

复杂网络的功效性与脆弱性研究综述^{*}

欧阳敏 费 奇 余明辉 栾恩杰

(华中科技大学系统工程研究所 武汉 430074)

摘 要 随着人类社会日益网络化,人们对各种关乎国计民生的复杂网络的安全性和可靠性提出越来越高的要求,复杂网络的功效性和脆弱性自然成为研究焦点之一。本文首先从复杂网络功效性和脆弱性分析和结构优化两方面详细综述了目前复杂网络功效性和脆弱性研究的进展,最后对这方面研究存在的问题和未来发展的趋势进行了总结和展望。

关键词 复杂网络,功效性,脆弱性,网络优化

Survey on Efficiency and Vulnerability of Complex Network

OU-YANG Min FEI Qi YU Ming-hui LUAN En-jie

(Institute of System Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract As human society being described by networks increasingly, people put forward more and more demand on the security and reliability of complex networks related to the national economy and people's livelihood. The study on efficiency and vulnerability of complex networks naturally becomes a focus. In this paper, the progress in analysis of efficiency and vulnerability and optimization of networks is reviewed in detail, respectively. Finally, the open questions and development trend are summarized and discussed.

Keywords Complex network, Efficiency, Vulnerability, Optimization of network

1 引言

真实世界中存在的大量复杂系统都可以通过网络来描述^[1-7],这些网络由许多节点与连接两节点的边所组成,其中节点用来代表组成真实系统中的个体,而节点间的边用来表示个体间的相互联系。比如说,人与人之间的社会关系、物种之间的捕食关系、词与词之间的语义联系、计算机之间的网络连接、网页之间的超级链接、科研文章之间的引用关系,以及科学家之间的合作关系等都可以用网络模型来描述。自从小世界效应^[8]和无标度特性^[9]发现以来,复杂网络的研究在过去几年得到了迅速发展,其研究者来自图论、统计物理、计算机、生态学、社会学以及经济学等各个不同领域。在信息通信、网络搜索、信号传输、传染病控制以及社会学中对突发事件的预报和处理等方面都具有重要的意义。

随着人类社会日益网络化,人们对各种关乎国计民生的复杂网络的安全性和可靠性提出越来越高的要求,复杂网络的功效性与脆弱性研究的重大理论意义和应用价值也日益凸显出来。人们开始关注:这些网络的功能、效率如何?到底有多可靠?例如,在2008年的奥运会期间,北京市的物资运输和人流输送网络的功能、效率如何?在高负载、出现突发事件情况下,这个网络抵抗瘫痪的能力如何?如何提高这个网络的功能效率和抵抗瘫痪的能力,对于确保奥运会的顺利进行,提高我国的形象和地位就具有极其重要的意义^[10]。

计算机网络已经深入到人们生活中的各个方面,计算机网络的安全性也变得越来越重要。人们使用网络加快信息的传递、节省劳动力、进行电子商务,促进经济的发展。由于网络的开放型,不同的团体、不同的国家都可以互连,而更由于

计算机攻击者的存在,使得网络的安全问题凸现出来。对于国家基础设施网络,一些重要部分的瘫痪可能会导致整个国家陷于混乱。对于大型企业的销售业务网,减小脆弱性就是提高企业的竞争力。生物领域也存在同样的问题,基因网络中的一些核心基因的故障会带来灾难性的后果。脆弱性分析是保证系统安全必不可少的手段,对系统进行脆弱性分析就如同生活中的“体检”,可使我们对系统安全做到“未雨绸缪”,从而更好地部署安全措施。

