl_t^{\leq}$ 。

4) 可能  $D_{\leq}$ -decision 规则:

if  $f(x, q_1) \leq r_{q_1}$  and  $f(x, q_2) \leq r_{q_2}$  and  $\dots f(x, q_p) \leq r_{q_p}$ , then  $x$  could belong to  $Cl_t^{\leq}$ 。

5) 近似  $D_{\geq \leq}$ -decision 规则:

if  $f(x, q_1) \geq r_{q_1}$  and  $f(x, q_2) \geq r_{q_2}$  and  $\dots f(x, q_k) \geq r_{q_k}$  and  $f(x, q_{k+1}) \leq r_{q_{k+1}}$  and  $\dots f(x, q_p) \leq r_{q_p}$  then  $x \in Cl_s \cup Cl_{s+1} \cup \dots \cup Cl_t$ 。

决策者可以根据不同的需要来选择不同的决策规则形式,生成的规则更具有针对性且不同的决策规则形式体现了优势关系粗糙集的优势所在。

在相应的规则生成算法方面, Greco 等人做出了很多的贡献,提出了 DOMELEM 算法<sup>[14]</sup>、Glance 算法、Allrules 算法和 Allrules-Extended 算法等<sup>[15]</sup>。以下将重点介绍 DOMLEM 算法及其与其它算法之间的比较。

#### 3.1.2 DOMLEM 算法

Greco 最早在 2001 年提出一种基于 DRSA 的规则生成算法: DOMLEM 算法。该算法能够得到上面提到的五种决策规则: 推导确定类决策规则要求输入的是上下联合的下近似, 推导可能类决策规则输入的是上下联合的上近似, 而推导近似类决策规则输入的是上下联合的上近似交集。下面仅就给出推导确定类决策规则的算法, 其他情况修改相应参数即可。

##### 规则生成算法 DOMLEM

输入: 各个上联合的下近似  $L_{\text{upp}}: \{\underline{P}(Cl_1^{\geq}), \underline{P}(Cl_2^{\geq}), \dots, \underline{P}(Cl_n^{\geq})\}$ 。

初始化:  $D_{\geq}$ -decision 规则集合  $R_{\geq}$  为空。

For 每一个  $B \in L_{\text{upp}}$   
     $ER = \text{find\_rules}(B)$ ;  
    For 每一条规则  $E \in ER$   
        If  $E$  是最小规则 then  $R_{\geq} = R_{\geq} \cup E$ ;  
    End For

End For

输出: 规则集合  $R_{\geq}$ 。

函数 find\_rules

输入: 集合  $B$ ;

初始化: 对象集合  $G=B, E=\emptyset$ 。

While  $G \neq \emptyset$

$E = \emptyset$ ;

    当前被  $E$  所覆盖的对象集合  $S=G$ ;

    While  $E = \emptyset$  或  $[E] \not\subseteq B$

        存放最好的候选条件规则  $\text{best} = \emptyset$ ;

        For 每个标准  $q_i \in P$

$\text{Cond} = \{ \langle f(x, q_i) \geq r_{q_i} \rangle; \exists x \in S (f(x, q_i) = r_{q_i}) \}$ ;

        End For

        For 每个  $\text{elem} \in \text{Cond}$

            If  $\text{evaluate}(\{\text{elem}\} \cup E)$  优于  $\text{evaluate}(\{\text{best}\} \cup E)$ , then  $\text{best} = \text{elem}$ ;

```

End For
E=E∪{best};
S=S∩[best];
End While
For 每个元素条件部分 e∈E
  If [E-{e}]⊆B then E=E-{e};
End For
在 E 的基础上生成一条新的规则;
ER=ER∪{E};
G=B-∪E∈ER[E];
End While
输出:规则集合 ER。

```

在算法当中,评价条件部分是否最优的函数 evaluate( $E$ ) 选取具有最高比率  $|[E] \cap G| / |[E]|$  的规则  $E$ , 在比率相同的时候选取  $|[E] \cap G|$  值最大的  $E$ , 其中  $[E]$  表示规则  $E$  所覆盖的样例集。最小规则要求生成的规则既是完备的且是非冗余的。算法得到的规则形式为: if  $(f(x, q_2) \geq 2.0)$ , then  $x \in C_{i_2}^{\geq}$ 。利用该算法得到的规则都是描述性的, 能够帮助决策者很好地理解知识。该算法生成所有的决策规则, 提供给决策者以进行排序或比较等。相比基于经典粗糙集方法的 MODLEM 算法<sup>[16]</sup>和基于启发式的 LEM2 算法<sup>[17]</sup>, 该算法在计算时间上要节约很多<sup>[14]</sup>。

