

基于 PERT 技术的人员调度研究^{*})

李 勋 李 鹏 顾 庆 陈道蕃

(南京大学软件新技术国家重点实验室 南京 210093)

摘 要 人员成本占软件项目总成本的大部分,但是现有的 Pert 技术未能体现人员计划管理这重要的一环,不合理的活动指派时间可能导致人员闲置或者项目延迟。本文提出一种解决方法,基于 Pert 技术,结合人员闲置、项目延迟和缓冲区计算活动负责人的指派时间,以此指导项目管理,可有效减少总开销。

关键词 PERT, 关键路径, 时间估算, 人员计划

PERT-based Research on Human Scheduling

LI Xun LI Peng GU Qing CHEN Dao-Xu

(State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract Human cost takes great part in software project, but current Pert technology can not deal with human planning that is important in software project, unreasonable activity assignment may cause human idle or project postponement. This paper prompts a solution, with Pert technology, human idle function, project postponement function and slack, to calculate the activity assigned time, which can be used to help project management and reduce total cost.

Keywords PERT, Critical path, Time estimate, Human planning

1 引言

软件开发过程受诸多因素影响,给管理带来不便。我们在多家公司对软件开发过程进行深入调研后,了解到两类普遍存在的问题:

- 1、项目不能按时完成;
- 2、人员成本超出预算。

工期延误导致项目不能按时完成,大多活动实际完成时间超出预期计划。原因在于项目经理通常在活动计划开始时间指派活动给负责人,负责人接手后不能立即开始执行,他需要一段时间来熟悉和了解活动的相关技术内容以及项目背景,因而活动实际开始时间要晚于计划,导致活动无法按期完成,活动延误导致项目不能按时完成。

一些经验丰富的项目经理意识到这点,在活动开始前一段时间给活动指派负责人,负责人可以利用这段时间做准备工作。由于不能对活动负责人所需准备时间进行正确估算,项目经理为了确保项目按时完成,给活动负责人安排的准备时间远超过实际需要,造成不必要的人员闲置;另一方面,由于各人学习能力不同,项目经验不同,所需准备时间也不同,学习能力强、经验丰富的项目组成员所需准备时间较少,完成准备工作后等待活动开始条件而处于闲置状态,同样会造成不必要的人员闲置。

2 基于 Pert 的人员计划

定义 1 项目计划外开销指项目所有活动的人员闲置开销与项目延迟开销之和。

面对当今企业的普遍问题,本文提出解决方案:提前给活动指派活动负责人,在活动计划开始时间之前安排一段准备

时间给活动负责人做准备工作,使项目计划外开销最小。由项目经理根据活动的具体情况和活动负责人的技术能力等方面,估算负责人所需的准备时间,然后将活动计划开始时间减去准备时间的估算值,即得活动指派时间。

活动的实际准备时间指从项目经理给活动指派负责人开始到准备工作结束。受诸多因素影响,实际准备时间是服从某特殊分布的概率变量,据企业中项目的实际数据,经统计分析,再结合各种概率分布属性,认为标准 γ 分布最适用于描述准备时间,因此我们认为准备时间是符合标准 γ 分布的概率变量。

在项目计划阶段,项目经理用 WBS 技术把项目分解为多个活动,确定活动之间先后顺序,生成有向图,然后对活动时间进行估算,给出活动时间的悲观值 a 、乐观值 c 和最可能值 b ,据传统 Pert 理论:经计算得活动时间的期望值 $\frac{a+4b+c}{6}$,以此期望值作为活动时间。基于活动有向图和活动时间,可得项目 Pert 图。

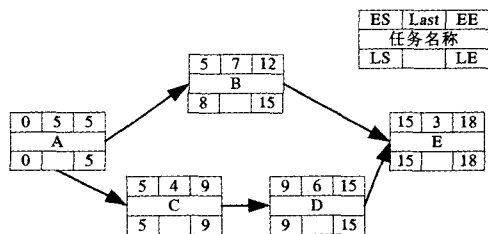


图 1

图 1 所示为某项目网络计划图,ES 表示最早开始时间,EE 表示最早结束时间,LS 表示最晚开始时间,LE 表示最晚

^{*}) 本文得到国家 863 项目支持,项目编号:2001AA113090。李 勋 硕士研究生,研究方向:项目过程计划与估算。李 鹏 硕士研究生,研究方向:工作流,软件过程管理。顾 庆 博士,副教授,研究方向:分布式计算。陈道蕃 博士生导师,研究方向:分布式计算与并行处理。

结束时间, $Last$ 表示活动时间。最早开始时间等于最晚开始时间的活动称之为关键活动, 否则即为非关键活动。

定义 2 活动缓冲区为活动的最晚开始时间与最早开始时间之差。

于是, 有下列结论:

结论 1 任何关键活动的缓冲区长度均为 0, 非关键活动的缓冲区大小不为 0。

结论 2 给定两串行活动, 如果它们具有相同的并行活动, 那么它们共享缓冲区。

关键活动组成关键路径, 对于关键路径上前后两串行活动, 从活动负责人角度, 有两种情况:

