

基于认知反映的信念逻辑^{*})

李惠涛 江 峰 眭跃飞 曹存根

(中国科学院计算技术研究所 中国科学院研究生院 北京 100080)

摘 要 Quine^[9]提出了一类有关信念模态的难题,比如 Cicero 难题,这些难题的解读对模态逻辑语义具有重要的意义。目前的一阶模态逻辑普遍给予 Quine 难题以 de re/de dicto 解读。本文指出 de re/de dicto 解读存在缺陷,并且认为为了解读 Quine 难题,需要在一阶模态逻辑的模型中引入一个认知反映关系。在此观念下,本文提出了一个新的一阶模态逻辑系统——基于认知反映的信念逻辑。

关键词 信念,认知反映,一阶模态逻辑

Belief Logic Based on Cognitive Reflection

LI Hui-Tao JIANG Feng SUI Yue-Fei CAO Cun-Gen

(Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract Quine^[9] has introduced some problems about belief modality, such as Cicero problem. The semantic interpretation of these problems is significant for first-order modal logic. This paper discusses the limitation of the de re/de dicto interpretation for the Quine problems, which is widely adopted by the first-order modal logic systems presented so far, and then gives a new first-order modal logic BLCR (Belief Logic based on Cognitive Reflection). We introduce into each model of BLCR a cognitive reflection relation by which BLCR can give the Quine problems interpretation that well meets the people's intuition about the belief modality and without the limitation of the de re/de dicto interpretation.

Keywords Belief, Cognitive reflection, First-order modal logic

1 引言

模态逻辑的目的在于形式化表示自然语言中存在的不同的语言结构和哲学探究中提出的概念之间的细微差别,因此模态逻辑的动机是基于自然语言和哲学的^[4,5]。Quine 在 1956 年^[9]提出了一类典型的涉及到信念模态命题的难题,这些难题中命题的解读对模态逻辑语义具有重要意义,不同的解读将导致提出不同的模态逻辑语义。

Cicero 难题在 Quine 难题中具有代表性,它涉及下面两个命题的解读:

- (1) Jones believes that Cicero denounced Catiline.
- (2) Cicero is such that Jones believes that he denounced Catiline.

在本文的讨论中,通称这两个命题为 Cicero 命题。

首先,Cicero 命题是有区别的。考虑这样的情形^[2]: Jones 通过某个方式知道一个叫 Cicero 的人谴责了 Catiline。另外,在某个场合, Jones 见到了 Cicero,因某些原因 Jones 相信他见到的这个人不曾谴责过 Catiline。但是 Jones 并不知道自己见到的这个人就是名叫 Cicero 的那个人。于是,在这种情况下,(1)为真,而(2)为假,并且,很明显的是, Jones 的信念在这里并没有自相矛盾的地方,因此(1)和(2)是两个不同的命题。

目前存在的一阶模态逻辑语义普遍给予 Quine 命题以 de re/de dicto(从物/从言)的解读^[5,6]。本文指出,Quine 命题的 de re/de dicto 解读存在缺陷,使得这种解读并不能真实地

表达出 Cicero 命题的区别。为了真实区别 Cicero 命题,本文提出一个基于认知反映的信念逻辑(Cognitive Reflection based Belief Logic,简称 BLCR),BLCR 把“认知反映”概念加入到一阶模态逻辑系统之中,使得 BLCR 能够借助于“认知反映”概念给予 Cicero 命题合理的解读。

2 Cicero 命题的 de re/de dicto 解读

我们在如图 1 所示的模态语义环境中来讨论 Cicero 命题。

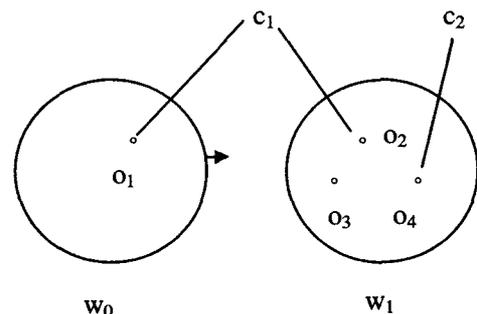


图 1

其中, w_0 和 w_1 为两个可能世界, w_0 表示客观世界, w_1 表示 Jones 的信念世界。从 w_0 到 w_1 的箭头表示 w_0 与 w_1 具有可达关系。

