

基于区域伸缩的空间关系表示^{*})

刘一松^{1,2} 詹永照² 孙亚民¹

(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)¹

(江苏大学计算机科学与通信工程学院 江苏镇江 212013)²

摘要 区域连接演算(RCC)是定性空间推理的重要基础理论之一。但由于缺乏必要的度量,RCC只是粗略地描述空间拓扑关系而难以对其更准确地描述,也难以利用RCC描述除拓扑关系之外的其它空间关系,如距离、方向等。本文在RCC理论的基础上,提出了区域伸缩演算(RESA)。RESA增加了一个全等CG的原始空间关系,引入了两个新颖的对区域的演算函数,即区域延伸和区域收缩,从而给出了一种以区域为单位的形式化的度量方法。利用RESA,不仅可以扩展RCC-8拓扑关系,而且能以灵活多样的粒度来描述区域间的距离关系、方向关系、位置关系以及运动关系。RESA增强了RCC的空间关系表示能力,拓展了RCC理论的适用范围。

关键词 定性空间表示,区域连接演算,区域伸缩,度量

Representation of Spatial Relations Based on Region Extension and Shrinking Calculus

LIU Yi-Song^{1,2} ZHAN Yong-Zhao² SUN Ya-Min²

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094)¹

(School of Computer Science and Telecommunication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013)²

Abstract Region connection calculus (RCC) is one of the important fundamental theories in qualitative spatial reasoning (QSR). Lacking necessary metrization, RCC only describe spatial topological relations roughly without further accurateness, and it is also not easy to describe spatial relations such as distance, direction and so on, with the exclusion of topological relation. Based on the RCC theory, Region Extension and Shrinking Calculus (RESA) is proposed. As for RESA, the congruence CG as a primitive spatial relation is added and two new functions acting on region, Region Extension and Region Shrinking are introduced, consequently a formalized metrization method that takes region as a basic unit is put forward. RESA not only expands the topological relations, but also describes multiple spatial relations including distances, directions, positions and locomotion at flexible and various granularities. RESA improves the expressive power of RCC and extends the applicable range of RCC.

Keywords Spatial relations representation, Region connection calculus, Region extension and shrinking, Metrization

1 引言

近几年来,人们在定性空间表示和推理方面的研究取得了很大的进展,并且已被广泛应用于地理信息系统(GIS)、机器人导航等相关领域^[1]。

定性空间关系主要包括拓扑、方向、距离等空间特征关系。拓扑关系是空间关系中最重要、最基本的关系,其模型可分为区域拓扑和点集拓扑两类,它们都有比较完整的理论体系。方向关系描述了对象之间的空间顺序关系,其主要描述方法有基于锥形^[2]、基于投影等。距离关系是空间对象间的某种度量关系,Clementini等人^[3]将距离定性地划分为不同层次(如近、中等、远等),并且结合基于锥形方向模型与距离关系,提出了位置演算方法。

区域连接演算RCC(region connection calculus)自从被提出以来在定性空间推理领域产生了较大的影响并且得到了进一步的发展^[1,4~7]。基本的RCC理论以区域为空间原语,以区域连接关系 $C(x,y)$ 为原始空间关系, $C(x,y)$ 表示区域 x

和 y 的拓扑闭包共享一个点,由 $C(x,y)$ 可以推导出RCC-8(考虑边界)和RCC-5(不考虑边界)。为了解决复杂形状区域间、不确定边界区域间和不同维数区域间拓扑关系的描述问题,在RCC的基础上相继提出了RCC-23/RCC-15、“蛋黄”理论和MRCC等模型。另一方面,RCC理论最初由一阶逻辑定义,考虑到可判定性、易处理性等问题,又出现了命题逻辑、模态逻辑、描述逻辑以及布尔代数等表达和推理方法。

空间推理往往需要结合多种空间关系,但目前还没有一种基于同一理论对拓扑、方向、距离等空间关系进行形式化描述的统一模型。就RCC而言,目前仍难以描述除拓扑关系之外的其它空间关系,如距离、方向等。虽然已有学者尝试采用拓扑、方向、距离等空间关系的相互限制性进行空间的集成表示和推理,但由于所集成的表示模型往往是各自独立的,这些模型所基于的空间原语、原始关系以及语义各不相同,因而这种集成的空间表示和推理存在着缺乏统一的理论基础、计算复杂、容易产生冲突等问题。

目前在定性空间表示和推理中(包括RCC模型),对度量

^{*}国家自然科学基金项目(60273040);江苏省高校自然科学基金计划项目(03kj520175);江苏省社会发展基金项目(BS2001046)。刘一松 博士研究生,副教授,主要研究方向为时空推理、智能虚拟主体;詹永照 教授,博士生导师,主要研究方向为计算机图形学、可视化计算、空间推理;孙亚民 教授,博士生导师,主要研究方向为计算机网络。