### 3.1.3 Glance 算法和 Allrules 算法

Greco 在 2004 年又提出了增量地和非增量的规则生成算法, 增量的 Glance 算法<sup>[15]</sup>在构造一条新的规则的时候都要检查规则的最小性, 而当增量地生成新规则时, 只需要检查相同联合下的最小性即可。而非增量的 Allrules 算法及 Allrules-Extended 算法<sup>[15]</sup>, 能使得生成的规则在数量上和时间开销上大大减少。

Greco 通过大量的实验对 DOMLEM, Glance 和 Allrules 这三种算法进行了比较, 在不同的情况下各种算法各有优劣<sup>[15]</sup>, 如表 1 所示。

表 1

| 算法      | DOMLEM                   | Glance | Allrules   |
|---------|--------------------------|--------|------------|
| 问题类型    |                          |        |            |
| 样例个数增加时 | 最大                       | 最少     | 中          |
| 的时间开销   |                          |        |            |
| 属性个数增加时 | 中                        | 最大     | 最少         |
| 的时间开销   |                          |        |            |
| 生成规则数量  | 中                        | 多      | 少          |
| 适合属性种类  | 常规属性 <sup>1</sup> 多, 标准少 | 中      | 标准多, 常规属性少 |

总体来说 Glance 和 Allrules 互补, Glance 适合解决属性少而样例多的数据集, 而 Allrules 正好相反, 在解决不同类型的数据集时可采用不同的方法以求得最快的方案。

### 3.2 DRSA 在知识约简上的应用

国内的研究者对 DRSA 在知识约简上的应用做了很多的工作, 如李克星<sup>[18]</sup>、叶东毅等人<sup>[19]</sup>的求核约简算法, 袁修久等的广义决策约简和上近似约简等<sup>[20]</sup>。

李在 2003 年提出的通过基于优势关系的区别矩阵进行求核的约简方法<sup>[18]</sup>, 充分继承了经典粗糙集的求核方法。定义矩阵元素求法为:

$$a(x, y) = \{a \in C \mid f(x, a) > f(y, a), f(x, d) > f(y, d)\}$$

但由于李的方法没有考虑到矩阵的相容性问题, 使得在解决知识中存在不相容数据的时候会出现错误, 吴毅民和叶东毅在 2004 年更正了该错误, 重新定义矩阵元素求法<sup>[19]</sup>如下:

$$\begin{cases} a(x, y), (R_C^- [x_j] \subseteq d_{f(x_j, d)}^-) \wedge (R_C^+ [x_j] \subseteq d_{f(x_j, d)}^+) \\ \text{or } (R_C^- [x_i] \subseteq d_{f(x_i, d)}^-) \wedge (R_C^+ [x_i] \subseteq d_{f(x_i, d)}^+) \\ C, \text{ others} \end{cases}$$

在此

$$a(x, y) = \{a \in C \mid f(x, a) > f(y, a), f(x, d) > f(y, d)\}.$$

该定义完善了利用区别矩阵求核的方法。

### 3.3 DRSA 在其他方面的应用

Greco 除了提出了基于优势关系的粗糙集方法, 还提出了基于优势关系的可变精度粗糙集方法 VC-DRSA<sup>[21,22]</sup>, 在确定 P-dominating 集和 P-dominated 集时用概率估计的非强决策形式来代替原来的强决策形式, 进一步提高了 DRSA 的泛化能力和抗噪声能力, 使之应用范围更广。

广大粗糙集研究者们也在逐渐完善优势关系粗糙集的模式, 如解决不完备信息的扩展优势关系与优势集<sup>[23]</sup>, 定义扩展优势关系为:

$$\text{EDOM}(P) = \{(x, y) \in U \times U \mid \forall a \in P, f(x, a) \geq f(y, a) \text{ or } f(x, a) = *, \text{ or } f(y, a) = *\}$$

