

并行计算水下大尺度弹性壳体的低频声散射

张建民^{1,2} 安俊英¹ 慈国庆¹ 王宁²

(中国科学院声学研究所北海研究站 青岛 266023)¹ (中国海洋大学信息科学与工程学院 青岛 266100)²

摘要 有限元与边界元耦合模型是研究水下弹性壳体目标低频声散射常用的数值方法。应用该模型计算大尺度弹性目标的声散射时需要大量的计算时间与存储空间,采用并行数值的方式可以解决这一问题。首先并行计算生成有限元矩阵和边界元矩阵,然后应用并行化的广义极小残差(GMRES)迭代算法求解大型非对称线性方程组。详细叙述了并行 GMRES(m)迭代算法的执行过程,并以球壳的声散射计算为例分析了迭代步数对算法收敛情况的影响。最后计算了 Benchmark 目标模型的低频散射声场,分析了其收发分置散射目标强度以及表面声场的分布。

关键词 声散射,有限元,边界元,GMRES(m)算法,并行计算

中图分类号 TP301 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.03.012

Parallel Calculation of Acoustic Scattering from Underwater Large Scale Elastic Shell at Low Frequency

ZHANG Jian-min^{1,2} AN Jun-ying¹ CI Guo-qing¹ WANG Ning²

(Qingdao Branch, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266023, China)¹

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)²

Abstract The coupling model of finite element method (FEM) and boundary element method (BEM) is effective to calculate the acoustic scattering from submerged elastic shell at low frequency. Applying this model, the calculation of acoustic scattering from large scale elastic object may consume massive computing time and memory space. In this paper, the parallel computing technology was used when implementing the calculation. At first, the matrices of FEM and BEM are generated through parallel computing, secondly the paralleled generalized minimum residual method (GMRES) is used to solve the large nonsymmetric linear equations which generated by the coupling of FEM and BEM. The paralleled GMRES(m) iterative algorithm is detailedly described and the convergence of the algorithm is analyzed by setting different iterative steps when calculating sound scattering from spherical shell. At last, the scattering of Benchmark model at low frequency is calculated, the bistatic target strength (TS) and the surface field of the Benchmark model are analyzed.

Keywords Acoustic scattering, FEM, BEM, GMRES(m) algorithm, Paralleled computing

1 引言

低频多基地主动声纳具有隐蔽性好和抗干扰能力强以及探测距离远的优点,已经成为水下目标探测与识别的重要手段,因此研究水下目标收发分置低频声散射特性具有重要的工程意义。水下不规则结构弹性体的声散射问题通常采用数值方法进行求解,其中有限元耦合边界元方法是较为有效的求解方法^[1-2]。本文同样采用有限元耦合边界元模型求解水下大尺度弹性壳体的低频声散射问题。

大尺度弹性壳体目标低频声散射数值计算的关键问题是求解大型非对称线性方程组。由于该耦合模型中有限元矩

阵为稀疏的实数矩阵,而边界元矩阵为稠密的复数矩阵,采用直接法(如 Gauss 消去算法)求解会使有限元矩阵的稀疏性消失,从而导致其占用大量的存储空间与计算时间。基于 Krylov 子空间的迭代方法是求解这类问题的有效方法之一,目前常用的是循环广义极小残差算法(GMRES(m))^[3]。该算法中迭代步数 m 值的设定没有统一的规则可循,若设定偏小且方程组系数矩阵为非正定时,则可能会导致算法失去收敛性从而停滞。文献[3-5]讨论了采用预处理技术来解决收敛停滞的问题,对于求解弹性目标低频声散射的耦合方程,上述预处理方法并不十分适合。本文采用文献[6]中的方法,将一次迭代求解得到的近似解进行修正后再作为初始值,然后重新

到稿日期:2016-02-19 返修日期:2016-05-29 本文受山东省超级计算科技专项;水中大尺度复杂结构弹性体目标声特性的并行计算技术研究,国家自然科学基金项目(11304344),山东省自然科学基金项目(ZR2013AQ026)资助。