特性的研究缺乏足够的重视,这使得所描述的空间关系仅仅是对现实世界中实体间关系的一种粗略分类,而不能更准确地描述(即粒度过大且单一),从而不能满足更广泛的应用需求。一些学者通过计算区域的面积、周长等进行度量^[8,9],但这样会增加计算量,且难以对度量形式化。如何找到合适的度量方法并加以形式化,是空间关系形式化描述研究的一个重要问题。

我们在 RCC 理论的基础上,提出了区域伸缩演算(RESA)。RESA 以区域作为空间原语,将 RCC 理论中的连接 $C(x,y)$ 和定性形态(morphology)关系中的全等 $CG(x,y)$ 定为原始空间关系,在此基础上引入了两个新颖的对区域的演算函数——区域延伸和区域收缩,从而给出了一种以区域为单位的正式化的度量方法。更进一步,我们提出了一个基于 RESA 的空间关系形式化模型。该模型利用区域伸缩这种新颖的度量方法,将 RCC-8 拓扑关系扩展为 RESA-8 拓扑关系,定义了区域间的距离关系(包括绝对距离和相对距离)和方向关系(包括方向和多方向中的主要方向),还定义了区域间的位置关系以及运动关系(平移和旋转)。由于引入度量,所以该模型能够以灵活多样的粒度来更准确地描述多种空间关系。

2 区域延伸和区域收缩

RCC 模型中最重要的是 RCC-8 模型,它定义并区分了 8 种 JEPD(互不相交且联合完备)的 RCC 关系: $\{DC, EC, PO, TPP, TPPi, EQ, NTPP, NTPPi\}$, 它们又可以组合成 28 种不同关系,例如 P (部分)、 PP (真部分)、 O (覆盖)、 DR (相离)等。RCC-8 模型还定义了一些对区域操作的演算函数(准布尔函数): 和 $sum(x,y)$ 、补 $compl(x)$ 、积 $prod(x,y)$ 、差 $diff(x,y)$, 以及全域区域 U 。

Cohn 给出了以 P_i 为基元的区域演算的一般模式 $RC\{P_i\}$, 并指出通过选择不同的 P_i 可以构成不同的区域演算^[5]。如 $RC\{C, B, conv\}$ 表示以连接、准布尔函数和“凸壳”为基元的区域演算,即 RCC-23/RCC-15。

如果两个区域中的一个能通过旋转、平移操作转变成另一个,则这两个区域全等(congruence)^[10]。全等是空间对象的一个基本的形态关系。从全等出发,可区分 4 种 JEPD 形态关系(MC-4): $\{CG, CGPP, CGPPi, CNO\}$ 。Cristani^[10,11] 给出了关于全等的 7 条公理,探讨了基于全等的定性形态关系推理的复杂性,而 Bennett^[12] 基于区域全等和部分论(Mereology)研究了定性几何学。

区域的和(也称和区域)是本文区域延伸和区域收缩概念的基础。目前对和区域的定义有多种形式^[2,11]。Tiansi^[12] 基于和区域探讨了在空间关系变化的情况下如何识别一个空间环境。文[2]给出了区域 x 与 y 的和区域的定义:

$$sum(x,y) \triangleq_{\tau\gamma} [\forall w [C(w,x) \leftrightarrow C(w,y) \vee C(w,y)]]$$

为了使该定义更具有一般性,我们将区域 x 与 y 的和修改成满足某一条件的一类区域的和,修改后的和区域定义如下:

定义 1(和区域) 设 x, y, w, v 是区域, 满足条件 ϕ 的和区域定义为

$$sum(\phi(x)) \triangleq_{\tau\gamma} [\forall w [C(w,y) \leftrightarrow \exists v [\phi(v) \wedge C(w,v)]]]$$

特别地,对于区域 A, E , 若条件 $\phi(x) = CG(x, E) \wedge C(A, x)$, 其中 $CG(x, E)$ 表示区域 x 与 E 全等, 则满足条件 ϕ 的和区域就是

$$sum(CG(x, E) \wedge C(A, x)) \triangleq_{\tau\gamma} [\forall w [C(w, y) \leftrightarrow \exists v [CG(v, E) \wedge C(A, v) \wedge C(w, v)]]]$$

若条件 $\phi(x) = P(EX(x, E), A)$, 其中 P 为 RCC-8 中的部分关系, $EX(A, E)$ 见定义 2, 则满足条件 ϕ 的和区域就是

$$sum(P(EX(x, E), A)) \triangleq_{\tau\gamma} [\forall w [(C(w, y) \leftrightarrow \exists v [P(EX(v, E), A) \wedge C(w, v)]]]$$