在此, “\*”表示缺失值。

此外还有从数学和理论角度进行完善, 如基于优势关系的粗糙格定义<sup>[24]</sup>, 协调近似空间等<sup>[25-27]</sup>。还有和其他软计算方法相结合, 以便更好地解决应用问题等<sup>[28-31]</sup>。

## 4 基于优势关系的粗糙集的展望

DRSA 由于本身的特性, 在解决现实问题中得到了很好的应用, 如空军航材供应点的偏好选址等<sup>[32]</sup>。

基于粗糙集和增量学习等方面的研究基础, 我们以后对 DRSA 可能的研究内容将主要集中在以下几方面:

1) 由于生成的单个规则集都比较大, 在规则与训练集进行匹配的时候出现冲突较多, 寻求有效的在保证分类质量不变或提高的条件下减小规则集的约简算法是主要研究方向。

2) 海量数据处理, 当数据特别多的时候, 产生的规则将会很多, 这也是经典粗糙集的挑战之一。

3) 多方法融合技术, 和经典粗糙集与其他方法相结合一样, 可以根据自身的优点, 融合其他的方法解决特定的问题。

4) 加强应用方面的研究, 以促进 DRSA 在应用领域的发展。

## 参考文献

- [1] Pawlak Z. Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991
- [2] Fisher R. The use of multiple measurements in taxonomic problems. Annals of Eugenics, 1936, 7: 179-188
- [3] Smith C. Some examples of discrimination. Annals of Eugenics, 1947, 13: 272-282
- [4] Bliss C. The method of probits. Sicence, 1934, 79: 38-39
- [5] Berkson J. Application of the logistic function to bio-assay. Journal of the American Statistical Association, 1944, 39: 357-365
- [6] Zopounidis C, Doumpos M. Multicriteria classification and sorting methods: A literature review. European Journal of Operational Research, 2002, 138: 229-246
- [7] Jacquet-Lagrez E. An application of the UTA discriminant model for the evaluation of R&D projects // Pardalos PM, Siskos Y, Zopounidis C, eds. Advances in Multi criteria Analysis. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995: 203-211
- [8] Zopounidis C, Doumpos M. A multicriteria decision aid methodology for sorting decision problems: The case of financial distress. Computational Economics, 1999, 14(3): 197-218

(下转第 137 页)