张建民(1981-),男,博士生,助理研究员,主要研究方向为弹性目标的声散射、并行计算, E-mail: qd_zjm@163.com; 安俊英(1977-),女,博士,副研究员,主要研究方向为水下目标声散射、声学覆盖层的声特性; 慈国庆(1968-),男,硕士,研究员,主要研究方向为固体力学、声与振动工程技术; 王宁(1962-),男,博士,教授,主要研究方向为理论物理与海洋声学。

开始迭代求解,从而达到加速收敛的目的。

对于大尺度弹性目标的声散射求解,即使在 PC 机上采用 GMRES(m)迭代算法往往也难以完成,需要采用并行计算技术进行求解。本文详述了并行 GMRES(m)迭代算法;通过选取不同的 m 值,计算了单层球壳的声散射,分析了算法可以达到的计算精度及该算例中并行计算的加速比;最后对大尺度目标 Benchmark 模型的低频声散射进行数值仿真,分析了其声散射特性。

2 有限元耦合边界元方程

对于水下弹性壳体目标的低频声散射,壳体的振动采用 Kirchhoff 薄壳理论近似,壳体外部流体域声场满足 Helmholtz 积分公式。对壳体目标表面进行网格划分后,可分别建立壳体振动的有限元方程和表征流体域声场的边界元方程。

2.1 薄壳有限元方程

对于弹性壳体的振动,薄壳有限元方程中的刚度矩阵与质量矩阵可分别表示为^[7]:

$$K = \sum_{\epsilon} [k]^{\epsilon} = \sum_{\epsilon} \iint [\lambda]^T [B]^T [D] [B] [\lambda] dx dy \quad (1)$$

$$M = \sum_{\epsilon} [m]^{\epsilon} = \sum_{\epsilon} \iint [\lambda]^T [N]^T \rho_e [N] [\lambda] dx dy \quad (2)$$

其中, $[k]^{\epsilon}$ 和 $[m]^{\epsilon}$ 分别为单元刚度矩阵与单元质量矩阵; $[D]$ 为弹性矩阵; $[B]$ 和 $[N]$ 为插值形函数形成的矩阵; $[\lambda]$ 为局部坐标与整体坐标之间的转换矩阵; ρ_e 为弹性体密度。

考虑角频率为 ω 的简谐振动,且忽略阻尼的影响,有限元方程可表示为:

$$-\omega^2 Mu + Ku = f \quad (3)$$

其中, f 为外力载荷向量, u 为弹性壳体结点位移与转角组成的向量。

2.2 流体边界元方程

弹性体外部流体域中声场满足 Helmholtz 积分公式^[8-9],数值积分后的边界元方程表示为:

$$Ap + Cu_n = p_i \quad (4)$$

其中, p 和 u_n 分别为表面结点上声压和法向位移向量, p_i 为入射声场列向量。矩阵 A 和 C 中的值分别为:

$$a_{ij} = \frac{\Omega}{4\pi} \delta_{ij} - \sum_m \iint_{\Delta S_m} N_j(\xi) \frac{\partial G(\vec{r}'(\xi), \vec{r}_i)}{\partial \vec{n}} J(\xi) d\xi \quad (5)$$

$$c_{ij} = \omega^2 \rho_e \sum_m \iint_{\Delta S_m} N_j(\xi) G(\vec{r}'(\xi), \vec{r}_i) J(\xi) d\xi \quad (6)$$

在最小二乘意义下求解:

$$A^H Ap + A^H Cu_n = A^H p_i \quad (7)$$

其中, A^H 表示矩阵 A 的共轭转置。

2.3 有限元耦合边界元方程

不考虑外力载荷的情况下,根据流-固边界上的连续性条件,可得耦合方程:

$$\begin{bmatrix} K - \omega^2 M & L \\ A^H CQ & A^H A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A^H p_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中, Q 由结点法向量组成, L 为耦合矩阵。