定义 2(区域延伸) 给定区域 A 和 E , A 通过 E 延伸所形成的延伸区域就是满足条件 $CG(x, E) \wedge C(A, x)$ 的 x 的和区域, 记为 $EX(A, E)$, 即 $EX(A, E) \triangleq_{sum} (CG(x, E) \wedge C(A, x))$, 称 A 为基区域, E 为 A 的度量区域, 如图 1 所示。 A 通过 E 的 n 次嵌套延伸, 记为 $EXn(A, n, E)$, 即

$$EXn(A, n, E) \triangleq_{sum} EX(EX(EX(A, E), E), \dots, E)$$

特别地, $EXn(A, 0, E) \triangleq A$

形象地讲,若一个人所占空间为基区域,其手臂所占空间为度量区域,那么其手所能触及到的最大空间称为这个人通过手臂延伸所形成的延伸区域。

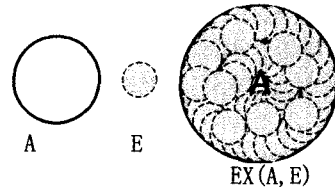


图 1 区域延伸

由 RCC 公理以及区域延伸的定义,容易得到下面的关于区域延伸的性质,其中 REC1 为包含性, REC2 和 REC3 分别为连接和分离的对称性。

$$REC1 \quad \forall A, E [P(EXn(A, n-1, E), EXn(A, n, E))]$$

其中 n 为正整数。

$$REC2 \quad \forall A, B, E [C(EXn(A, n1, E), EXn(B, n2, E)) \rightarrow C(EXn(B, n3, E), EXn(A, n4, E))]$$

其中 $n1, n2, n3, n4$ 为非负整数且 $n1+n2 = n3+n4$ 。

$$REC3 \quad \forall A, B, E [DC(EXn(A, n1, E), EXn(B, n2, E)) \rightarrow DC(EXn(B, n3, E), EXn(A, n4, E))]$$

其中 $n1, n2, n3, n4$ 为非负整数且 $n1+n2 = n3+n4$ 。

定义 3(区域收缩) 给定区域 A 和 E , A 通过 E 收缩所形成的收缩区域就是满足条件 $P(EX(x, E), A)$ 的 x 的和区域, 记为 $SHR(A, E)$, 即 $SHR(A, E) \triangleq_{sum} (P(EX(x, E), A))$, 称 A 为基区域, E 为 A 的度量区域, 如图 2 所示。 A 通过 E 的 n 次嵌套收缩, 记为 $SHRn(A, n, E)$, 即

$$SHRn(A, n, E) \triangleq_{sum} SHR(SHR(SHR(A, E), E), \dots, E)$$

特别地, $SHRn(A, 0, E) \triangleq A$ 。当 A 和 E 确定时, $SHRn(A, n, E)$ 中的 n 有最大值 m , 记为 $SHRnMax(A, m, E)$, 称为 A 的中心(或中心区域), m 称为 A 的最大收缩数。

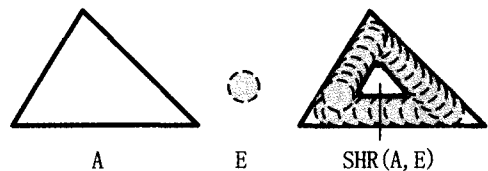


图 2 区域收缩

与 REC 性质类似,我们可以得到下面关于区域收缩的性质。

$$RSC1 \quad \forall A, E [P(SHRn(A, n, E), SHRn(A, n-1, E))]$$

其中 n 为正整数且小于等于区域的最大收缩数。

$$RSC2 \quad \forall A, B, E [C(SHRn(A, n1, E), SHRn(B, n2, E)) \rightarrow C(SHRn(B, n3, E), SHRn(A, n4, E))]$$

其中 n_1, n_2, n_3, n_4 为非负整数且小于等于区域的最大收缩数, $n_1 + n_2 = n_3 + n_4$ 。

$$RSC3 \quad \forall A, B, E [DC(SHRn(A, n_1, E), SHRn(B, n_2, E)) \rightarrow DC(SHRn(B, n_3, E), SHRn(A, n_4, E))]$$

其中 n_1, n_2, n_3, n_4 为非负整数且小于等于区域的最大收缩数, $n_1 + n_2 = n_3 + n_4$ 。

我们用形态关系 MC-4 描述区域的大小。

定义 4(区域的大小) 设 A, B 为区域, A 全等于 B 、 A 小于 B 、 A 大于 B 、以及 A 与 B 不存在全等大小关系分别定义为 $CG(A, B)$ 、 $CGPP(A, B)$ 、 $CGPPi(A, B)$ 、 $CNO(A, B)$ 。