需要说明的是,通常在信念模态逻辑的模型中有多个信念世界。信念主体相信某个命题,则需要该命题在每个信念

^{*} 本文工作得到自然科学基金的资助(# 60273019、60573064、60573063 和 60496326)和国家重点基础研究发展计划 2003CB317008 和 G1999032701 的资助。

世界中成立。我们这里为了讨论的方便,只给出一个信念世界。在后面我们给出的模型定义中,信念世界仍然可以为多个。

此外,在本文的讨论中,我们还假设:

(i) 如果一个命题在一个可能世界 w 中成立(为真),那么该命题所涉及到的个体必须存在于 w 。

(ii) Cicero 和 Catiline 是指称个体(individual)的名字(name),在讨论中分别用个体概念(individual concepts)符号 c_1 和 c_2 来表示。

一个个体概念是可能世界集合到论域上的一个函数^[1,6]。记 c_1 在 w_0 中指称的个体为 o_1 ,在 w_0 中指称的个体为 o_2 ,即 Cicero 在现实中指称的个体表示为 o_1 ,在 Jones 的信念中指称的个体表示为 o_2 。另记 c_2 在 w_1 中指称的个体为 o_4 。

Cicero 命题的 de re/de dicto 解读的思想体现在 Kaplan 和 Fitch 的文章中。Kaplan 在文[7]中认为 Cicero 命题的区别在于:命题(2)涉及个体的直接引用("involve individuals directly"),而(1)没有。Fitch 在文[2]中赞同 Kaplan 的观点,并进一步指出:(1)中"Jones believes"后的子句涉及到的是 Cicero 这个名称,而(2)中"Jones believes"后的子句涉及到的只是 Cicero 这个个体。

具体来说,在 de re/de dicto 解读下,(1)被看作 de dicto 命题:在 Jones 的信念世界中,Cicero 指称的个体谴责了 Catiline 指称的个体。其形式化表示为

$$(3) BD(c_1, c_2)$$

其中, B 为信念模态算子,表示信念模态词"Jones believes"。 D 表示二元谓词"谴责"(denounce)。基于图 1,(3)所表达的是: $D(c_1, c_2)$ 在 w_1 中成立(为真),即在 w_1 中, o_2 与 o_4 具有关系 D 。

在 de re/de dicto 解读下,(2)被看作为 de re 命题:在 Jones 的信念中,现实中 Cicero 指称的个体(而不是 Cicero 在 Jones 的信念中指称的个体)谴责了 Catiline 指称的个体。依 de re 解读,(2)表示为公式,就是

$$(4) \exists x(x=c_1 \wedge BD(x, c_2))$$

基于图 1,(4)所表达的是:在 w_1 中, o_1 与 o_4 具有关系 D 。

需要注意的一点是,在 de re 解读下,(2)的成立需要 Cicero 在现实中指称的个体也存在于 Jones 的信念中,或者说需要 o_1 存在于 w_1 。

3 Cicero 命题的基于认知反映的解读

我们接受上节对(1)的解读,并且采用上节对 Cicero 命题的公式表示。因此,本节主要讨论命题(2)的解读。

一个普遍可接受的对命题(2)的较浅层次的分析是:对于现实世界 w_0 中的个体 o_1 ,Jones 相信'他'谴责了 o_4 。用另一种方式来说,(2)表达的是命题"'他'谴责了 o_4 "在 w_1 中成立。于是,剩下的唯一不明确的问题就是对个体'他'的解读。

