

# 图像中非凸区域的粗糙关系特征研究<sup>\*</sup>

周涛<sup>1,2</sup> 张艳宁<sup>1</sup> 袁和金<sup>1</sup> 邓方安<sup>2</sup> 陆惠玲<sup>3</sup>

(西北工业大学计算机学院 西安 710072)<sup>1</sup> (陕西理工学院数学系 陕西汉中 723000)<sup>2</sup>

(陕西理工学院计算机系 陕西汉中 723000)<sup>3</sup>

**摘要** 通过研究图像中非凸区域的特性和 A Cohn 提出的“蛋-黄”模型,定义最大可能凸子集和最小可能凸起集等概念,给出了非凸区域的上、下近似概念,在此基础上提出了一种非凸区域转化为凸区域的粗糙近似算法,然后研究了非凸区域间、凸区域间的关系特征,给出了非凸区域间的粗糙关系与凸粗糙区域间的粗糙关系等价图,从而简化了非凸区域之间的关系。这对基于图像的空间定性推理(QSR)进行了推广,使其不但能够对含有凸区域的图像进行语义推理,而且能够对含有非凸区域的图像也能进行推理。

**关键词** 非凸区域,粗糙近似,粗糙关系特征

## Relation Character Research about Non-convex Regions in Image

ZHOU Tao<sup>1,2</sup> ZHANG Yan-Ning<sup>1</sup> YUAN He-Jin<sup>1</sup> DENG Fang-An<sup>2</sup> LU Hui-Ling<sup>3</sup>

(School of Computer, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)<sup>1</sup>

(Depa. of Maths, Shaanxi University of Technology, Shanxi Hanzhong 723000)<sup>2</sup>

(Depa. of Computer, Shaanxi University of Technology, Shanxi Hanzhong 723000)<sup>3</sup>

**Abstract** Via studying characters of non-convex region in image and ‘egg-yolk’ model proposed by A Cohn, defining Max-Probability Convex subset, Min\_Probability\_Convex superset concepts, and giving high-approximation and low-approximation of, a rough approximation algorithm is presented in this paper that non-convex regions is converted to convex regions. Then through studying the relation properties among non-convex regions and convex regions, and giving a equivalence rough relation between non-Convex region and convex region. This work can generalize QSR based on image, and not only be suitable for semantic reason in image that contain convex regions, but also be suitable for semantic reason in images that contain non-convex regions.

**Keywords** Non-convex region, Rough approximation, Rough relation character

## 1 序言

图像可以提供的目标特征主要分为两类:光谱特征和空间特征。大量的研究已经证实空间特征对于图像目标识别具有非常重要的作用。目标的空间特征可以分为四类:点特征、线特征、面特征和关系特征。以往对图像特征提取的方法主要基于光谱特征、点特征、线特征和面特征,对于关系特征研究较少。但是,现实世界是一个充满关系的世界,我们遇到的更多的是关系模式。一些事物往往因为具备了某种关系而变得显著。在图像中,关系模式也是普遍存在的,例如导弹阵地的子阵地之间特有的对称关系,油库群中各个储油罐之间的阵列排布关系、港口目标的内港岸线形成的封闭关系,等等。关系特征在目标的发现和识别过程中发挥着极为重要的作用。单独观察某种关系中的个体时,可能难以判定它的属性。但是因为有了这种关系,我们不但可以了解个体的属性,而且可以了解个体所形成的整体属性。导弹阵地、港口、油库目标就是比较典型的关系模式,结构特征和关系特征是这些目标有别于其他目标的更为突出的特征。