以区域为空间原语、以 $C(x, y)$ 和全等 $CG(x, y)$ 为原始空间关系, 加上区域延伸和区域收缩这两个对区域的度量函数, 便构成了我们所提出区域伸缩演算 RESC 的基础, 即 $RC\{C, CG, B, Exn, SHRn\}$ 。基于这个基础, 我们就可以形式化描述区域间拓扑、距离、方向、位置、运动等各种空间关系。

3 拓扑关系

RCC-8 模型中, $DC(x, y)$ 、 $PO(x, y)$ 、 $NTPP(x, y)$ (或 $NTPPi(y, x)$) 分别表示区域 x 与 y 分离、 x 与 y 部分覆盖、 x 含于 y 且与 y 不相切。但在实际应用中往往还需进一步考虑 x 与 y 的分离程度、 x 与 y 部分覆盖的程度。当 x 含于 y 且与 y 不相切时, x 相对于 y 居中的程度 (也就是说, x 是位于 y 的中心, 还是远离 y 的中心)。我们基于区域延伸和区域收缩, 通过度量对 RCC-8 拓扑关系模型做进一步扩展, 提出 RESC-8 拓扑关系模型: $\{DCd, EC, POd, TPP, TPPi, EQ, NTTPcd, NTTPcdi\}$, 其中 $EC, TPP, TPPi$ 和 EQ 这 4 个拓扑关系与 RCC-8 相同。

定义 5(分离程度) 给定 A, B 区域, 如果存在一个度量区域 E 和正整数 n , 使得 A 通过 E 的 $n-1$ 次嵌套延伸不与 B 连接, 而 A 通过 E 的 n 次嵌套延伸与 B 连接, 则 A 与 B 分离程度关系记为 $DCd(A, B, n, E)$, 即

$$DCd(A, B, n, E) \triangleq \exists n, E [DC(Exn(A, n-1, E), B) \wedge C(Exn(A, n, E), B)]$$

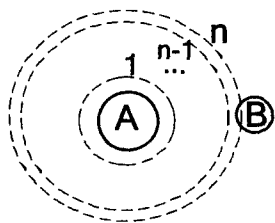


图 3 分离程度

图 3 表示 A 与 B 分离程度为 n 个 E , 其中两个实线圆分别表示区域 A 和 B , 包围区域 A 的 n 个虚线圆表示 A 的 n 次延伸。根据 REC2、REC3 容易推出分离程度具有对称性。

$$DCd1 \quad \forall A, B, E [DCd(A, B, n, E) \rightarrow DCd(B, A, n, E)]$$

其中 n 为正整数。

$DCd(A, B, n, E)$ 表示 A 与 B 的分离程度由 n 和 E 来度量, 而度量的粒度的大小取决于 E 的大小 (见定义 4)。当 E 确定时, n 越大, 则 A 与 B 分离的程度越大。以上关于度量和粒度的讨论同样适用于下面所描述的部分覆盖程度、居中程度、距离等。

定义 6(部分覆盖程度) 给定 A, B 区域, 存在一个度量区域 E 、正整数 n, n_1, n_2, mA 和 mB , 并且 n_1, n_2 小于等于区域的最大收缩数, 则 A 与 B 的部分覆盖程度记为

$$POd(A, B, n, E)$$

n 为 $mA + mB + 2$ 或者 $n_1 + n_2 + 1$

即

$$POd(A, B, mA + mB + 2, mA, mB, E) \triangleq \exists mA, mB, E [PO(A, B) \wedge C(SHRnMax(A, mA, E), SHRnMax(B, mB, E))]$$

$$POd(A, B, n_1 + n_2 + 1, mA, mB, E) \triangleq \exists n_1, n_2, mA, mB, E [PO(A, B) \wedge SHRnMax(A, mA, E) \wedge SHRnMax(B, mB, E) \wedge DC(SHRn(A, n_1, E), SHRn(B, n_2, E)) \wedge C(SHRn(A, n_1 - 1, E), SHRn(B, n_2, E))]$$