记个体'他'为 o_3 。(2)的 de re 解读所持的一个观点是 o_3 即为 o_1 。但是,这种观点存在缺陷,它无法解释 Quine 在文[9]中提出的另一个难题:

Double vision 难题^[9]:考虑这样的情形,Ralph 隐约地看见一个戴着棕色帽子的男人,由于某种迹象使得 Ralph 怀疑他是一个间谍。另外有一个灰白头发的男人,Ralph 模糊地记得他是当前政府的一个重要人物,除了有一次在海滩上,

Ralph 从未见过他。但是 Ralph 并不知道这两个人实际上是同一个人 Ortcutt。

因此,一方面 Ralph 认为戴着棕色帽子的男人是间谍,而这个人就是 Ortcutt。所以

(5)对于 Ortcutt,Ralph 认为他是个间谍;

另一方面 Ralph 认为那个他在海滩上见到的灰白头发的男人不是一个间谍,可是这个人也是 Ortcutt,所以

(6)对于 Ortcutt,Ralph 认为他不是个间谍。

Double vision 难题中的命题(5)和(6)都是成立的,并且 Ralph 的信念也没有矛盾的地方。如果对(5)和(6)采用 de re 的解读,那么现实中的 Ortcutt 也存在于 Ralph 的信念中,我们记为个体 o 。在 de re 的解读下,(5)解读为"Ralph 认为 o 是个间谍",而(6)将解读为"Ralph 认为 o 不是个间谍"。因此,采用 de re 的解读的(5)和(6)将导致 Ralph 信念的矛盾。从而,对(5)和(6)采用 de re 的解读是不合适的。

de re 的解读不适用于(5)和(6)的本质原因在于人的认知存在局限性:人们有时无法分辨出在不同场合感知到的物体是同一个物体。既然我们无法排除 Jones 的认知也存在类似的认知误差,因此把命题(2)解读为 de re 命题也是不合适的, o_3 和 o_1 不能为同一个个体。

因此,只能把 o_3 看作是 o_1 在 w_1 中的某种对应个体,它们之间具有某种对应关系: o_3 的存在依赖于 o_1 的存在, o_3 是在 Jones 感知到现实中的 o_1 后才存在的。本文称 o_3 与 o_1 具有的这种对应关系为"认知反映关系",并称 o_3 是 o_1 的一个认知反映个体。

由上分析,我们需要在模态逻辑模型的定义中(将在第 5 节给出)中加入一个认知反映关系,这个关系是客观世界中的个体和信念世界中的个体之间的一个二元关系。在这样的语义系统中,(2)的形式化表示

$$(4) \exists x(x=c_1 \wedge BD(x, c_2))$$

的语义为:在 w_1 中, o_1 的认知反映个体 o_3 与 o_4 具有关系 D 。

4 多重/空认知反映个体

在前面几节对命题(1)和(2)的讨论中, o_1 的认知反映个体只有 o_3 。但是,由 Double vision 难题,下面的情形是可能的,

(*) o_1 的认知反映个体有多个(多重认知反映个体)。

另外,还有一个可能的情形,

(**) 不存在 o_1 的认知反映个体(空认知反映个体)。

产生情形(**)的原因是 Jones 根本就未感知到 o_1 的存在,于是在 w_1 中也就没有 o_1 的认知反映个体。

由于命题(1)没有涉及到 o_1 的认知反映个体,因此在这两种情形下,我们对(1)的解读不变。我们需要考虑在这两种情形下,命题(2)的解读问题。

首先考虑情形(**)。上节对(2)的解读为:在 w_1 中, o_1 的认知反映个体和 o_4 具有关系 D 。由第 2 节中的假设(i),一个命题在 w_1 中为真的一个前提是该命题涉及到的个体都存在于 w_1 。但在情形(**)下, w_1 中不存在 o_1 的认知反映个体,因此该情形下,我们认为(2)为假。