在空间关系特征研究方面,Clarke<sup>[6]</sup>提出了关于空间演

算的逻辑公式及其一系列定理。基于 Clarke 的工作, Cohn<sup>[1~4]</sup>等提出了 RCC(Region Connection Calculus)系统。此后 RCC 理论又得到了进一步完善、应用和发展<sup>[5]</sup>。RCC 模型中最重要的是 RCC-8 模型,它区分了 8 种 JEPD(互不相交且联合完备)的 RCC 关系: {DC, EC, PO, TPP, TPPi, EQ, NTPP, NTPPi}, 它们可以组合成  $2^8$  种析取关系。Egenhofer<sup>[7]</sup>通过两区域边界的 4-交叉以及两个点集的内在性质来描述拓扑关系,提出了在高解析情形下平面区域的 8 种拓扑关系,定性刻画了平面图形间的位置关系。Egenhofer<sup>[8]</sup>对 4-交叉模型进行了改进,提出了关系更丰富的 9-交集模型。9-交集模型通过  $3 \times 3$  的矩阵来刻画,矩阵的每个元素表示来自每个区域相应集合的交集是否为空,该模型可以更多地考虑区域和嵌入空间之间的关系集合。

王树良,李德仁<sup>[9,10]</sup>等人把粗糙集的思想引入进来后提出了由粗实体、粗关系和粗算子组成的地学粗空间。他们认为,计算机化的 GIS 是对空间现实的近似表达,在复杂多边的现实世界中,空间目标多相互混杂,界线有时不是很分明,所以研究逼近地学目标的现实存在形式的理论和方法具有显示意义。其中粗糙集就是研究逼近地学目标的一种方法,并

<sup>\*</sup> 本课题的研究得到国家自然科学基金项目(No. 60472072),航空科学基金项目(No. 04150370),陕西省教育厅青年科技人才培养基金项目(04JK299)和陕西理工学院科研基金项目(No. SLG0631)资助。周涛 讲师,博士生,主要研究方向为软件计算理论和图像数据挖掘;张艳宁 教授,博士生导师,主要研究方向为模式识别、计算机视觉和智能信息处理等。

给出了三种类型的粗空间关系:确切目标与确切目标间的粗关系(简称 CC 型)、粗目标与确切目标间的粗关系(简称 RC 型)、粗目标与粗目标间的粗关系(简称 RR 型)。

在地质粗空间的粗关系中,默认粗区域都是凸的,事实上,从图像中提取出来的目标其几何形状大多数情况下是非凸的,为了能够对非凸区域(Non-Convex Region)粗关系进行研究,本文从提取出的目标的几何特征,即形状特征为出发点,在借鉴文[12]的思想的基础上,首先给出一个新算法,将非凸精确区域用粗糙近似的办法转变成两个精确凸区域来表示,并通过仿真实验验证了算法的有效性。然后研究提取出来的非凸区域之间的相对空间关系,认为非凸区域的粗关系可以采用凸区域的粗关系来表示,从而给出了非凸区域的粗关系与凸区域间的粗关系等价图,为图像中的非凸区域的关系特征提取提供一种有效的解决方案。

## 2 基本知识

### 2.1 凸集的基本概念<sup>[15]</sup>

设  $V$  是一个实线性空间。

定义 1(凸集) 设集合  $S \subseteq V, \forall \lambda \in (0, 1)$ , 若有:

$$\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2 \in S, \forall x^1, x^2 \in S$$

则称  $S$  是 ( $V$  中的)凸集或集合  $S$  是凸的。

定义 2<sup>[12]</sup> 设  $S \subseteq R^m$  是非空集合,  $u \in R^m$  是一个非零向量。

1) 若  $\forall \lambda \in (0, 1)$  和  $\forall x^1, x^2 \in S$  都存在实数  $\rho \geq 0$ , 使得

$$\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2 + \rho u \in S$$

则称  $S$  是  $u$ -方向凸集或  $S$  是  $u$ -方向凸的。

2) 集合  $S(u) = \{y - \lambda u \mid y \in S, \lambda \geq 0\}$

称为是集合  $S$  的  $u$ -方向影子。

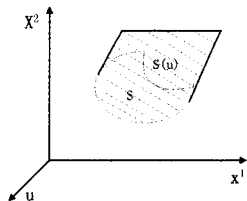


图 1 集合  $S$  的  $u$ -方向影子

需要注意的是,任意非空凸集  $S \subseteq R^m$  关于任意非零向量  $u \in R^m$  都是  $u$ -方向凸的,且对于任意一个非空集合  $S$ , 则  $S \subseteq S(u)$ 。