$POd(A, B, n, E)$ 表示 A 与 B 的部分覆盖程度, 它由 n 和 E 来度量。当 E 确定时, n 值越大, 则 A 与 B 部分覆盖的程度越大。根据 RSC2、RSC3 容易推出部分覆盖程度具有对称性,

$$POd1 \quad \forall A, B, E [POd(A, B, n, E) \rightarrow POd(B, A, n, E)]$$

其中 n 为正整数。

POd 是通过区域的中心相距的远近程度来描述区域的部分覆盖程度的, 因此用 POd 描述区域“面积”的部分覆盖程度时, 存在一定的缺陷, 有待进一步研究。

扩展的 $NTPP$ 关系包括居中关系和居中程度关系。

定义 7(居中) 给定 A, B 区域, 存在一个区域 E 、正整数 n 和 m , 则 A 相对于 B 的居中关系 (A 位于 B 的中心) 记为 $NTPPc(A, B, m, E)$, 即

$$NTPPc(A, B, m, E) \triangleq \exists E [NTTP(A, B) \wedge \forall n, v \exists m [CG(v, A) \wedge P(v, SHRn(B, n-1, E)) \wedge \neg P(v, SHRn(B, n, E)) \wedge P(A, SHRn(B, m-1, E)) \wedge \neg P(A, SHRn(B, n, E)) \rightarrow (n \leq m)]]$$

$NTPPc(A, B, m, E)$ 表示 A 位于 B 的中心, 直观上说, 在与 A 全等的所有区域中, A 包含于 B 的“里层”。当 A, B, E 确定时, m 的值也可以确定。图 4 表示区域 A 位于 B 的中心, 其中最外层的实线矩形表示区域 B , 里层嵌套的 m 个带有圆角的虚线矩形表示 B 的 m 次收缩。

定义 8(居中程度) 给定 A, B 区域, 存在一个区域 E, C 以及正整数 n, m , 则 A 相对 B 的居中程度记为 $NTPPcd(A, B, n, m, E)$, 即

$$NTPPcd(A, B, n, m, E) \triangleq \exists n, m, E, C [CG(A, C) \wedge NTTPc(C, B, m, E) \wedge P(A, SHRn(B, n-1, E)) \wedge \neg P(A, SHRn(B, n, E))]$$

$NTPPcd(A, B, n, m, E)$ 表示 A 相对 B 的空间居中程度, 它由 n, m 和 E 来度量。当 E 确定时, n 的值较 m 越小, 则 A 越远离 B 的中心。图 4 表示区域 C 对比于 A 远离 B 的中心的程度, 其中 A 位于 B 的中心, C 与 A 全等。 A 相对 B 的居中程度的逆关系记为

$$NTPPcdi(A, B, n, m, E) \triangleq NTTPcd(B, A, n, m, E)$$

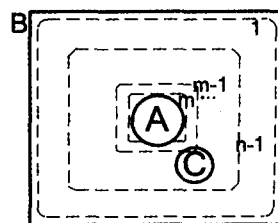


图 4 居中和居中程度

不难证明 RESC-8 模型中的 8 个拓扑关系是 JEPD 的, 其

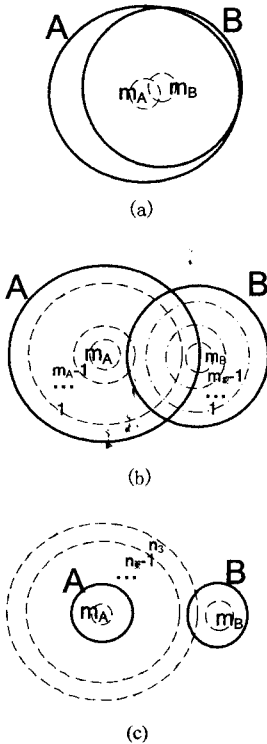
概念邻域图^[1]与 RCC-8 基本相同。从 RESC-8 的概念邻域图中可以看出, EC 是 DCd 和 POd 间的过度关系, 而 TPP 是 POd 和 $NTTPcd$ 间的过度关系。从度量的角度说, EC 既是 DCd 的下界也是 POd 的下界, TPP 既是 POd 的上界也是 $NTTPcd$ 的下界, EQ 可以看成既是 POd 的上界也同时是 $NTTPcd$ 的上下界。逆关系也一样。

相对 RCC-8 拓扑关系模型而言, RESC-8 能以灵活多样的粒度更准确地描述区域间的拓扑关系, 因而更能满足实际应用的需求。例如, 在城市规划中, DCd 能够描述居民区与工业区需要分离的程度, $NTTPcd$ 能够描述剧院需要靠近市中心的程度。

4 距离关系

距离的表示分为绝对距离和相对距离。例如, “A 到 B 的距离为 5 个手臂的长度”属于绝对距离关系, 而“A 距离 B 比距离 C 近”是相对距离关系。我们将区域 A 与 B 之间的距离关系看成 A 的中心区域与 B 的中心区域之间的分离程度关系, 我们基于区域延伸和区域收缩对区域间距离关系进行描述。