根据式(8)求得弹性壳体表面声场,进而可以求解弹性壳体的散射声场。

3 并行计算求解

并行计算求解弹性壳体声散射的流程图如图 1 所示。

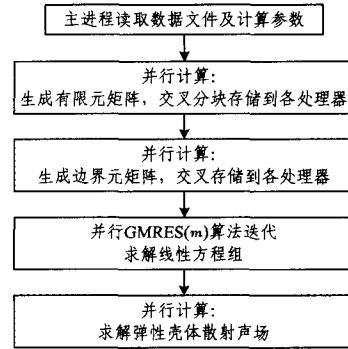


图 1 并行计算求解流程图

3.1 并行 GMRES(m)迭代算法

假设处理器的个数为 p , 矩阵 R (可分别代表 K, M, L, A, C) 的行数为 n , 令 $m = \lceil n/p \rceil$, 矩阵 R 按行进行交叉划分, 编号为 $i(1 \leq i \leq p)$ 的处理器中存有矩阵 R 的第 $i, i+p, \dots, i+(m-1)p$ 行组成的矩阵块 R_i 。

有限元矩阵和耦合矩阵为稀疏矩阵, 用链表结构存储; 边界元矩阵为稠密矩阵, 按满阵存储。由于有限元和边界元矩阵均为对划分后的网格单元积分、累加求和所得, 因此可以并行计算生成。主进程读取数据文件后, 广播到所有进程。各处理器并行计算生成并存储对应的矩阵子块 R_i 。

3.2 并行 GMRES(m)迭代算法

以 $Ax = b$ 为例, 并行 GMRES(m)迭代算法如下。

- 1) 给定计算精度 ϵ 与 m , 任取初始向量 x_0 。
- 2) 并行计算: 各处理器执行矩阵与向量相乘, 主进程收集得到列向量 Ax_0 。

主进程计算: $r_0 := b - Ax_0, q_1 := r_0 / \|r_0\|_2$; 主进程广播 q_1 , 令 $j := 1$ 。

- 3) 并行计算: $v_j := Aq_j, h_{ij} := (q_i, v_j), i = 1, 2, \dots, j; \omega_j := v_j - \sum_{i=1}^j h_{ij} q_i, h_{j+1,j} := \|\omega_j\|_2$ 。

- 4) 若 $h_{j+1,j} < \epsilon$ 或 $j = m$, 则转步骤 5); 否则, 令 $q_{j+1} := \omega_j / h_{j+1,j}$ 。

主进程广播 q_j ; 令 $j := j + 1$, 转步骤 3)。

- 5) 求解最小二乘问题:

$\min\{\|r_0\|_2 e_1 - H_j y\|_2 : y \in C^j\}$, 得 y_j , 令 $\alpha = (v_{j+1}, r_m) / \|v_{j+1}\|$ 。近似解为 $x_j := x_0 + Q_j y_j + \alpha q_{j+1}$ 。

- 6) 若 x_j 满足精度要求, 结束; 否则, 令 $x_0 := x_j$, 转步骤 2)。

3.3 并行计算矩阵与向量相乘

本文 GMRES(m)迭代算法中矩阵与向量相乘时, 先分别并行计算: $Ku, Mu, Lp, A^H CQu, A^H Ap$, 然后再组合得到所需列向量。

- 1) 并行计算: $y = Rx$

各进程按所存储的矩阵子块 R_i 完成乘法计算: $y_i = R_i x$ 。主进程收集 y_i , 组合得到 y 。

- 2) 并行计算: $y = A^H Bx$

由于 $y = A^H Bx = \sum_{i=1}^p A_i^H B_i x$, 各进程依次计算: $z_i = B_i x$,

$y_i = A^H z_i$ 。主进程收集 y_i ，并累加得到 y 。

3)并行计算： $y = A^H CQu$

计算时，不必计算生成 Qu ，只需将 u 与法向量 \vec{n} 做内积得到 u_n ，然后并行计算 $y = A^H C u_n$ 即可。

4 数值仿真计算

采用 Fortran 和 MPI 相结合的方式编写并行计算程序，并在国家超算济南中心的神威蓝光高性能计算机上实现以下数值计算。

弹性壳体材料钢的参数：杨氏模量为 $2.16 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ ，密度为 7800 kg/m^3 ，泊松比为 0.28。水的密度为 988 kg/m^3 ，水中声速为 1483 m/s 。入射波均为平面波。