### 2.2 地质粗空间

定义 3(地质粗空间<sup>[9,10]</sup>) 若论域  $U$  由带有属性的空间区域构成,  $R$  为空间区域之间的粗关系, 则  $U$  和  $R$  共同构成一个地质粗空间  $(U, R)$ 。地质粗空间(geo-rough space)由粗区域、粗关系和粗算子组成, 基本单位是粗元。在地质粗空间中, 粗区域利用上近似集合和下近似集合同时刻画空间区域的不确定性和不确定性, 粗关系表示粗区域之间的相互作用规律, 粗算子是粗区域及其粗关系的数学模型和算法。

定义 4(粗元<sup>[9,10]</sup>) 如果  $U$  为非空的有限论域, 那么论域  $U$  被粗关系  $R(R \subseteq U \times U)$  所分割的不相交的子集, 就称为粗元  $Re$ (Rough element)。对于任意的集合  $X \subseteq U, x \in X$ , 可用  $[x]_R$  表示地质元素  $x$  的所有粗元  $Re$ 。

定义 5(粗元的上、下近似<sup>[9,10]</sup>)  $X$  在  $U$  中的下近似集为  $L_r(X) = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\}$ , 上近似为  $U_r(X) = \{x \in U \mid [x]_R \cap X \neq \emptyset\}$ 。

定义 6(粗元的边界集合、非集<sup>[9,10]</sup>)  $X$  在  $U$  中的边界

集为  $B_r(X) = U_r(X) - L_r(X)$ , 非集为  $N_r(X) = U - L_r(X)$ 。不难得到,  $L_r(X) \subseteq X \subseteq U_r(X) \subseteq U, U = L_r(X) \cup B_r(X) \cup N_r(X)$ 。

定义 7(粗区域<sup>[9,10]</sup>) 在地质粗空间的论域  $U$  中, 用下近似  $L_r(X)$  和上近似定义  $U_r(X)$  的区域  $X$ , 称为粗区域(Rough entity), 记作  $R(X)$ 。粗区域描述的地质粗空间内的区域, 可以是空间现象, 具有几何特征(点、线、面或体)的自然物体、事件、状态和过程等。

定义 8(粗关系(Rough relation)<sup>[9,10]</sup>) 表示在同一地质粗空间中, 不同区域之间的空间相互作用的规律, 可较为全面的刻画空间关系, 表达不同的数据水平(选择、关联、有序或量化等)。其基础为空间关系, 基本关系为粗空间拓扑关系。

定义 9(粗空间拓扑学) 在 Voronoi 九交模型的基础上, 使用粗区域  $R(X)$  的下近似  $L_r(X)$ 、边界集  $B_r(X)$ (实际为下近似和上近似的差集)和非集  $N_r(A)$  来代替  $X$  的内部  $X^0$ 、边界  $\partial X$ 、外部  $X^-$ 。

设有两个粗区域, 如图 4 所示,  $A, B \subseteq U$ , 则二者之间的粗关系的矩阵<sup>[9,10]</sup>如下式:

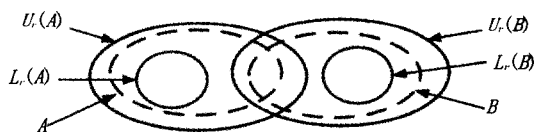


图 2 粗关系示意图

$R_{\rho}(A, B) =$

$$\begin{bmatrix} L_r(A) \cap L_r(B) & L_r(A) \cap B_r(B) & L_r(A) \cap N_r(B) \\ B_r(A) \cap L_r(B) & B_r(A) \cap B_r(B) & B_r(A) \cap N_r(B) \\ N_r(A) \cap L_r(B) & N_r(A) \cap B_r(B) & N_r(A) \cap N_r(B) \end{bmatrix}$$

