并行遗传/模拟退火混合算法及其应用*)

温平川　徐晓东　何先刚
(重庆邮电学院　重庆400065)

Parallel Genetic Algorithm / Simulated Annealing Hybrid Algorithm and its Applications

WEN Ping-Chuan　XU Xiao-Dong　HE Xian-Gang
(Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065)

Abstract This paper presents a highly hybrid Genetic Algorithm / Simulated Annealing algorithm. This algorithm has been successfully implemented on Beowulf PCs Cluster and applied to a set of standard function optimization problems. From experimental results, it is easily to see that this algorithm proposed by us is not only effective but also robust.

Keywords Genetic algorithms(GA), Simulated annealing(SA), High-performance computing, Message-passing interface (MPI)

1　引言

人们常常应用随机优化方法，例如：遗传算法GA(Genetic Algorithms)，模拟退火算法SA(Simulated Annealing)，爬山算法HC(Hill Climbing)，Tabu算法等，解决复杂的非线性函数优化问题。这些方法通常需要大量的计算，从而导致运行时间开销较大。随着计算机及网络技术的高速发展，在高性能计算平台上并行化随机优化方法成为当今研究领域的热门。特别是Beowulf PCs Cluster技术的成熟，为研究人员提供了一个较为廉价的高性能计算平台，从而使有效地实现并行化的随机优化算法成为一种可能。另外，消息传递接口MPI(Message-Passing Interface)标准化的制定及许多免费的该标准并行库的实现，例如：MPICH，HPMPI，MPIPro等等，这使并行软件的开发逐渐普及起来。到目前为止，许多研究人员在一些并行机上并行化了遗传算法或模拟退火算法[1~5]，也有些研究人员采用二者混合来解决非线性函数优化问题，然而其混合程度不高，例如：文[1]仅应用遗传算法来优化初始群体，在模拟退火每一个阶段，遗传算法并没有得到充分应用。基于这一点，我们提出了一种高度混合的遗传/模拟退火算法，并在Beowulf PCs Cluster上成功地实现了这一算法。