定义 9(绝对距离) 给定 A, B 区域, 存在一个度量区域 E, 正整数 $n1, n3, mA, mB$ 以及非负整数 $n2, n$, 并且 $n1, n2$ 小于等于区域的最大收缩数, 则 A 与 B 的绝对距离记为 $DIST(A, B, n, E)$, n 分别为 $0, mA+1+mB-n1-n2$, 或者 $mA+mB+n3$, 即



(a) $DIST(A, B, 0, E)$, (b) $DIST(A, B, mA+1+mB-n1-n2, E)$,
(c) $DIST(A, B, mA+mB+n3, E)$

图 5 绝对距离

$$DIST(A, B, 0, E) \triangleq \exists mA, mB, E [C(SHRnMax(A, mA, E), SHRnMax(B, mB, E))]$$

$$DIST(A, B, mA+1+mB-n1-n2, E) \triangleq \exists n1, n2, mA, mB, E [SHRnMax(A, mA, E) \wedge SHRnMax(B, mB, E) \wedge DC(SHRn(A, n1, E), SHRn(B, n2, E)) \wedge C(SHRn(A, n1-1, E), SHRn(B, n2, E))]$$

$$DIST(A, B, mA+mB+n3, E) \triangleq \exists n3, mA, mB, E [SHRnMax(A, mA, E) \wedge SHRnMax(B, mB, E) \wedge DC(EXn(A, n3-1, E), B) \wedge C(EXn(A, n3, E), B)]$$

A 与 B 的绝对距离 $DIST(A, B, 0, E)$, $DIST(A, B, mA+1+mB-n1-n2, E)$, $DIST(A, B, mA+mB+n3, E)$ 分别如图 5(a)~(c) 所示, 其中实线圆表示区域, 虚线圆表示延伸或收缩, mA 和 mB 所标识的虚线圆分别表示 A 和 B 的中心区域。

$DIST(A, B, n, E)$ 表示 A 与 B 之间的距离, 它由 n 和 E 来度量。当 E 确定时, n 越大, 则 A 与 B 之间相距越远。 $DIST(A, B, n, E)$ 可以读成“A 与 B 的绝对距离为 n 个 E”。根据 RES2、RES3、RSC2、RSC3 容易推出绝对距离具有对称性。

$$DIST1 \quad \forall A, B, E [DIST(A, B, n, E) \rightarrow DIST(B, A, n, E)]$$

其中 n 为非负整数。

当区域小于等于所选择的度量区域时, 也就是说我们不区分区域和它的中心区域时(即 $mA=0, mB=0$), 则区域间的绝对距离就是区域间的分离程度。

定义 10(相对距离) 给定 A, B, C 区域, 若存在一个度量区域 E, 使得 A 与 B 的绝对距离小于 A 与 C 的绝对距离, 则 A 离 B 比 A 离 C 近, 记为 $Nearer(A, B, C)$, 即

$$Nearer(A, B, C) \triangleq \exists n1, n2, E [DIST(A, B, n1, E) \wedge DIST(A, C, n2, E) \wedge (n1 < n2)]$$

5 方向关系

为了定义区域间的方向关系, 我们首先利用锥形模型^[2,3]定义区域(或延伸区域)的方向子区域。以参考区域 B 的中心点为原点, 用两条相互垂直的线将该参考区域 B 划分为 4 个锥形区域, 分别称为该参考区域 B 的北部子区域、东部子区域、南部子区域和西部子区域, 记为 $B.N$ 、 $B.E$ 、 $B.S$ 、 $B.W$ 。每个锥形的角平分线分别是北、东、南、西 4 个方向, 记为 $D4 = \{N, E, S, W\}$ 。显然, 锥形模型同时也能将参考区域 B 的延伸区域 $EXn(B, n, E)$ 划分为 4 个方向子区域, 记为 $EXn(B, n, E).N$ 、 $EXn(B, n, E).E$ 、 $EXn(B, n, E).S$ 、 $EXn(B, n, E).W$ 。如图 6 所示, 区域 $ODEF$ 就是区域 B 的东部子区域 $B.E$, 而区域 $OD_nE_nF_n$ 就是区域 B 的 n 次延伸区域的东部子区域 $EXn(B, n, E).E$ 。

当需要考虑更精细的方向关系时, 可以用锥形模型将参考区域(或延伸区域)划分成 8 个锥形区域, 来确定该区域(或延伸区域)的北、东北、东、东南、南、西南、西以及西北等方向子区域, 这时有 8 个方向, 记为, $D_8 = \{N, NE, E, SE, S, SW, W, NW\}$ 。

更一般地, 锥形模型可以将参考区域 B(或 B 的延伸区域)划分成 k 个方向子区域, 记为 $B.a_i$ (或 $EXn(B, n, E).a_i$), $1 \leq i \leq k$ 。通常 $k=2^m$, $m=1, 2, \dots$, 这时有 k 个方向, 记为 $D_k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ 。显然, k 值越大, 所表示的方向关系越精细。