地质粗空间的粗区域, 除了包含不确定性的空间区域, 也有确切的空间区域。因此, 在同一个地质粗空间中, 粗空间关系分为三种类型: 确切区域与确切区域之间的粗关系(CC 型)、粗区域与确切区域之间的粗关系(RC 型)、粗区域与粗区域之间的粗关系(RR 型)。在地质粗空间中, 以空间拓扑关系为基础, 可以得到 8 种粗关系: 粗相离(Disjoint)、粗相遇/相触(touch)、粗重叠(overlap)、粗相等(equal)、粗覆盖(cover)、粗被覆盖(covered by)、粗包含(contains)、粗被包含(contained by)等粗关系。具体粗关系示意图参看文[9~11]。

## 3 非凸区域的粗糙近似算法

### 3.1 算法基础

凸集具有良好的性质, 但并不是每一个区域都是凸集, 在基于图像的区域识别中, 提取出来的区域非凸的区域占大部分。为了能够借用凸集的许多研究成果, 这里借用粗糙集理论, 给出一个非凸区域转换成凸区域的一种方法, 即非凸区域的粗糙近似算法。这样就大大简化了区域区域之间的复杂关系。为此我们引入下面定义:

定义 10(最大可能凸子集) 设集合  $S \subseteq V, \forall x^1, x^2 \in S$ , 由线段  $\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2$  可以确定一个方向, 计为  $P_i$ , 再由平行于  $P_i$  的直线可以把非凸集合  $S$  划分为肯定凸和可能凸的子集。如果  $S$  是有限域, 则一定存在唯一的一条直线, 计为直线  $S_i$ , 由该直线可以确定非凸集合  $S$  在  $P_i$  方向的一个最大凸子集, 它是  $S$  关于  $P_i$  的最大肯定凸子集, 我们称为  $S$  关于  $P_i$ -方向的下近似, 记为  $S_{P_i}$ , 它可以表示为:

$$S_{P_i} = \bigcup \{Y \in \mathcal{V} S_i \mid Y \subseteq S\}$$

显然根据凸集定义,  $\forall x^1, x^2 \in S$ , 则  $\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2 \in S_{\underline{P}_i}$ 。

**定义 11(非凸集合的下近似)**  $P_1, P_2, \dots, P_n$  是非凸区域中的  $n$  个方向,  $n \in Z^+$ ,  $S_{\underline{P}_1}, S_{\underline{P}_2}, \dots, S_{\underline{P}_n}$  是每个方向的最大凸子集, 则非凸集合  $S$  的下近似为:

$$\underline{S} = \max\{S_{\underline{P}_1}, S_{\underline{P}_2}, \dots, S_{\underline{P}_n}\}$$

在上述定义中, 可以看到每一个方向  $P_i$  都存在一个最大凸子集  $S_{\underline{P}_i}$ 。事实上, 这样的方向很多, 不同方向上可以得到不同的最大凸子集, 那么这些不同方向的最大凸子集中那个最大的子集就是这个非凸集合的下近似。需要注意的是由于集合内部的方向是无穷的, 每个方向上的最大非凸子集也很多, 怎样从一个无穷集合中找出最大的作为非凸集合的下近似在实际工程中是个棘手的问题。