2　模拟退火算法与遗传算法

模拟退火算法与遗传算法均属于随机优化算法。目前它们均十分流行。如果模拟退火算法SA被应用于解决非线性函数优化问题，其实现原理可以描述如下：

1. 随机初始化函数每一个参数构成SA的一个起始点(函数的一个解)且随机确定每一个参数调整步长的大小。

2. 对该点每一个参数进行随机扰动产生相邻点，依据Metroplis标准来判定：接受或否决该点作为最优解，同时记录迄今为止所获得的最优解。

3. 如果循环次数L>=Ns，那么调整步长，且重新设置循环次数L为0；否则返回到2。

4. 如果步长调整次数S<Nt，那么返回到2；否则，降温，并重设步长调整次数S为0。

5. 如果终止条件(连续两次降温所记录的最优解之间差小于10^{-10})满足，算法终止；否则返回到2。

一般来说，最大循环次数Ns与测试函数所含的参数个数成正比。最大步长调整次数Nt为常量，其大小可以由算法实现者根据实验结果来确定。

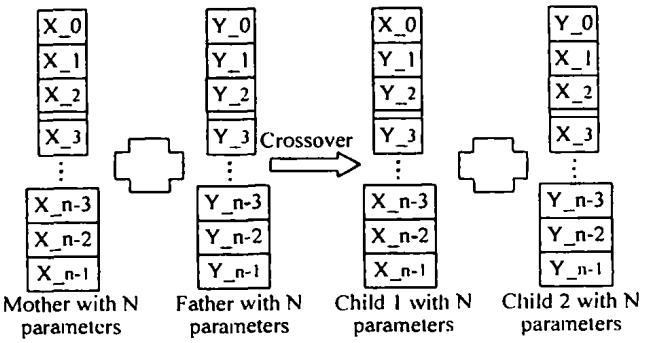

图1　假定 $Num\_crossover=3$ 和 $First\_position=2$ 情形下的交叉操作

应用遗传算法来解决非线性N维非线性函数优化问题，其实现原理可以描述如下：

1. 随机生成初始化群体。其中，每个个体均可以被看作函数的一个解，且该解由N个参数构成。

2. 通过计算函数值来对函数进行适应值评估。

3. 交叉和变异操作作用于群体。

4. 通过计算函数值来对函数进行适应值评估。

5. 如果到达最大代数Gmax，那么群体中最好的个体即为最优解，算法终止；否则返回到3。

其中，交叉操作如图1所示，交叉起始位置可由下列两个表达式共同确定：

用于一次交叉的参数个数：$Num\_creossover=floor(N/2\times R[0,1])$

交叉位置起始位置：$First\_Position=floor(1+R[0,1]\times$

*)基金项目：重庆市应用基础基金资助(D2000-02)。温平川　在职硕士研究生、工程师，主要研究方向：嵌入式软件仿真开发、CSCW。

$(N-Num\_crossover))$

其中，R[0,1]表示0到1之间随机产生数。floor 函数是标准 C 函数，它表示该函数获得一个不大于该浮点数的最大整数。

对于变异操作，随机选择一个参数并用一个随机产生数代替。当然，这个随机产生数必须在该参数的变化范围内。

3 高度混合的遗传/模拟退火算法

基于 Beowulf PCs Cluster 计算平台，我们开发并成功实现了高度混合的遗传/模拟退火算法。该算法的基本原理如下所述：(我们假定 Beowulf PCs Cluster 总共含有 P 个 CPU。)

1. 程序初始化生成 P 个进程，每个进程 ID 号分别为 0，1，…，P－1。

2. 进程0随机生成 P 个初始解群体并运用 GA 优化到指定的最大代数 Gmax。

3. 进程0将 P 个个体分发给每一个进程，从而保证了每个进程得到一个个体作为 SA 初始解。

4. 每个进程开始运用 SA 算法优化它所得到的解，但每当降温前，将当前温度下获得的最优解通知进程0，然后等待进程0消息。

5. 进程0一旦获得 P 个进程的最优解，重新构成一个含有 P 个个体的群体，并运用 GA 优化到指定的最大生成代数 Gmax。

6. 进程0将 GA 优化后生成的 P 个个体中最优个体以广播方式通知每一个进程。

7. 如果连续两次降温，并用 GA 优化后获得最优解之间差小于10^{-10}，算法终止；否则，重复4到7所描述操作。

4 实验结果

我们挑选了一个 N 维通用测试函数：

$$f(\bar{x})=(1/2)\sum_{j=1}^{N}(x_j^4-16x_j^2+5x_j), \qquad (1)$$

作为目标函数。这里 N 维参数变化范围为$[-\infty,+\infty]$。对于这个测试函数有2^N个局域最优解，但只有一个全局最优解。在文[6]中，Cetin B.C.，Barhen J. 等人用确定性优化算法 TRUST(Terminal Repeller Unconstrained Subenergy Tunneling)获得上述测试函数全局最优解位于$[\overline{x_{GM}}]=[-2.90354,-2.90354,\cdots,-2.90354]$。我们实验的目的就是要测试算法是否能够找到这个函数的全局最优解。所有实验均在 Beowulf PCs Cluster 上完成。该 Beowulf PCs Cluster 采用 Myritnet 相连，总共含有196个用于计算的 CPU。实验结果如表1所示(表中，例如5/10表示算法运行10次，有5次成功找到全局最优解。)。算法在 Beowulf PCs Cluster 上10次运行平均时间开销与 CPU 数量的关系如图2，图3和图4所示(该图是在 Sun Solaris 下采用英文版 GNUplot 制作而得到的)。

为了进一步测试算法在较大搜索空间上的搜索能力，假定 N＝50，每个参数变化范围分别是$[-10^4,10^4]$，$[-10^5,10^5]$，$[-10^6,10^6]$，$[-10^7,10^7]$，$[-10^8,10^8]$，$[-10^9,10^9]$和$[-10^{10},10^{10}]$，我们对算法进行大量测试。实验结果如表2和图5所示。为了再进一步测试算法的通用性，我们采用了附录中(略)列出的测试函数，对算法进行了18个情形测试。表3给出测试结果。

表1 算法的成功率(参数变化范围[－10000，10000])

	CPU 数量						
	10	20	40	80	120	160	192
$N=10$	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/1	10/10
$N=20$	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
$N=30$	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
$N=50$	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
$N=70$	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10

表2 算法的成功率(N＝50)

	CPU 数量							
	10	20	40	64	80	120	160	192
P1	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
P2	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
P3	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
P4	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
P5	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
P6	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
P7	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10

(P1，P2，P3，P4，P5，P6和 P7表示参数变化范围分别是$[-10^4,10^4]$，$[-10^5,10^5]$ $[-10^6,10^6]$，$[-10^7,10^7]$，$[-10^8,10^8]$，$[-10^9,10^9]$和$[-10^{10},10^{10}]$。)