4.1 单层球壳的声散射

求解入射频率为 500Hz 时单层球壳的声散射。

球壳半径为 1m，壳体厚度 0.01m，表面网格被划分为 1228 个三角形面元，共 616 个结点，此时待求解线性方程组的阶数为 4312。

并行计算求解的加速比如图 2 所示。

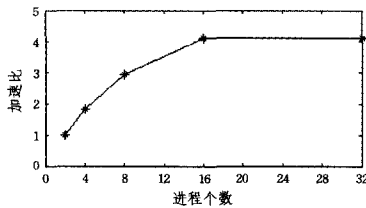


图 2 并行计算的加速比

由图 2 可知，当进程个数小于 16 时，并行计算均可以达到加速的效果。由于算法中每一步迭代都需要进行数据传递，因此几乎很难达到线性加速。

选取不同的迭代步数，随着循环次数的增加，计算求解误差如表 1 所列。

表 1 迭代步数 m 不同时，相对残差范数的比较

循环次数	收敛误差				
	$m=20$	$m=40$	$m=80$	$m=160$	$m=320$
5	2.20E-3	8.25E-4	2.70E-4	9.99E-5	2.41E-5
10	1.07E-3	3.96E-4	1.71E-4	7.01E-5	3.53E-6
15	7.17E-4	2.92E-4	1.29E-4	5.13E-5	6.03E-7
20	5.44E-4	2.46E-4	1.09E-4	3.79E-5	1.12E-7
25	4.43E-4	2.16E-4	9.78E-5	2.81E-5	3.17E-8
30	3.79E-4	1.93E-4	9.09E-5	2.11E-5	9.60E-9
35	3.37E-4	1.74E-4	8.50E-5	1.57E-5	2.76E-9
40	3.08E-4	1.60E-4	7.97E-5	1.18E-5	5.54E-10
45	2.87E-4	1.48E-4	7.47E-5	9.03E-6	1.18E-10
50	2.70E-4	1.38E-4	7.00E-5	6.99E-6	2.64E-11

由表 1 可以看出，在相同的循环次数下，迭代步数 m 越大，计算求解误差越小。在 50 次循环迭代求解后，迭代步数为 20 和 40 时，相对计算误差均达到 10^{-4} 量级，迭代步数取为 160 时可以达到 10^{-6} 量级，迭代步数取 320 时则可达到 10^{-11} 量级。

为了更清晰地观察迭代步数对计算误差的影响，取相对残差范数的对数，其随循环次数的变化如图 3 所示。

由图 3 可以看出，循环次数取 100 时，迭代步数为 20 和 80，相对误差最小只能达到 10^{-4} 量级，而且在循环 20 次后，收敛速度变得很慢；迭代步数增加到 320 时，相对误差能达到

10^{-16} 量级，且在循环次数小于 80 次时，收敛速度均很快。

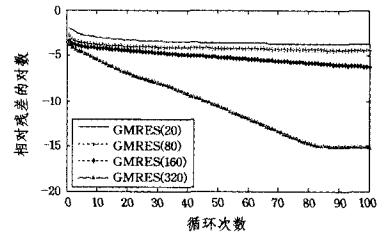


图 3 相对残差范数随循环次数的变化

在实际工程应用中，计算精度不需要很高（比如小于 10^{-3} ）时，迭代步数 m 可选择 $[n/50]$ 与 $[n/100]$ 之间的值。

4.2 Benchmark 目标的声散射

文献[10]中目标 Benchmark 模型的线型图如图 4 所示。

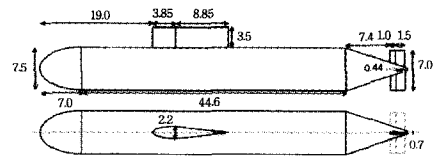


图 4 Benchmark 模型的线型图

Benchmark 模型在坐标系中的位置如图 5 所示。目标模型网格被划分为 35632 个三角形面元，共 17818 个结点，待求方程组的阶数为 124726。