下面从复杂网络功效性和脆弱性分析和结构优化两方面来详细综述目前有关的研究进展,并对研究中存在的问题和未来发展趋势进行总结和展望。

2 复杂网络功效性与脆弱性分析

2.1 复杂网络功效性与脆弱性定义及衡量指标

复杂网络的功效性(Efficiency)与脆弱性(Vulnerability)是相关的概念,文献[11-15,20,22]中对网络的功效性有许多不同的定义,一般用网络的平均最短距离、直径、簇聚系数等来衡量网络的功效性,但都存在种种缺陷。目前被普遍认同的一种定义是 Smith, Latora 和 Marchiori 在文献[20,22]中提到的一种定义,认为功效性反映信息在网络中的传播速度。假设 ϵ_{ij} 表示两节点之间的通信效率,其与这两节点之间的最短距离成反比,于是作者认为: $\epsilon_{ij} = (1/d_{ij})$ 。而当 $d_{ij} = \infty$,即两节点之间没有路径时, $\epsilon_{ij} = 0$ 。通过这种定义,整个网络 G 的功效性指标定义如下^[18-20]:

$$E^+(G) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j \in G, i \neq j} \epsilon_{ij} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j \in G, i \neq j} \frac{1}{d_{ij}}$$

但是这个定义没有考虑网络连通性的影响,使得当网络

^{*} 本课题得到国家自然科学基金(60074008, 60574025)和湖北省自然科学基金资助项目(2004ABA055)资助。欧阳敏 博士研究生,主要研究方向为复杂系统与系统网络;费 奇 博士生导师,主要研究方向为决策支持系统、系统集成技术与方法;余明辉 副教授,主要研究方向为决策支持系统、复杂网络;栾恩杰 博士生导师,主要研究方向为复杂系统理论与应用。

不连通时的功效性可能比连通的网络还高,于是在文献[12]中作者定义了一种考虑连通性的功效性指标:

$$E^*(G) = \left(\prod_{i,j \in G, i \neq j} \frac{1}{d_{ij}} \right)^{\frac{1}{n(n-1)}}$$

对于脆弱性,在已有文献中有不同提法。一种认为网络的脆弱性与网络中某些节点或边遭受攻击后网络性能的下降有关。于是这个问题就转化为广义随机图上的渗流问题,可以利用渗流理论解析研究复杂网络的脆弱性。在文献[53]中,作者得出了随机攻击下网络崩溃的节点移除比例的临界值: $f_c^{rand} = 1 - \frac{1}{\langle k^2 \rangle / \langle k \rangle - 1}$ 。而在文献[54]中,作者提到了如何计算蓄意攻击下临界值 f_c^{rand} 的方法。2005年,Paul等^[55]对上述 f_c^{rand} 的适用范围进行了详细讨论。在其它相关文献[56,57]中涉及到对特定网络求解临界值的问题。

在文献[16,20,22,25,52]中,作者分别研究了不同网络面对不同攻击下网络的极大连通图尺寸与网络总规模之比 S 、极大连通图平均最短路径 L 与节点移除比例的关系,用仿真研究了它们之间的变化关系图。另一方面,不同文献也展开了对网络脆弱性或重要性指标的研究。Latora, Marchiori在文献[22]中提出,网络中某个节点 i 的重要性或脆弱性是这个节点的移除而导致的网络功能的下降。 $v_{loc}(i) = E(G) - E(G \setminus \{i\})$, 其中 $E(*)$ 表示网络的功效性。于是整个网络的脆弱性可以按照如下方式定义:当网络遭受随机攻击时,整个网络的脆弱性为

$$v_1(G) = \frac{1}{n} \sum_{i \in G} |E(G) - E(G \setminus \{i\})|$$

当网络遭受故意攻击时,整个网络的脆弱性为

$$v_2(G) = \max\{|E(G) - E(G \setminus \{i\})|; i \in G\}$$

这些定义符合我们直观上对网络脆弱性的理解,在文献[23-25]中有相关应用。但是它们有时却不能区分直觉上有不同脆弱性的网络。R. Criad等^[27]认为考虑网络的脆弱性指标时,有必要将直觉上的一些重要特征融入网络脆弱性的定义中。他们给脆弱性指标函数定义如下:

定义 用 G 表示具有有限个节点的所有可能网络的集合,网络的一个脆弱性指标函数 $v: G \rightarrow [0,1]$ 具有如下特征:(1)对于某个网络集, v 具有不变性;(2) $v(G') \geq v(G)$, 如果 G 是通过 G' 加边得到的;(3) $v(G)$ 能够在与 G 的顶点数有关的多项式时间内计算出来。