- 1、前后两串行活动指派给不同负责人;
- 2、前后两串行活动指派给同一负责人。

对于第一种情况, 根据企业实际有如下前提。

前提 1 活动准备时间总是小于活动执行时间。

根据前提 1, 给后续活动指派活动负责人可以在先前活动开始之后, 因此对于第一种情况, 前后两活动的准备时间相互独立, 可单独计算; 对于第二种情况, 前后两活动指派给同一负责人, 活动负责人无法在执行先前活动的同时进行后续活动的准备工作, 因此两活动的准备工作必须在先前活动开始之前一起进行, 将两活动合并, 计算合并后活动的准备时间, 将先前活动的开始时间减去准备时间估算值即得两活动指派时间。

活动之间不仅有串行关系, 还有并行关系, 由于同一负责人无法同时负责两个或两个以上并行活动, 因此, 并行活动的准备时间是相互独立的。

对单个活动, 引入变量 t 表示活动准备时间, t 服从标准 γ 分布, 期望值因人而异, 因活动内容而异。根据 t 的取值范围及其概率分布, 得到项目计划外开销函数, 然后根据微积分理论可计算最优准备时间预算值, 同时可得最优指派时间。

根据串行和并行关系活动图的分解规则, 将一张复杂的 Pert 图分解成若干个单一活动, 然后对这些活动逐一分析, 计算各自的最优指派时间。

3 最优指派时间的分析与计算

根据活动所处 Pert 图类型, 分析并计算最优活动指派时间。

1、单个活动的 PERT 图

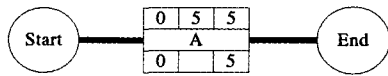


图 2 单个活动的 PERT 图



图 3 活动 A 的时间刻度轴

在图 3 基础上再引进几个参数:

$f(t)$: 表示变量 t 的概率分布密度;

C : 表示单位时间内人员闲置开销;

P : 表示单位时间内项目延迟开销;

C 和 P 值由项目经理根据实际情况决定, C 值主要取决于活动负责人的薪水, 而 P 值取决于项目延迟单位时间所受

损失。

$f(t)$ 为标准 γ 分布密度函数, t 的期望值由项目经理根据实际情况和以往经验进行估算。

对于给定 T , 活动 A 的损失函数表达式为:

$$Loss(T) = C \int_0^{ts-T} f(t)(ts-T-t) dt + P \int_{ts-T}^{\infty} f(t)(t-ts+T) dt \quad (1.1)$$

(1.1) 是 T 的函数, 项目经理希望函数值最小, 因此最小函数值所对应的 T 值即最优指派时间。

$$\min_T \{ C \int_0^{ts-T} f(t)(ts-T-t) dt + P \int_{ts-T}^{\infty} f(t)(t-ts+T) dt \} \quad (1.2)$$

然后求 (1.2) 关于 T 的导函数:

$$\frac{\partial Loss(T)}{\partial T} = P \int_{ts-T}^{\infty} f(t) dt - C \int_0^{ts-T} f(t) dt \quad (1.3)$$

令 (1.3) 等于 0, 解此方程可得 Loss 函数极值, 极值点 T^* 为所求的最优指派时间。

$$\int_0^{ts-T^*} f(t) dt = \frac{P}{P+C} \quad (1.4)$$

因为 Loss 函数随着 T 值的增加先递减后递增, 所以只有一个极小值 $Loss(T^*)$ 。

2、包含两串行活动的 PERT 图



图 4 包含两串行活动的 Pert 图

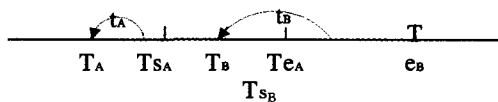


图 5 活动 A 与 B 的时间刻度轴

若活动 A 和 B 指派给不同负责人, 据前面分析, 活动 A 与 B 的准备时间相互独立, 据 (1.4) 可分别计算其最优指派时间。

若活动 A 与 B 指派给同一负责人, 据前面分析, 将 A 与 B 合并, 据 (1.4) 可计算得合并后活动的最优指派时间。

3、两并行活动的 PERT 图

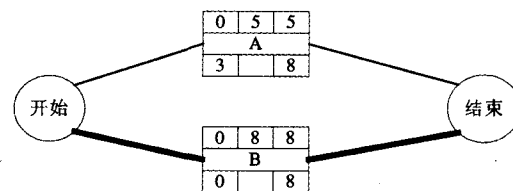


图 6 包含两并行活动的 PERT 图

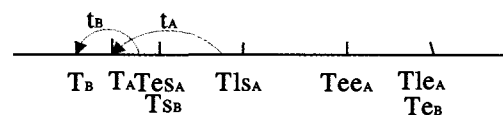


图 7 活动 A 与 B 的时间刻度轴

如图 6, 整个 PERT 图由并行活动 A 与 B 组成, B 位于关键路径, A 位于非关键路径。如图 7 所示, 在 T_B 时刻将活动 B 指派给活动负责人, 由于 B 位于关键路径, 因此 T_B 可以由 (1.4) 计算得; 活动 A 位于非关键路径, 最早开始时间不同于