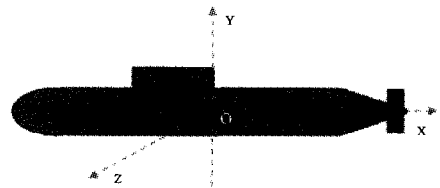


图 5 网格化的 Benchmark 模型与坐标系统

入射角度与接收角度均设为 XOZ 平面内与 X 轴正向的夹角。令 $m=1500$ ，通过不超过 3 次循环迭代即可得到相对误差小于 10^{-3} 的数值解。

正横 (90°) 入射时，目标强度 (TS) 如图 6 所示。

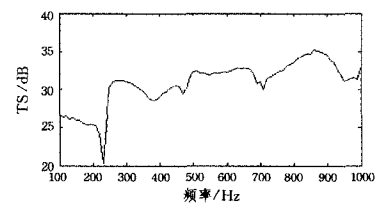


图 6 正横 (90°) 入射时，Benchmark 模型的目标强度

正横入射时，在 230Hz, 470Hz, 710Hz 频率点处，由于谐振散射，TS 出现谷值；其余频率点处，TS 值整体变化较为平缓。

以谐振散射频率 230Hz, 710Hz 为例，Benchmark 模型表面声场幅度分布如图 7、图 8 所示。

可以看出，频率为 230Hz 时由于波长较长，Benchmark 模型的照射面和非照射面声场幅度整体差别不大，而且均出现 3 个亮区；频率为 710Hz 时波长变短，照射面声场整体幅度较大，表现为亮区，非照射面的声场幅度较小，表现为暗区，而且照射面出现长条状亮区与暗区间隔分布。弹性谐振的产

tions, 2006, 15(2):86-89. (in Chinese)

冯云,周淑秋. MPI+OpenMP 混合并行编程模型应用研究[J]. 计算机系统应用, 2006, 15(2):86-89.

- [9] PAN W, CHEN L Y, ZHANG J H, et al. Research on MPI+OpenMP hybrid programming paradigm based on SMP cluster

[J]. Application Research of Computers, 2009, 26(12):4592-4594. (in Chinese)

潘卫,陈燎原,张锦华,等. 基于 SMP 集群的 MPI+OpenMP 混合编程模型研究[J]. 计算机应用研究, 2009, 26(12):4592-4594.

(上接第 50 页)