根据上述定义,作者给出了两类脆弱性函数:

$$v^*(G) = \exp\left\{\frac{M-m}{n} + n - |E| - 2 + \frac{2}{n}\right\}$$

其中 M 是网络中节点的最大度数, m 是最小度数, $|E|$ 是网络的总边数, n 是网络中节点总个数。但是这个函数仍然不能区分直觉上有明显不同脆弱性的网络,于是作者进一步给出了如下函数:

$$v^{**}(G) = \exp\left\{\frac{\sigma}{n} + n - |E| - 2 + \frac{2}{n}\right\}$$

$$\sigma = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - \frac{2|E|}{n})^2\right)^{1/2}$$

其中 $|E|$, n 如上定义, d_i 是节点 i 的度数,而 σ 是节点的度偏差。当然,这些指标在某些情况下也不能区分直觉上有明显不同脆弱性的网络,实际上很难找到一个合适的指标来衡量网络的脆弱性。

另一种是认为其与节点的连通度和边的连通度有关^[21]。节点的连通度定义为使网络不连通时可以移除的最少节点数

目,而边的连通度定义为使网络不连通时可以移除的最少边数目。运用图论理论,通过一系列命题与论证,最后得出要构建强健的网络,节点的连通度越高越好,网络直径越小越好,网络需尽可能均匀,而且网络不能存在大的子环。

2.2 复杂网络功效性与脆弱性仿真分析

网络节点的不同类型扰动可通过不同方式的节点或边的移除来模拟,其中节点的移除意味着与其相连接的所有边的移除。网络故障可看成网络中某些随机选择的节点的移除,而网络蓄意攻击意味着网络中重要节点的移除。存在很多不同的标准来衡量网络中节点的重要性,最主要的两种是:节点的度和节点的介数^[26]。

Holme等在其工作^[22]中对网络的攻击策略进行了总结,包括节点攻击与边攻击。每种攻击又包括四种不同的策略:①ID移除策略^[28]。对初始网络按节点或边的度大小顺序来移除节点或边。②IB移除策略^[29,30]。对初始网络按照节点或边的介数大小顺序来移除节点或边。③RD移除策略^[31,32]。每次移除的节点或边是当前网络中节点或边的度最大的节点。④RB移除策略^[33,34]。每次移除的节点或边是当前网络中节点或边介数最大的节点。在文献[22]中,作者对边的度进行了定义:设连接两节点 v, w 的边为 e , 则 e 的度定义为 $d_e = k_v * k_w$, 其中 k_v, k_w 分别指节点 v, w 的度。于是对应有四种边攻击策略。

在不同文献中,作者对科学合作网^[22,34,35]、因特网^[22,36-38]、ER随机网络^[22,39]、WS网络^[22,39]、BA无标度网络^[22,36,28]、可调簇聚系数的无标度CSF网络^[22,42,43]进行了脆弱性分析:网络的极大连通图尺寸与网络总规模之比 S 、极大连通图平均最短路径 L 随着移除节点的比例的变化关系,相应有如下的结论。考虑节点攻击时:对于计算机网络, L^{-1} 与 S 呈指数减小;而科学合作网络是线性减小。另一方面,对于计算机网络,基于度攻击的策略(ID, RD)和基于介数攻击的策略(IB与RB),其破坏力几乎是同样的,而科学合作网络对于介数的攻击更显脆弱。对于ER网络,基于度的攻击策略比基于介数的策略有害,而重新计算度分布的攻击策略是更有害的。与ER网络模型相比,WS具有完全不同的行为,对于小的 N_m (N_m 为移除节点的数目, N 为总节点数), RB策略是最有害的,其次是两种基于度的攻击。有趣的是,当 $N_m/N \approx 0.25$ 时, RD策略不是最有害的攻击策略。这清楚地说明,选择度大节点的攻击策略并不是最有效摧毁WS小世界网络的方式。对于BA网络,攻击的有害度顺序为: $RB > RD > ID > IB$, 其中 $ID > IB$ 意味着移除节点过程中,介数分布的变化比度分布的变化快得多。具有可调簇聚系数的CSF网络相比于BA网络更容易被攻击。与BA网络相比,CSF网络中RD攻击策略并不是对所有的 N_m 都比ID有害。