对于情形(*),按照上节对(2)的解读思想,(2)的意思涉及到 o_1 的认知反映个体。在情形(*)中 o_1 的认知反映个体有多个的时候,我们这样来解读(2):在 w_1 中,每个 o_1 的认知反映个体都和 o_4 具有关系 D 。

5 BLCR 模型

基于前面的分析,我们在这一节给出 BLCR(基于认知反映的信念逻辑)模型的定义。

如前言所说,BLCR 是在一阶模态逻辑系统^[5,6]之上加入“认知反映关系”的逻辑系统。

首先,BLCR 的语言与一阶模态逻辑系统的语言相同,即包括可列个体变量 x, y, z, \dots ,至多可列个体概念符 c, d, \dots ,以及至多可列个体谓词符 P, Q, \dots 。另外,还有一些逻辑关系符 $\supset, \neg, \wedge, \vee, \exists, \forall$ 等,以及一个模态算子 B 。

公式集的递归定义遵循常规定义。

BLCR 的模型相当于一阶信念模态逻辑的模型加入一个个体间的二元关系。

定义 1 一个 BLCR 模型是一个六元组的结构 $M=(W, R, D, Q, C, I)$ 。其中, W 是一个非空的可能世界集合; R 是 W 上的二元关系,称为可达关系; D 是 M 的论域,是一个非空集合; Q 指示每个可能世界的论域,它是一个从 W 到 D 的幂集的函数,称 $Q(w)$ 为 w 的论域; C 是 M 的认知反映关系,满足

$CC \{ \{ (o_1, w_1), (o_2, w_2) \} \mid w_1, w_2 \in W, o_1 \in Q(w_1), o_2 \in Q(w_2) \}$ 。

I 为该模型的解释函数:对每个个体概念符 $c, I(c)$ 是一个从 W 到 D 的映射,并且满足 $I(c)(w) \in Q(w)$ 。对每个 n 元谓词符 $P, I(P)$ 是一个从 W 到 D^n 的映射,并且满足 $I(P)(w) \subseteq (Q(w))^n$ 。

上面定义的 BLCR 模型并不能决定一个公式的真假值。

我们在讨论一个公式是否为真的时候,都是相对于某个可能世界来说的(我们在前面的讨论中称这个可能世界为现实世界。在一阶模态逻辑讨论中,常称这个可能世界为当前世界)。因此,为了能够赋予公式真假值,我们必须在一个 BLCR 模型中指定一个可能世界,并且,如果该公式不是封闭的,我们还需要借助于一个赋值函数。

定义 2 设 $M=(W, R, D, Q, C, I)$ 是一个 BLCR 模型。基于 M 的 BLCR 赋值结构是一个二元组 $F=(M, w)$,其中 $w \in W$ 。称 w 为 F 的现实世界,每个与 w 具有可达关系的可能世界 w' (即满足 $w'Rw$) 为 F 的一个信念世界。

定义 3 设 $F=(M, w)$ 是一个 BLCR 赋值结构,其中 $M=(W, R, D, Q, C, I)$ 。 F 的一个赋值 v 是这样的一个映射:对每个个体变量 $x, v(x) \in Q(w)$ 。

在含有信念模态算子的公式的真值定义中,我们还需下面的概念。

定义 4 设 $F_1=(M, w_1), F_2=(M, w_2)$ 是两个 BLCR 赋值结构,其中 $M=(W, R, D, Q, C, I)$ 。 v_1 是 F_1 的赋值, v_2 是 F_2 的赋值, x_1, x_2, \dots, x_n 是个体变量。

称 v_2 是 v_1 的一个 $(F_1, F_2)-(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 赋值当且仅当对每个 $1 \leq i \leq n, ((v_2(x_i), w_2), (v_1(x_i), w_1)) \in C$ 。

注意到,在定义 4 中,如果对于某个 $1 \leq i \leq n$,在 $Q(w_2)$ 中不存在个体 o 满足 $((o, w_2), (v_1(x_i), w_1)) \in C$,那么 v_1 也就不存在一个 $(F_1, F_2)-(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 赋值。