生是由于沿壳体表面传播的弹性波互相干涉导致,这也是表面声场出现亮区、暗区间隔分布的原因。

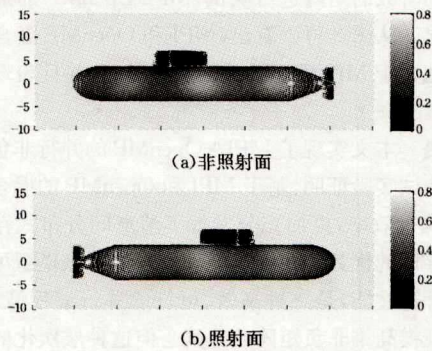


图7 入射波 230Hz 正横入射时, Benchmark 表面声场分布

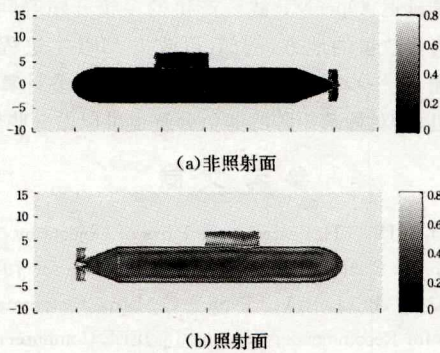


图8 入射波 710Hz 正横入射时, Benchmark 表面声场分布

正横入射时, Benchmark 模型收发分置散射的目标强度(TS)如图9所示。

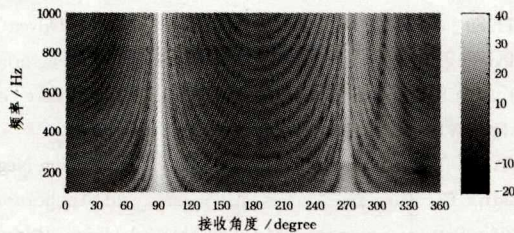


图9 正横入射时, 模型分置目标强度

正横入射时,前向散射(90°)目标强度最大,其次是反向散射(270°)方向。在前向和反向的两侧出现类似“圣诞树”的弧形散射条纹;在反向散射方向的右侧,由于目标主体部分与指挥室、尾翼的散射回波干涉,导致出现3条几乎与纵轴平行的散射条纹,频率越高,散射条纹越清晰。

综上, Benchmark 模型低频声散射主要是几何散射,体现为在前向和镜反射方向出现类似“圣诞树”状的散射条纹;其次,在谐振频率点处出现谐振散射,谐振散射导致表面声场出现亮区和暗区的间隔分布。

结束语 针对大尺度弹性壳体目标低频声散射问题建立的

有限元耦合边界元模型,本文采用并行计算技术进行求解。首先根据有限元矩阵的稀疏性与边界元矩阵的稠密性特点,分别并行计算生成系数矩阵。对于所形成的大型非对称线性方程组,采用并行化的 GMRES(m)迭代算法进行求解,并根据文献[6]中的方法对迭代后的近似值进行修正,达到加速收敛的目的。

本文以弹性球壳的声散射数值仿真为例,分析了并行计算的加速比以及迭代步数 m 对收敛精度的影响。最后计算了 Benchmark 模型的收发分置声散射特性,分析了其分置目标强度和谐振散射时的表面声场分布。

还需进一步研究的是适合求解的预处理 GMRES(m)迭代算法。

参考文献

- [1] EVERSTINE G C, HENDERSON F M. Coupled finite element/boundary approach for fluid-structure interaction[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 87(5):1938-1947.
- [2] JEANS R, MATHEWS I C. A unique coupled boundary element/finite element method for the elastoacoustic analysis of fluid-filled thin shells [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1993, 94(6):3473-3479.
- [3] SAAD Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems(2nd Edition)[M]. SIAM, 2003:171-194.
- [4] NACHTIGAL N M, REICHEL L, TREFETHENK L N. A hybrid GMRES algorithm for nonsymmetric linear systems [J]. Siam Journal on Matrix Analysis and Applications, 2006, 13(8):796-825.
- [5] AN H B, BAI Z Z. A globally convergent Newton-GMRES method [J]. Mathematica Numerica Sinica, 2005, 27(2):151-174.
- [6] NIU Q, LU L Z, WANG R R. A Modified Gmres Method for Solving Large Nonsymmetric Linear Systems [J]. Numerical Mathematics A Journal of Chinese Universities, 2005, 27(S1):193-199.
- [7] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用(第三版)[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2009:192-224.
- [8] BAI M R. Application of BEM(boundary element method)-based acoustic holography to radiation analysis of sound source with arbitrarily shaped geometries [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1992, 92(1):533-549.
- [9] BAO X M, HE Z Y. Investigation on acoustic holography reconstruction of target scattering field [J]. Acta Acustica, 2000, 25(3):254-264. (in Chinese)
- [10] 暴雪梅,何祚镛. 目标散射场全息重建方法研究[J]. 声学学报, 2000, 25(3):254-264.
- [10] NELL C W, Gilroy L E. An improved BASIS model for the BeTSSi submarine[R]. DRDC Atlantic TR, 2003.