而对于边的攻击策略在预防性病传播时有应用^[44]。科学合作网和因特网在边攻击下具有相似的行为, RB策略是最具破坏性的,其次是IB策略,基于度的攻击策略(ID, RD)的破坏力不及基于介数的攻击。这说明边介数比边度数更适合于衡量边的重要性。对于ER随机图,用 L^{-1} 来描述网络好坏时, RB比RD更加有害;而用 S 来描述时, RD策略攻击下的变化曲线与其它网络不同,其几乎是不变的直到边的移除比例 B_m/B (B_m 为移除的边的数目, B 为总边数) 约等于0.7, 在这附近, S 减小非常迅速。对于WS网络,对ID, IB, RB三种攻击策略,当 $B_m/B < 0.07$ 时, L^{-1} 减小非常迅速。而且WS网络中重连概率 p 对网络的 L^{-1} 有重要影响:当 $0 <$

$B_{rm}/B < ((k)+1)p$ 时,网络很脆弱;当 $((k)+1)p < B_{rm}/B$, 网络失去了开始的 WS 特征,这时 L^{-1} 减小得很慢。对于两种无标度网络,在节点攻击下显示出相同特性,但是在边攻击下有很大不同。对 BA 网络,当 $0 < B_{rm}/B < 0.4$ 时,四种攻击策略没有什么差别。而 CSF 网络显得很脆弱,和其它具有高簇聚系数的网络一样(科学合作网络和 WS 网络)。

在其他文献中,不同学者展开了对不同实际网络的脆弱性研究,如 Jeong 等^[58]研究了蛋白质网络、Dunne 等^[59]研究了食物链网络、Newman 等^[60]研究了电子邮件网络。

3 复杂网络的结构优化

在上一节中,我们综述了复杂网络的功效性和脆弱性研究取得的相关进展,这部分成果大都属于“认识世界”的范畴。也许更多的研究者关心的是如何“改造世界”,即如何设计、优化出更“好”的网络。

Alina 等通过添加边的方式,以遭受攻击后的最大团大小和平均最短距离作为衡量网络好坏(功效性)的标准来优化网络结构^[45],提出了如下添加边的方式:sl1,连接随机选择的两节点;sl2,连接两个度最小且之前没有连接的节点;S2a,移除一个随机选择的边,再按照 sl1 方式连边;S2b,随机选一个节点,再随机选择其邻居,移除对应的边,然后按照 sl1 方式连接边;S3a,将与度大节点连接的边改成与随机选择的节点相连;S3b,随机选择一条边,将其度大的一端改成与随机选择的节点相连。得出几种方式的优劣顺序为 $S3a > (S2a, S3b) > S2b$ 。但是,当攻击的节点数目超过一定的程度(取决于初始网络的平均度),不管重连的边数有多少,网络抵抗瘫痪的能力也不会明显增加。而 Shargel 等以网络的直径为衡量网络好坏(功效性)的标准,研究了参数可调网络模型上的优化问题^[46]。引入两个可调参数 $p \in [0, 1], g \in [0, 1]$, 分别对应模型中择优连接的概率和网络增长的概率。当 $p = g = 0$ 时,该网络模型等价于随机 ER 模型。当 $p = g = 1$ 时,该网络模型等价于原始 BA 模型。通过仿真的方法优化参数组来优化网络的高效性,发现当 $(p, g) = (1, 0)$ 时,网络是最优的。这种网络的度分布近似于无标度网络,对蓄意攻击相似于指数网络,对网络的抵抗力优于无标度和指数网络。Ramon 等用 $E(\lambda) = \lambda d + (1 - \lambda)\rho$ 来衡量网络的好坏^[50],其中 d 是网络的平均最短距离标准化后指标, ρ 是网络的边密度标准化后指标, λ 是权重参数。通过进化算法,对于不同的 λ ,得到了不同的优化网络:(1)稀疏的指数网络;(2)稀疏的无标度网络;(3)星型网络;(4)高密度的网络。