<sup>1</sup> 常规属性: 不含偏好信息的属性。

- Experiments and Analysis[R]. Department of Comp. Sci. & Eng University of Minnesota, 2001; 1-40
- [2] Steinbach M, Karypis G, Kumar V. A comparison of Document Clustering Techniques[R]. Department of Comp. Sci. & Eng University of Minnesota, 2000; 1-20
- [3] Salton G, Wang A, Yang C S. A vector space model for automatic indexing[J]. *Communication of the ACM*, 1975, 18(11): 613-620
- [4] Luo Xiao, Sun Maosong, Tsou B K. Covering Ambiguity Resolution in Chinese Word Segmentation Based on Contextual Information[A]//*Proceedings of the 19th COLING*. 2002; 598-604
- [5] Li J, Kwan RSK. A fuzzy genetic algorithm for driver scheduling [J]. *European Journal of Operational Research*, ELSEVIER, 2003, 147(2): 334-344
- [6] Andre J, Siarry P, Dognon T. An improvement of the standard genetic algorithm fighting premature convergence in continuous optimization[J]. *Advances in Engineering Software*, 2001, 32: 49-60
- [7] Ramze R M, Lelieveldt B PF, Reiber J H C. A new cluster validity indexes for the fuzzy c-mean[J]. *Pattern Recognition Letters*, 1998, 19: 237-246
- [8] Makoto I, Takenobu T. Hierarchical Bayesian clustering for automatic text classification[R]. Department of Computer Science Tokyo Institute of Technology. Tech Rep, TR95-0015. 1995
- 
- (上接第 111 页)
- [9] Mousseau V, Slowinski R. Inferring an ELECTRE-TRI model from assignment examples. *Journal of Global Optimization*, 1998, 12(2): 157-174
- [10] Mousseau V, Slowinski R, Zielniewicz P. A user-oriented implementation of the ELECTRE-TRI method integrating preference elicitation support. *Computers and Operations Research*, 2000, 27(7/8): 757-777
- [11] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough Approximation of Preference Relation by Dominance relations. *European Journal of Operational Research*, 1999, 117: 63-68
- [12] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Conjoint measurement and rough sets approach for multicriteria sorting problems in presence of ordinal data//*Colomni A, Paruccini M, Roy B, eds. EUR Report. Joint Research Centrem The European Commission, Ispra*, 2001; 114-141
- [13] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. Rough set approach to multi-attribute choice and ranking problems. *ICS Research Report 38/95*. Warsaw University of Technology. Warsaw, 1995
- [14] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R. An algorithm for induction decision rules consistent with the dominance principle//*Rough Sets and Current Trends in Computing. Proceedings of the 2nd Int. Conference RSCTC2000, Banff, October, 2000. LNAI 2005, Springer*, 2001; 304-313
- [15] Greco S, Slowinski R, Stefanowski J. Incremental versus Non-incremental Rule Induction for Multi-criteria Classification//*Peters J F, et al., eds. Transactions on Rough Sets, LNCS 3135*, 2004; 33-53
- [16] Stefanowski J. Rough set based rule induction techniques for classification problems//*Proc. 6th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing. Aachen, Sept. 1998*, 1: 109-113
- [17] Grzymala-Busse J W. LERS-a system for learning from examples base on rough sets//*Slowinski R, ed. Intelligent Decision Support. Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1992; 3-18
- [18] 李克文, 等. 基于序关系的粗糙集//*2003 年人工智能会议*. 邮电大学出版社, 1359-1363
- [19] 吴毅民, 叶东毅. 基于优势关系的粗糙集中的一种求核算法. *计算机科学*, 2004, 31(10. A): 138-139
- [20] 袁修久, 何华灿. 优势关系下广义决策约简和上近似约简. *计算机工程与应用*, 2006, 5: 4-7
- [21] Greco S, Matarazzo B, Slowinski R, et al. Variable Consistency Model of Dominance-Based Rough Sets Approach//*Ziarko W, Yao Y, eds. RSCTC 2000, LNAI 2005*, 2001; 170-181
- [22] Giove S, Greco S, Matarazzo B, et al. Variable Consistency Monotonic Decision Trees//*Alpignini J J, et al., eds. RSCTC2002, LNAI2475*, 2002; 247-254
- [23] 胡寿松, 何亚群. 粗糙决策理论与应用. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006
- [24] 王隆鑫, 刘财辉, 王黔英. 基于偏序关系的 Rough 集定义和 Rough 格. *计算机科学*, 2002, 29(9. 专刊): 110-111
- [25] 徐伟华, 张文修. 基于优势关系下的协调近似空间. *计算机科学*, 2005, 32(9): 164-165
- [26] 徐伟华, 张文修. 基于优势关系下不协调目标信息系统的知识约简. *计算机科学*, 2006, 33(2): 182-184
- [27] Yue Chaoyuan, Yao Shengbao, Zhang Peng, et al. Rough Approximation of a Preference Relation for Stochastic Multi-attribute Decision Problems//*Wang L, Jin Y, eds. FSKD 2005, LNAI 3613*, 2005; 1242-1245
- [28] Dembczynski K, Pindur R, Susmaga R. Generation of Exhaustive Set of Rules within Dominance-based Rough Set Approach. <http://www.elsevier.nl/locate/entcs/volume82.html>
- [29] Zaras K. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute stochastic dominance for determinist and stochastic evaluation problems. *European Journal of Operational Research*, 2001, 130: 305-314
- [30] Zaras K. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute stochastic dominance for determinist and stochastic and fuzzy problems. *European Journal of Operational Research*, 2004, 159: 196-206
- [31] Dembczynski K, Greco S, Slowinski R. Second-Order Rough Approximations in Multi-criteria Classification with Imprecise Evaluations and Assignments//*Slezak D, et al, eds. RSFDGrC 2005, LNAI 3641*, 2005; 54-63
- [32] 何亚群, 胡寿松. 基于粗糙集的空军航材供应点的偏好选址. *系统工程理论与实践*, 2003, 23(7): 95-99