当目标区域 A 被参考区域 B(或 B 的延伸区域)所包含, 并且 A 与 B(或 B 的延伸区域)的某个方向子区域(如南部子区域)相连接, 而与其它方向子区域不连接时, 则 A 与 B 存在某种方向关系(如 A 位于 B 的南部, 如图 6 所示)。为了表示方便, 我们将区域 A 被区域 B(或 B 的延伸区域)所包含定义为

$$PP_EXn(A, B, n, E) \triangleq \exists n, E [\rightarrow PP(A, EXn(B, n-1, E)) \wedge PP(A, EXn(B, n, E))]$$

其中 n 为正整数。特别地 $PP_EXn(A, B, 0, E) \triangleq PP(A, B)$ 。

定义 11(方向) 设 A 是目标区域, B 是参考区域, E 是

度量区域, $D_k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $p, a_i \in D_k, EXn(B, n, E)$. p 是区域 B 的 n 次延伸区域的方向子区域, n 为非负整数, 则 A 位于 B 的 a_i 方向记为 $DIR(A, B, a_i)$, 即

$$DIR(A, B, a_i) \triangleq \exists n, E[PP_EXn(A, B, n, E) \wedge \forall p \exists a_i [((p \neq a_i) \rightarrow (C(A, EXn(B, n, E), a_i) \wedge DC(A, EXn(B, n, E), p)))]]$$

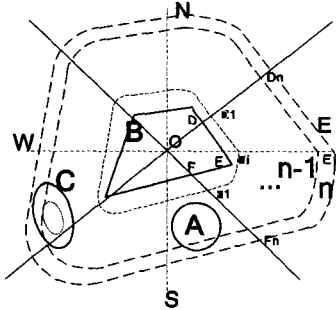


图6 方向子区域和方向关系

例如, 就 $D_k = \{N, E, S, W\}$ 而言, A 位于 B 的南部可描述为 $DIS(A, B, S)$, 如图6所示。容易看出, 无论区域 A 和 B 是连接还是分离的, $DIR(A, B, a_i)$ 都能够描述 A 与 B 的方向关系。

当目标区域与参考区域(或参考区域的延伸区域)的2个或2个以上方向子区域都连接时, 则目标区域与参考区域存在多个方向关系, 但在这些方向中可能存在一个主要的方向。可以利用目标区域的中心区域所位于的方向来描述多方向中的主要方向。

定义12(多方向中的主要方向) 设 A 是目标区域, B 是参考区域, E 是度量区域, $D_k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $p \in D_k$, SD_k 是 D_k 一个子集, $p_1, a_i \in SD_k, EXn(B, n, E)$. p 是区域 B 的 n 次延伸区域的方向子区域, n, m 为非负整数, 则 A 位于 B 的多个方向 SD_k 且主要方向为 a_i 记为 $MDIR(A, B, a_i, SD_k)$, 即

$$SD_k \triangleq \{p_1 | \exists n, E[PP_EXn(A, B, n, E) \wedge (C(A, EXn(B, n, E), p_1))]\}$$

$$MDIR(A, B, a_i, SD_k) \triangleq \exists n, E[PP_EXn(A, B, n, E) \wedge \forall p \exists a_i \in SD_k \exists m [((p \neq a_i) \rightarrow (C(SHRnMax(A, m, E), EXn(B, n, E), a_i) \wedge DC(SHRnMax(A, m, E), EXn(B, n, E), p)))]]$$

例如, 就 $D_k = \{N, E, S, W\}$ 而言, 当 $SD_k = \{S, W\}$ 时, $MDIR(C, B, W, \{S, W\})$ 的直观意思是区域 C 位于 B 的西南且偏西, 如图6所示。又如, 当 $SD_k = \{S, W, N\}$, $MDIR(C, B, W, \{S, W, N\})$ 表示区域 C 位于 B 的南西北方向且主要方向为西。可以看出, 当 SD_k 只含有方向 a_i 且 $m=0$ 时, $MDIR(A, B, a_i, SD_k)$ 就变成了 $DIR(A, B, a_i)$, 所以 $MDIR(A, B, a_i, SD_k)$ 是方向的更一般的定义。

6 位置、平移和旋转

方向与距离的结合称为位置(positional)。区域的平移是指区域沿某一方向移动一定的距离, 也可以说区域移动到某一位置上。区域的旋转是指区域相对于某个给定的区域距离保持不变, 而方向发生了变化。