Sergiu 等采用变异选择算法来增加随机网络的功效性和减小网络的脆弱性^[47]。作者采用遗传算法来进化网络,保证边数不变,得到了如下结论:只考虑增加功效性时,导致星型网络的出现;只考虑减小网络脆弱性时,导致一个高密度的核和小外围的网络的出现;综合考虑这两种因素时导致兼具这两种特点的网络的出现。而 J. Asha 等在文献^[48]中,使用进化算法来进化网络,使得网络对相继故障具有好的抵抗力,分析了进化后网络的拓扑结构,总结其所具有的规律性以解释网络具有这种抵抗力的原因。发现优化后的网络具有少量的中心节点、高的簇聚系数、相对长的平均最短路径,而且呈现出模块结构。G. Pauli 等^[49]认为对于给定度分布的网络可能对某种类型的攻击具有强抵抗力,但是对其它的攻击抵抗力可能就很弱。文章是在保证构建网络的代价(边数)一定的情况下,如何使得网络对随机攻击与蓄意攻击都具有比较

强的抵抗力的问题,得到了如下三种网络的优化参数:(1)无标度网络;(2)双幂率网络;(3)双峰分布网络。在这些网络分布中,最好的网络是除了一个节点的度数 $k_2 \sim N^{-2/3}$ 外,其它节点具有相同的度。

Bing Wang 等在文献^[41]中探讨了对随机攻击有抵抗力的网络设计的一般性原则,得出具有少量中心节点、高簇聚系数的网络与随机网络相比具有更好的抵抗力。而且这个网络是高度异质的网络,网络功效性越强则对随机攻击的抵抗力越强。而 Wang 等^[51]把网络面对随机故障的抵抗力优化转化为度分布熵的优化,定义网络的熵为: $H(\{p_k\}) = - \sum_{k=1}^{n-1} p_k \log p_k$ 。利用熵优化模型,研究了无标度网络面对随机故障的抵抗能力。发现,在无标度网络的最小度给定的条件下,网络对随机攻击的抵抗力随着网络规模的增加而增强,随着网络的标度指数的增加而减弱,随着网络平均度的增加而增强。

结束语 从上面的介绍可以看出,复杂网络的功效性与脆弱性研究正处于起步阶段,而且所得结果已经在很大程度上改变和拓展了我们对网络功能的认识。复杂网络不仅仅是一种常见的复杂系统的结构形态,它还可以作为复杂系统结构拓扑特性的模型。因而复杂网络的功效性和脆弱性的研究必将对复杂系统的脆弱性研究产生重大的推动作用,成为系统科学的一个重要研究内容。原国家航天局副局长栾恩杰指出:“系统越复杂,则越容易崩塌”。复杂网络的脆弱性研究有助于解释这个问题,并对改善系统性能提供依据与方法。

在过去的几年中,虽然复杂网络脆弱性研究方面取得了重大的进展。但大部分的研究成果都未能跳出 Albert 等工作的框架,即研究不同网络对于不同打击模式的脆弱性。对于复杂网络微观结构对网络脆弱性的影响还缺乏深入认识。尚待进一步研究的问题有:

(1) 对于脆弱性衡量指标,文献中很容易找到与其相关的说法,文献^[20]中用“节点重要性(importance)”、文献^[16]中用“鲁棒性(robustness)”。但是这些概念的指标定义都有缺陷,因此需要更加正式的理论来建立某些网络参数,并符合直观的认识。

(2) 对于存在的模型网络,没有一种网络显示出和实际网络相似的特性。即使是具有两种特性(高簇聚系数和无标度)的 CSF 网络也不能很好地逼近实际的网络;科学合作网络。这表明还存在其它的网络结构。从脆弱性方面来探究其它网络结构的存在也是值得研究的问题。

(3) 已有文献中,考虑节点失效时,很少考虑节点本身具有一定的抗攻击能力和自我修复能力。将这些因素考虑到模型中会得到怎样的结论,是值得研究的问题。而且这些因素也是致使现实系统不容易崩塌的原因之一。