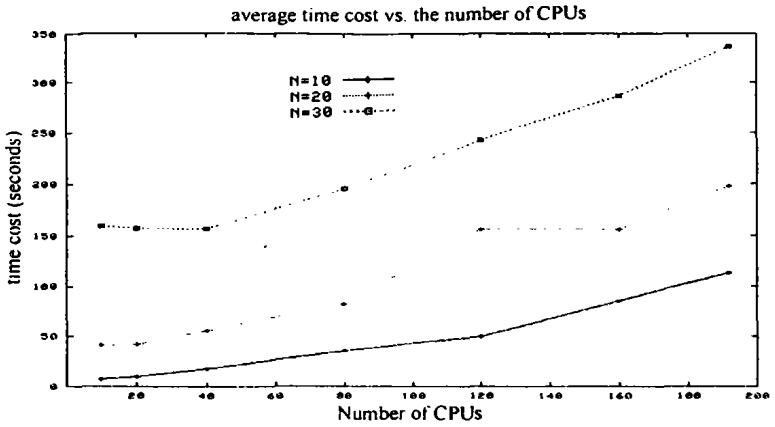

图2 算法运行时间开销与 CPU 数量关系(N＝10，20，30)

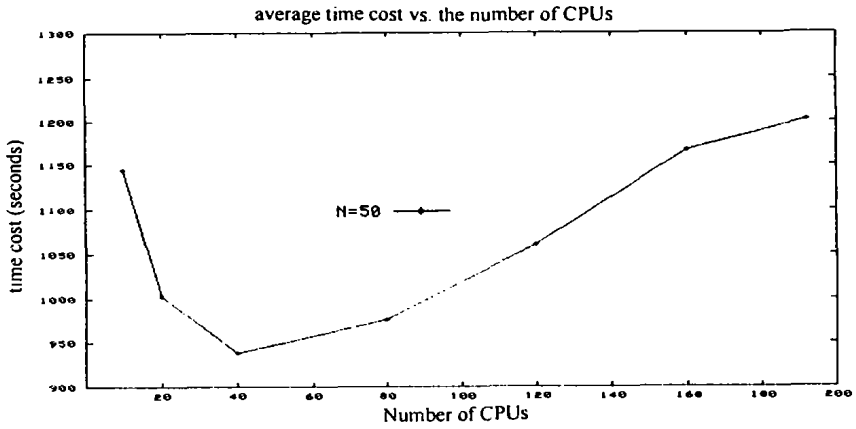

图3 算法运行时间开销与 CPU 数量关系(N=50)

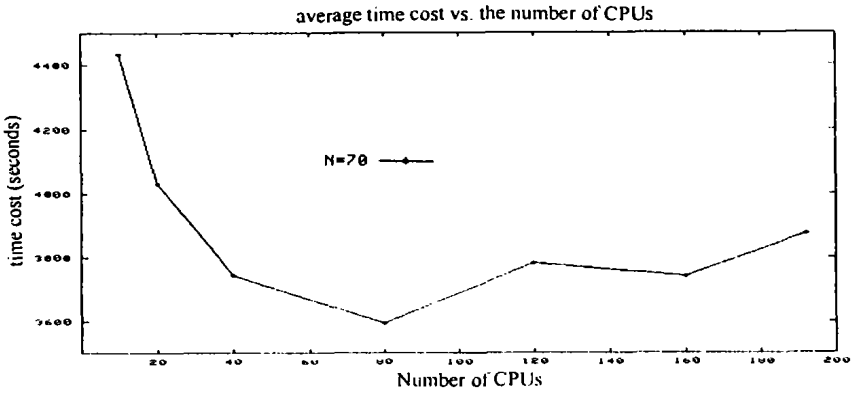

图4 算法运行时间开销与 CPU 数量关系(N=70)

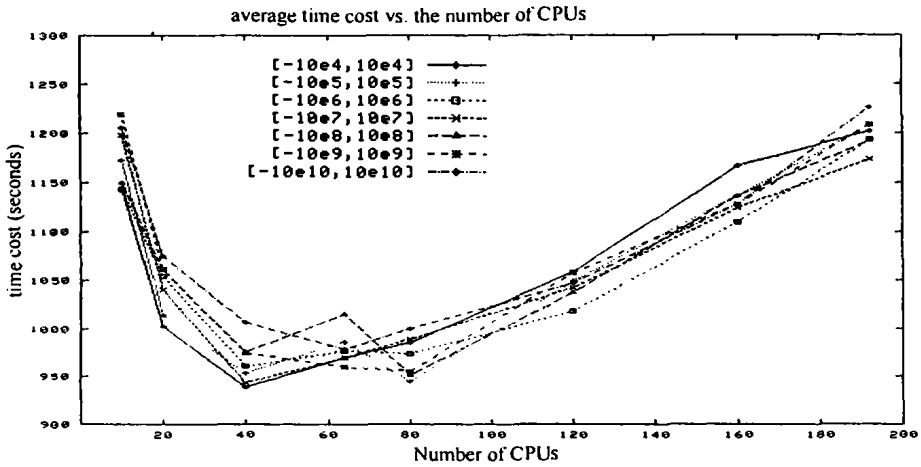

图5 算法运行时间开销与 CPU 数量关系(N=50,参数有不同的变化范围)