**定义 12(最小可能凸超集)** 在非凸集合  $S$  中, 每一个方向  $P_i$  就相当于一个等价关系, 非凸集合  $S$  中平行于方向  $P_i$  的每一条直线上的点属于同一个等价类。对于区域  $S_{\underline{P}_i}$  是普遍意义下的凸集, 在通常意义下  $S - S_{\underline{P}_i}$  不一定是凸集, 如果我们补充一块属于  $S$  的区域  $S_{neg}$ , 可以使得  $S \cup S_{neg}$  成为包含的最小凸超集, 则称  $S \cup S_{neg}$  就是  $S$  的按方向  $P_i$  的一个最小可能凸超集, 记为  $\overline{S_{P_i}}$ , 如图 3 所示。它可以表示为:

$$\overline{S_{P_i}} = U\{Y \in U \cup S; | Y \cap S \neq \emptyset\}$$

**定义 13(非凸集合的上近似)**  $P_1, P_2, \dots, P_n$  是非凸区域中的  $n$  个方向,  $n \in Z^+$ ,  $\overline{S_{P_1}}, \overline{S_{P_2}}, \dots, \overline{S_{P_n}}$  是每个方向的最小可能凸超集, 则非凸集合  $S$  的上近似为:

$$\overline{S} = \min\{\overline{S_{P_1}}, \overline{S_{P_2}}, \dots, \overline{S_{P_n}}\}$$

非凸集合的粗糙近似性质:

**定理 1<sup>[12]</sup>** 设集合  $S \subseteq V$ ,  $P_i, P_j$  是两个方向, 其中  $i, j = 1, 2, \dots, n$ 。如图 4 所示。

1) 如果  $P_i // P_j$ , 则  $S_{\underline{P}_i} = S_{\underline{P}_j}$ ;

2) 如果  $P_i // P_j$  不成立,  $S_{\underline{P}_i} \neq S_{\underline{P}_j}$ ,  $S_{\underline{P}_i} \cap S_{\underline{P}_j} \neq \emptyset$ ,  $S_{\underline{P}_i} \cap$

$S_{\underline{P}_j}$  也是凸集。

需要说明的是, 这里粗糙集的很多定理是不成立的, 这主要是因为非凸集合的上、下近似可能是不同方向的最大肯定凸集和最小可能凸集。即:

$$\underline{S} = S_{\underline{P}_i}, \overline{S} = \overline{S_{P_j}}, i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$$

if  $i=j$

Then  $\underline{S} = \overline{S} - S_{neg}$ , 这与传统的上下近似是一致的;

Else  $\underline{S} \neq \overline{S} - S_{neg}$ , 这种情况下得到的上、下近似与传统的不同。



图 2 非凸集合 S

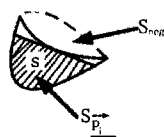


图 3 非凸集和的边界域

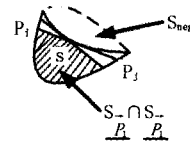


图 4 非凸集合的两个方向的下近似的交集

### 3.2 非凸区域的粗糙近似算法

**算法 1** 非凸区域的粗糙近似算法

输入: 非凸区域  $S \subseteq V$ ;

输出: 与非凸区域  $S$  相对应的上近似  $\overline{S}$  和下近似  $\underline{S}$ ;

(1) for  $j=1:N$  //  $N$  为选取的方向个数

(2) 在  $S$  中任意选两个点  $x_1^j, x_2^j$ ;

(3) 由  $\lambda x_1^j + (1-\lambda)x_2^j$  得到相对应的一个方向  $P_i$ ;

(4) 在平行于  $P_i$  的方向上作平行线, 得到与之对应的最大肯定凸子集  $S_{\underline{P}_i}$ ; (5)  $\overline{S_{P_i}} = S_{\underline{P}_i} \cup S_{neg}$ ; //  $S_{neg}$  是  $P_i$  方向把非凸区域  $S$  变成凸区域的最小补集;

(6) end for

(7)  $\underline{S} = \max\{S_{\underline{P}_1}, S_{\underline{P}_2}, \dots, S_{\underline{P}_n}\}$ ;

(8)  $\overline{S} = \min\{\overline{S_{P_1}}, \overline{S_{P_2}}, \dots, \overline{S_{P_n}}\}$