定义13(位置) 设 A, B, E 是区域, $D_k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $a_i \in D_k$, n 满足定义9, 则 A 相对于 B 的位置记为 $Pos(A, B, a_i, n, E)$, 即

$$Pos(A, B, a_i, n, E) \triangleq \exists a_i, n, E[DIR(A, B, a_i) \wedge DIST$$

$$(A, B, n, E)]$$

上述定义中的 $DIR(A, B, a_i)$ 可以根据具体情况用 $MDIR(A, B, a_i, SD_k)$ 来代替。

定义14(平移) 设 A, A', E 是区域, $D_k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $a_i \in D_k$, 则 A' 为 A 沿某个方向 a_i 平移 n 个 E 距离后的区域, 记为 $Tran(A, A', a_i, n, E)$, 即

$$Tran(A, A', a_i, n, E) \triangleq \exists a_i, n, E[CG(A', A) \wedge Pos(A', A, a_i, n, E)]$$

与位置的定义一样, 平移时方向 a_i 的选择可以是灵活多样的。

定义15(旋转) 设 A, A', B, E 是区域, $D_k = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $a_i, a_j \in D_k$, A' 为 A 围绕 B 从方向 a_i 旋转到另一个方向 a_j 后的区域, 记为 $Rot_{a_i, a_j}(A, A')$, 即

$$Rot(A, A', a_i, a_j) \triangleq \exists a_i, a_j, d, E[CG(A', A) \wedge Pos(A, B, a_i, n, E) \wedge Pos(A', B, a_j, n, E)]$$

可以看出, 从方向 $DIR(A, B, a_i)$ (或 $MDIR(A, B, a_i, SD_k)$) 旋转到方向 $DIR(A, B, a_j)$ (或 $MDIR(A, B, a_j, SD_k)$) 是可能的。

结论 区域伸缩演算(RESC)对 RCC 进行了扩展, 它增加了一个全等 CG 的原始空间关系, 引入了区域延伸和区域收缩这两个对区域的度量函数, 从而使得多种空间关系的表示能够基于一个统一的理论基础。RESC 具有较强的空间关系表示能力, 不仅可以扩展 RCC 拓扑关系, 而且能够形式化描述区域间的距离关系、方向关系、位置关系以及运动关系。RESC 引入了一种以区域为单位的度量方法, 在实际应用中能够以灵活多样的粒度来更准确地描述多种空间关系。本文工作给出了空间关系定性表示与度量相结合的一种途径, 增强了 RCC 的空间关系表示能力, 扩展了 RCC 理论的适用范围。进一步的工作是基于 RESC 的空间推理和应用的研究。

参考文献

- Cohn A G, Hazarika S M. Qualitative spatial representation and reasoning: An overview. *Fundamental Informatics*, 2001, 46 (1-2): 1~29
- Andrew U F. Qualitative spatial reasoning: cardinal directions as an example. *International Journal Geographical Information Systems*, 1996, 10(3): 269~290
- Eliseo C, Paolino F, Daniel H. Qualitative representation of positional information. *Artificial Intelligence*, 1997, 95(2): 317~356
- Randell D, Cui Z, Cohn A G. A spatial logic based on regions and connection. In: Nebel B, Rich C, Swartout W, eds. *Proc. of the Knowledge Representation and Reasoning*. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1992. 165~176
- Cohn A G, Bennett B, Gooday J, et al. Qualitative spatial representation and reasoning with the region connection calculus. *GeoInformatica*, 1997, 1(1): 1~44
- Cohn A G, Varzi A. Mereotopological Connection. *Journal of Philosophical Logic*, 2003, 32: 357~390
- 王生, 刘大有. 定性空间推理中区域连接演算的多维扩展. *计算机研究与发展*, 2004, 41(11): 1954~1958
- Shariff A R, Egenhofer M, Mark D. Natural-Language spatial relations between linear and areal Objects: the topology and metric of english-language terms. *International Journal of Geographical Information Science*, 1998, 12(3): 215~246
- 邓敏, 李成民, 刘文宝. 利用拓扑和度量相结合的方法描述面目标间的空间关系. *测绘学报*, 2002, 31(2): 164~169
- Cristani M. The Complexity of Reasoning About Spatial Congruence. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 1999, 11: 361~390
- Cristani M, Cohn A G, Bennett B. Spatial Locations via Morpho-Mereology. In: *Proc. of the Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR2000)*, Breckenridge, Colorado, 2000. 15~25
- Bennett B, Cohn A G, Torrini P, et al. A Foundation for Region-based Qualitative Geometry. In: *Proc. 14th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI-2000)*, Berlin: IOS Press, 2000. 204~208
- Dong Tiansi. SNAPVis and SPANVis: Ontologies for Recognizing Variable Vista Spatial Environments. In: *Freksa C, et al. eds. Spatial Cognition IV, LNAI 3343*, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. 344~365