(4) 目前的文献都只提到一种网络里的脆弱性问题,进一步可以研究一种网络对与其相关的另一种网络的脆弱性影响,也就是考虑系统与其伴随的系统的脆弱相关性。如电力网络某个节点出现故障后可能会引起大范围停电(2003 北美大停电事故),进而造成交通网络的堵塞,通信网络的拥挤致使信息的丢失;经济网络的某个节点中断而引起巨大经济损失等等。研究不同网络之间因相关性而引起的脆弱性问题是值得深入研究的。此时,如何描述各种网络的脆弱性、如何定义脆弱性指标、如何优化这些网络,都是很有意义的问题,有助于了解复杂系统崩塌的本质,为我们做好防御提供依据与方法。

(5) 目前的研究大多从“共性”角度入手,试图揭示复杂网络功效性和脆弱性的一般规律,忽视了不同应用背景下的网络功效性和脆弱性的“特殊性”。以实际网络为背景,对功效性和脆弱性进行建模、分析、优化、控制,也是未来研究的重要方向。

参考文献

- [1] Albert R, Barabási A L. Statistical mechanics of complex networks [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2002, 74: 47-97
- [2] Dorogovtsev S N, Mendes J F F. Evolution of networks [J]. *Phys.*, 2002, 51: 1079-1187
- [3] Strogatz S H. Exploring complex networks [J]. *Nature*, 2001, 280: 268-226
- [4] Newman M E J. The structure and function of complex networks [J]. *SIAM Review*, 2003, 45: 167-256
- [5] Sporns O. Network analysis, complexity, and brain function [J]. *Complexity*, 2002, 8(1): 56-60
- [6] Serrano M A, Boguna M. Topology of the world trade web [J]. *Phys. Rev. E*, 2003, 68(1): 015101
- [7] Andersson C, Hellervik A, Lindgren K. Urban economy as a scale-free network [J]. *Phys. Rev. E*, 2003, 68(3): 036124
- [8] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks [J]. *Nature*, 1998, 393: 440-442
- [9] Barabási A-L, Albert R. Emergence of scaling in random networks [J]. *Science*, 1999, 286: 509-512
- [10] 谭跃进, 吴俊, 等. 复杂网络抗毁性研究综述 [J]. *系统工程*, 2006, 24(10)
- [11] Lewis, Sexton, Thomas R. Network DEA: Efficiency analysis of organizations with complex internal structure [J]. *Computers and Operations Research*, 2004, 31(9): 1365-1380
- [12] Criado R, Garcia del Amo A. New results on computable efficiency and its stability for complex networks [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2006, 192(1): 59-74
- [13] Moreno Y, Nekovee M. Efficiency and reliability of epidemic data dissemination in complex networks [J]. *Physical Review E*, 2004, 69: 055101(1)-055101(4)
- [14] Farahat F F. A new efficient algorithm for reliability evaluation for complex networks // *Decision and Simulation in Engineering and Management Science-International Conference on Modelling and Simulation, ICMS'04*, 2004, 49
- [15] Vragovic I, Louis E, Diaz-Guilera A. Efficiency of informational transfer in regular and complex networks. *Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2005, 71(3): 036122
- [16] Casey M J. Self-organization and topology control of infrastructure sensor networks [J]. 2005
- [17] Bar-Yam Y. *Dynamics of Complex System*. Addison-Wesley, 1997
- [18] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D, et al. Resilience of the internet to random breakdowns, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85(21): 4626-4628
- [19] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D, et al. Breakdown of the internet under intentional attacks. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 86(16): 3682-3685
- [20] Crucitti P, Latora V, Marchiori M, et al. Efficiency of scale-free networks; Error and attack tolerance. *Physica*, 2003, A 320: 622-642
- [21] Dekker A H, Colbert B D. Network robustness and graph topology // *Proceedings of 22th Australasian Computer Science Conference (ACSC2004)*. Estivill V, Castro Y, ed. Dunedin, New Zealand: ACS, 2004: 359-368
- [22] Holme P, Kim B J, Yoon C N, et al. Attack vulnerability of complex networks, *Phys. Rev. E* 65, 2002
- [23] Latora V, Marchiori M. Efficient behavior of small-world networks. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 87(19)
- [24] Latora V, Marchiori M. Economic small-world behavior in weighted networks. *Eur. Phys. J.*, B, 2003, 32: 249-263
- [25] Latora V, Marchiori M. How the science of complex networks can help developing strategies against terrorism. *Chaos, Solitons Fractals*, 2004, 20: 69-75