### 3.3 实验仿真

根据本文算法, 我们用 matlab 7.0 对一幅含有非凸区域的二值图像进行仿真实验, 得到了较好的结果。其中图 5 是原图, 图 6 是结果图。图 6 中白线左下部区域与非凸区域构成该区域的粗糙上近似。红线的左下部区域构成非凸区域的下近似。



图 5 非凸区域与凸区域

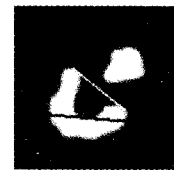


图 6 非凸区域的粗糙近似

## 4 非凸区域的粗关系

A G Cohn<sup>[13]</sup> 于 1995 年首次给出了两个粗空间区域的 46 种相对关系的“蛋-黄”模型, 然后在此基础上利用 RCC-5 中的 5 种基本关系对这 46 种关系进行分类, 得到了 13 种关系。RCC-5 中 5 种基本关系如图 7 所示。



图 7 RCC-5 基本关系图

Theresa Beaubouef<sup>[14]</sup> 从粗糙集的角度出发, 对这 46 种关系利用粗糙集进行了分类, 同样得到了这基本的 13 种关系。

从第 3 节可以看到, 一个非凸区域的粗糙近似是有一个与之对应的由上、下近似组成的粗糙集。在借鉴地学粗空间中的粗实体之间的粗关系基础上, 我们给出了与非凸区域有 (下转第 250 页)

连接关系也少于所有可能的组合关系。这样,在生成直线时,可以减少大量的判断操作,再结合直线的对称性,可以极大地提高直线生成效率。另外,运用本文提出的方法,可以在一次循环中点亮更多的像素。但是,随着一次生成的像素数量的增长,使用的模式数量也会同步增长,会导致判断树的层次也将加深。因而,直线生成的效率是否会随着一次可生成的像素数量的增多而同步增长,以及究竟每次生成的像素数量为多少时可以使直线的生成效率达到最高等问题,都还有待于人们去探索。

## 参考文献

- 1 Bresenham J E. Algorithms for computer control of a digital plotter[J]. IBM Systems Journal, 1965, 4(1): 25~30
- 2 Wu A, Rokne J G. Double-step incremental generation of lines and circles [J]. Computer Vision Graphics and Image Processing, 1987, 37(3): 331~344
- 3 Bao P, Rokne J. Quadruple-step line generation[J]. Computer & Graphics, 1989, 13(4): 461~469
- 4 Wyvil B. Symmetric double-step line algorithm[M]. Glassner Andrew S. Graphics Gems I. Boston: Academic Press, 1990.

- 101~104
- 5 Rokne G, Rao Y. Double-step incremental linear interpolation. ACM Transaction on Graphics, 1992, 11(2): 183~192
- 6 刘勇奎. 一个对称的快速直线生成算法[J]. 微计算机应用, 1993, 14(2): 42~51
- 7 Graham P, Sitharama, Lyengar S. Double-and triple-step incremental linear interpolation[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1994, 20(5): 49~53
- 8 Hearn D, Baker M P. Computer Graphics[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 1998
- 9 郑宏珍, 赵辉. 改进的 Bresenham 直线生成算法[J]. 中国图象图形学报, 1999, 4(7): 606~609
- 10 程锦, 陆国栋, 谭建荣. 基于直线特性的直线生成集成算法[J]. 中国图象图形学报, 2001, 6A(4): 392~395
- 11 孙岩, 唐棣. 并行的 Bresenham 直线生成算法. 计算机工程与应用, 2001(21): 136~140
- 12 柳士俊, 邓北胜, 徐怀刚. 对称扫描四步增量画线算法[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7A(10): 1054~1057
- 13 林笠, Chen Rong. 基于 Bresenham 算法的四步画直线算法[J]. 暨南大学学报(自然科学版), 2003, 24(5): 19~21

(上接第 239 页)