定义 5 设 $F=(M, w)$ 是一个 BLCR 赋值结构,其中 $M=(W, R, D, Q, C, I)$ 。 v 是 F 的一个赋值。公式 ϕ 在 M 中的赋值(以 $(M, w) \vdash_v \phi$ 表示公式 ϕ 在 w 中为真)递归定义如下,

(i) 如果 ϕ 是一个一阶逻辑公式,则其真值依常规定义^[5,6]。

(ii) 如果 ϕ 是 $B\psi$,其中 x_1, x_2, \dots, x_n 为 ψ 的所有自由个体变量,则

$F \vdash_v B\psi$ 当且仅当

对每个满足 $w'Rw$ 的 $w' \in W$, BLCR 赋值结构 $F'=(M, w')$ 存在一个 v 的 $(F, F')-(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 赋值,并且对 v 的每个 $(F, F')-(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 赋值 $v', (M, w') \vdash_{v'} \psi$ 。

在(ii)中,如果对于某个满足 $w'Rw$ 的 $w' \in W, F'=(M, w')$ 不存在 v 的 $(F, F')-(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 赋值,那么 $F \vdash_v B\psi$ 将不成立。这种处理符合上一节中对情形 $(**)$ 的分析。因为,由定义 4,如果不存在 v 的 $(F, F')-(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 赋值,那么存在 $1 \leq i \leq n$,使得在 w' 中不存在 $v(x_i)$ 的认知反映个体。

另外,在(ii)中,要使 $F \vdash_v B\psi$ 成立,需要在每个由 w 可达的 w' 中,在 ψ 中的每个自由变量的值替换为原值的认知个体后, ψ 在 w' 中为真。这种处理符合上一节中对情形 $(*)$ 的分析。

总结和以后的工作 本文通过在一阶模态系统中加入“认知反映关系”,提出一个基于认知反映的信念逻辑 BLCR。借助于“认知反映关系”概念, BLCR 语义对 Quine 难题的解读比一阶模态逻辑的 de re/de dicto 解读更直观,更符合人们真实的认知。

在提出 BLCR 的语言及形式语义之后,我们对 BLCR 还需要在两个方面做更多的工作:语法方面,我们需要给出 BLCR 的公理系统,并证明 BLCR 的完备性。语义方面, BLCR 系统与别的一阶模态逻辑系统(比如 counterpart 理论)之间的语义比较将是有意义的;并且认知反映关系的性质值得我们进一步发掘,比如我们可以在 BLCR 中加入有关时间的模态算子,用来考察在时间改变的情况下,认知反映关系的变化情况,这样就可以更好地解读其他 Quine 难题,比如 Double vision 难题。

参考文献

- 1 Aloni M. Quantification under conceptual covers, [Ph. D thesis]. Univ. of Amsterdam, 2001
- 2 Fitch G W. Names and the 'de re - de dicto' Distinction. Philosophical Studies, 1981, 39: 25~34
- 3 Fitting M C. On Quantified Modal Logic. Fundamenta Informaticae, 1999, 39: 105~121
- 4 Fitting M C. First-order intensional logic. Annals of Pure and Applied Logic, 2004, 127: 171~193
- 5 Fitting M C, Mendelsohn R. First-order modal logic. Kluwer, 1998
- 6 Hughes G E, Cresswell M J. An New Introduction to Modal Logic. London: Routledge, 1966
- 7 Kaplan D. Demonstratives; an Essay on the Semantics, Logic, Metaphysics, and Epistemology of Demonstratives and other Indexicals. In: J. Almog, et al., eds. Themes From Kaplan. Oxford: Oxford University Press, 1987. 481~563
- 8 Lewis D. Counterpart theory and quantified modal logic. Journal of Philosophy, 1968, 65: 113~126
- 9 Quine W V. Quantifiers and propositional attitudes. Journal of Philosophy, 1956, 53: 101~111