最晚开始时间,因此,活动 A 的损失计算公式跟第一种情况略有不同。

tes_A :表示活动 A 的最早开始时间;
 tls_A :表示活动 A 的最晚开始时间;
 buf :表示活动 A 的缓冲区大小;
 T_A :表示给活动 A 指派活动负责人的时间;
 C_A :表示活动 A 负责人单位时间内的闲置开销;
 $f_A(t)$:表示活动 A 负责人的准备时间概率密度函数。
 活动 A 的损失函数表达式为:

$$Loss(T_A) = C_A \int_0^{tes_A - T_A} f_A(t)(tes_A - T_A - t) dt + P \int_{tls_A - T_A}^{\infty} f_A(t)(t + T_A - tls_A) dt \quad (1.5)$$

为求得最小函数值,求 Loss 函数对 T_A 的导函数:

$$\frac{\partial Loss(T_A)}{\partial T} = -C_A \int_0^{tes_A - T_A} f_A(t) dt + P \int_{tls_A - T_A}^{\infty} f_A(t) dt \quad (1.6)$$

再使(1.6)为 0,得有关 T_A 的方程:

$$C_A \int_0^{tes_A - T_A} f_A(t) dt = P \int_{tes_A + buf - T_A}^{\infty} f_A(t) dt \quad (1.7)$$

 解(1.7)即得活动 A 的最优指派时间 T_A ,由(1.7)可以看出,非关键活动指派时间的计算跟缓冲区有关。

4 实例研究

图 8 所示为某工程网络计划图,图中各个结点时间属性如表 1 所示。

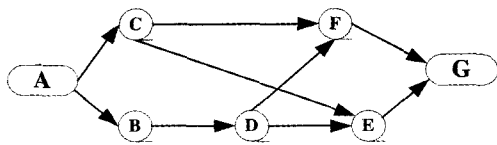


图 8 某工程网络图

表 1

活动代号	OT	MT	PT
A	10	22	28
B	4	4	10
C	4	6	14
D	1	2	3
E	1	5	9
F	7	8	9
G	2	2	2

如表 1 所示,OT 表示活动乐观时间,MT 表示活动最可能时间,PT 表示活动悲观时间,可得各活动时间的期望值。

表 2

	A	B	C	D	E	F	G
持续时间	21	5	7	2	5	8	2

由表 2 数据和图 8,可得两条关键路径:

a. 1→3→6→7

b. 1→2→4→6→7

表 3 列出了各活动的参数值。

表 3

	A	B	C	D	E	F	G
闲置开销	2	2	1	1	1	1	2
α 参数	2	1	2	1	1	2	1
延迟开销	6	6	6	6	6	6	6

各活动有不同的活动负责人。位于关键路径,活动 A、B、C、D、F、G 的最优指派时间可由(1.4)计算得到;活动 E 处于非关键路径,其最优指派时间可由(1.7)计算得。结果如表 4 所示。

表 4

活动代号	指派时间
A	-2.7
B	19.61
C	17.56
D	24.05
E	27.74
F	24.56
G	34.61

表 4 列出了各活动的最优指派时间(假设第一个活动的计划开始时间为 0),可以看出:

- 1、所有活动都有各自的准备时间,可有效预防项目延期;
- 2、所有活动的准备时间都较合理,可有效降低人员闲置开销;
- 3、关键活动需要较多的准备时间,非关键活动相对较少,缓冲区起明显的作用;
- 4、不同活动、不同负责人以及不同的活动时间对准备时间有不同影响。

结论 对传统 PERT 图进行分解,可以将其分解为诸多单个活动,然后计算出各活动的最优指派时间,将此时间属性加入传统 PERT 图,从而传统 PERT 图得到扩展。

用扩展 PERT 图进行项目计划,在人员配置上,利用先前项目经验数据计算当前项目的活动指派时间,并对项目管理进行指导,使决策更有说服力,项目管理更为合理。

参考文献

- 1 Ronen B, Trietsch D. Optimal scheduling of purchasing orders for large projects. *European Journal of Operational Research*, 1993, 68: 185~195
- 2 Ayas K. Professional project management: a shift towards learning and a knowledge creating structure. *International Journal of Project Management*, 1996, 14(3): 131~136
- 3 Douglas D E. Pert and simulation. In: *Proceedings of the 10th conference on Winter simulation*, Miami Beach, FL, 1978
- 4 Young D. Delay pert. In: *Proceedings of the 1987 Winter Simulation Conference*, Atlanta, Georgia, USA, 1987
- 5 Simmons L F. Project management-critical path method (CPM) and pert simulated with process model. In: *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*, Massachusetts Ave. NW Washington, DC USA, 2002
- 6 Barber K S, Liu T H. Conflict detection during plan integration based on E-PERT diagrams. In: *Proceedings of the fourth international conference on Autonomous agents*, Barcelona, Spain, 2000