关的三种粗关系:非凸区域与凸精确区域的粗糙关系、非凸区域与凸粗糙区域的粗糙关系、非凸区域与非凸区域的粗关系。由于由非凸区域转换来的粗糙集较为特殊,为了能够讨论更为一般的情况,我们采用文[9,10]中的表示粗糙集的方法来进行讨论,如图 8 所示。这样,我们这里给出的 3 种关系可以由“蛋-黄”模型来表达,所以本文就不再详细叙述这些关系。

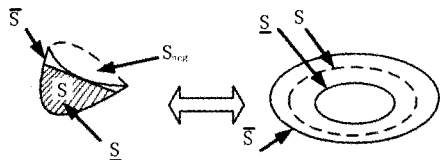


图 8 非凸区域等价关系

**结论** 图像中的目标空间特征,尤其是关系特征,对目标识别具有非常重要的作用。在实际工程中,提取出来的目标往往是凸的,现在大量的文献都在讨论凸目标的空间特性,本文从这点出发给出了一种非凸区域转化为凸区域的粗糙近似算法,把一个非凸精确区域转变成一个粗糙区域,从而可以利用已经取得的各种空间拓扑空间关系来讨论非凸区域之间的拓扑关系,这对基于图像的空间定性推理(QSR)进行了推广,使其不但能够对含有凸区域的图像进行语义推理,而且能够对含有非凸区域的图像也能进行推理。

## 参考文献

- 1 Randell D A, Cohn A G. Modeling topological and metrical properties in physical processes. In: Proc. 1<sup>th</sup> Int Conf. on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Morgan Kaufmann, Los Altos, 1989. 55~66
- 2 Randell D A, Cui Z, Cohn A G. A spatial logic based on regions and connection. In: Proc. 3rd Int Conf. on Knowledge Representation and Reasoning. Morgan Kaufmann, Sanmateo, 1992. 165~176
- 3 Cui Z, Cohn A G, Randell D A. Qualitative simulation based on a

logical formalism of space and time. In: Proc. of AAAI-92. AAAI Press, Menlo Park, California, 1992. 679~684

- 4 Bennett B. Spatial reasoning with propositional logics. In: Proc. of KR-94. Morgan Kaufmann, 1994. 51~62
- 5 Bennett B, Cohn A G. Multi-dimensional multi-modal logics as a framework for spatio-temporal reasoning. In: Proc. of the 'Hot Topics in Spatio-Temporal Reasoning' workshop, IJCAI-99. Stockholm, 1999
- 6 Clarke B L. A calculus of individuals based on 'connection'. Notre Dame Journal of Formal Logic, 1981, 23(3): 204~218
- 7 Egenhofer M J, Franzosa R. Point-set topological spatial relations. Int J of Geographical Information Systems, 1991, 5 (2): 161~174
- 8 Egenhofer M J, Herring J. Categorizing binary topological relationships between regions, lines and points in geographic database. [Technical Report]. Department of Surveying Engineering, University of Maine, 1991
- 9 王树良,李德仁,史中文,等. 地学粗空间的理论与应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2002, 27(3): 274~282
- 10 王新洲,史中文,王树良,等. 模糊空间信息处理[M]. 武汉大学出版社, 2003
- 11 欧阳继红. 时空推理中一些问题的研究[D]. [吉林大学博士学位论文]. 2005
- 12 邓方安. 关于非凸集的粗糙近似[J]. 苏州科技学院(自然科学版), 2003, 20(3): 7~8
- 13 Cohn A G, Gotts N M. The "Egg-Yolk" representation Of Regions with Indeterminate Boundaries. In Geographic objects with indeterminate boundaries. P Burrpugh, A Frank. GISDATAII, European Science Foundation. Chapter12(1995)
- 14 Theresa Beaubouef, Fredrick Petry. Vagueness in Spatial Data: Rough Set and Egg-Yolk Approach. Lecture notes in Artificial Intelligence, 2001, 2070: 367~373
- 15 胡毓达,孟志清. 凸分析与非光滑分析[M]. 上海:上海科学技术出版社, 2000