- [26] 王林, 张婧婧. 复杂网络的中心化. *复杂系统与复杂性科学*, 2006, 3(1)
- [27] Criado R, Flores J, Hernández-Bermejo B, et al. Effective measurement of network vulnerability under random and intentional attacks. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2005, 4(3): 307-316
- [28] Barabási A-L, Albert R. *Science*, 1999, 286: 509; Barabási A-L, Albert R, Jeong H. *Physica*, 1999, A 222: 173
- [29] Freeman L C. *Soc. Networks*, 1979, 1: 215
- [30] Cook K S, Emerson R M. *Am Sociol Rev*, 1978, 43: 721
- [31] Callaway D S, Newman M E J, Strogatz S H, et al. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85: 4168
- [32] Broder A, Kumar R, Maghoul F, et al. *Comput. Netw.*, 2000, 33: 309
- [33] Brandes U. *J Math Sociol*, 2001, 25: 163
- [34] Newman M E J. *Phys. Rev. E*, 2001, 64: 016131; 2001, 64: 016132
- [35] <http://arxiv.org>
- [36] Albert R, Jeong H, Barabási A-L. *Nature (London)*, 1999, 401: 130
- [37] <http://moat.nlanr.net>
- [38] Huitema C. *Routing in the Internet*. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2000
- [39] Erdős P, Rényi A. *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.*, 1960, 5: 17
- [40] Watts D J, Strogatz S H. *Nature (London)*, 1998, 393: 440
- [41] Wang Bing, Tang Huanwen, et al. Optimization of network structure to random failures. *Physica A*, 2006, 368: 607-614
- [42] Holme P, Kim B J. *Phys. Rev. E*, 2002, 65: 026107
- [43] Dorogovtsev S N, Mendes J F F, Samukhin A N. *Phys. Rev. E*, 2001, 63: 062101
- [44] Liljeros F, Edling C R, Amaral L A N, et al. *Nature (London)*, 2001, 281: 907
- [45] Beygelzimer A, Grinstein G. Improving network robustness by edge modification. *Physica A*, 2005, 357: 593-612
- [46] Shargel B, Sayama H, Epstein I R, et al. Optimization of robustness and connectivity in complex networks [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, 90(6): 068701
- [47] Netotea S, Pongor S. Evolution of robust and efficient system topologies. *Cell Immune*, 2007
- [48] Asha J, Newth D. Optimizing complex networks for resilience against cascading failure. *Physica A*, 2007, 380: 673-683
- [49] Paul G, Tanizawa T, Havlin S, et al. Optimization of robustness of complex networks [J]. *Eur. Phys. J. B.*, 2004, 38(2): 187-191
- [50] Pastor-Satorras R, Rubi M, Diaz-Guilera A. Eds. *LNP 625*, 2003: 114-126
- [51] Wang B, Tang H W, Guo C H, et al. Entropy Optimization of Scale-free Networks Robustness to Random Failures [J]. *Physica A*, 2005, 363: 591-596
- [52] Albert R, Jeong H, Barabási A-L. Error and attack tolerance of complex networks [J]. *Nature*, 2000, 406: 378-382
- [53] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D, et al. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 85: 4626
- [54] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D, et al. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 86: 3682
- [55] Paul G, Sreenivasan S, Stanley H E. Resilience of complex networks to random breakdown [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, 72(5): 56-130
- [56] Cohen R, Erez K, Ben-Avraham D. Breakdown of the Internet under Intentional Attack [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 86(16): 3682-3685
- [57] Dorogovtsev S N, Mendes J F F. Comment on "Breakdown of the Internet under intentional attack" [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, 87(2)
- [58] Jeong H, Mason S, Barabási A-L, et al. Lethality and centrality in protein networks [J]. *Nature*, 2001, 411: 41-42
- [59] Dunne J A, Williams R J, Martinez N D. Network structure and biodiversity loss in food webs; robustness increases with connectance [J]. *Ecology Letters*, 2002, 5: 558-567
- [60] Newman M E J, Forrest S, Balthrop J. Email networks and the spread of computer viruses [J]. *Phys. Rev. E*, 2002, 66(3): 035101