表3 算法的成功率

	CPU 数量						
	10	20	40	80	120	160	192
F1	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F2	10/10	9/10	9/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F3	10/10	9/10	8/10	10/10	10/10	10/10	9/10
F4	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F5	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F6	7/10	7/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F7	0/10	0/10	1/10	2/10	8/10	8/10	10/10
F8	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F9	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F11	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F12	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F13	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F14	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F15	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F16	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F17	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10
F18	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10	10/10

结论 通过上述实验结果(表1,表2,表3),我们不难看出,大多数情况下,算法10次运行均能找到函数全局最优解。从图2,图3,图4和图5中,实验结果充分表明:当搜寻空间不

断增大时，该算法时间开销并不是很大，而且其变化曲线近似由一条直线变成一条抛物线。

简而言之，我们设计的并在 Beowulf PCs Cluster 上实现的高度混合的遗传/模拟退火算法是一个成功机率高、非常健壮的随机优化算法。应用该算法解决复杂的非线性 N 维函数全局优化问题将会是十分快速、有效的。(限于篇幅，有关本算法和其它全局随机优化算法的比较工作以后将另文给出，本文暂不予以考虑。)

致谢：美国佛吉尼亚理工大学 D. Chen 博士对本文提出了很好的修改建议，对此本文作者表示衷心的感谢。

参 考 文 献

1 Esin O, Linet O. Parallel Simulated Annealing Algorithms in Global Optimization. Journal of Global Optimization, 2001, 19: 27～50

2 Hamma B S, Viitanen S, Torn A. Parallel Continuous Simulated Annealing for Global Optimization, presented at the NATO advance study institute - Algorithms for Continuous Optimization: The State of the Art, II Ciocco-castelvecchio Pascoli, Italy, 1993

3 Chen H, Flann N S, Watson D W. Parallel Genetic Simulated Annealing: A Massively Parallel SIMD Algorithm. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 1998, 9: 126～136

4 Kimura K, Taki K. Time-homogeneous parallel annealing algorithm: [Report TR-673]. Institute for New Generation Computer Technology, Tokyo, Japan, 1991

5 Mahfoud S W, Goldberg D E. Parallel recombinative simulated annealing : A genetic algorithm: [IlliGAL Report No. 92002], University of Illinois, Urbana, IL, 1992

6 Cetin B C, Barhen J, Burdick W. Terminal Pepeller Unconstrained Subenergy Tunneling (TRUST) for Fast Global Optimization. Journal of Optimization Theory and Applications, 1993, 77 (1): 97～127

(上接第82页)

索到了最好解；100个城市的问题20次计算中人工免疫算法有4次重复搜索到了最好解，而遗传算法只有2次重复搜索到了最好解。人工免疫算法的平均计算结果和最差计算结果都比遗传算法的好。两个问题的最差计算结果与最好结果的相对偏差都在5%以内。可见，本文提出的算法有较好的全局搜索能力。

表1 50个城市旅行商问题的计算结果

计算 数		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
计算	AIA	11369	11554	11874	11519	11369	11369	11409	11513	11555	11369
结果	GAs	11519	11369	11555	11369	11688	11673	11874	11369	11821	11905
相对	AIA	0%	1.63%	4.44%	1.32%	0%	0%	0.35%	1.27%	1.64%	0%
偏差	GAs	13.2%	0%	1.64%	0%	2.81%	2.67%	4.44%	0%	3.98%	4.71%
计算 数		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
计算	AIA	11427	11554	11369	11453	11555	11369	11483	11520	11369	11519
结果	GAs	11782	11717	11554	11483	11818	11926	11703	11453	11369	11892
相对	AIA	0.51%	1.63%	0%	0.74%	1.64%	0%	1.00%	1.33%	0%	1.32%
偏差	GAs	3.63%	3.06%	1.63%	1.00%	3.95%	4.90%	2.94%	0.74%	0%	4.60%

表2 100个城市旅行商问题的计算结果

计算 数		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
计算	AIA	15842	15753	15840	15716	15769	16106	15826	15716	16225	15987
结果	GAs	15826	15795	15987	15842	15716	15840	16108	15973	16286	16423
相对	AIA	0.80%	0.24%	0.79%	0%	0.40%	2.48%	0.70%	0%	3.24%	1.72%
偏差	GAs	0.70%	0.50%	1.72%	0.80%	0%	0.79%	2.49%	1.64%	3.63%	4.50%
计算 数		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
计算	AIA	15753	15883	15716	16320	15788	15748	15716	16030	15795	15882
结果	GAs	15877	15905	16225	16239	16320	15716	15753	15788	15716	16030
相对	AIA	0.24%	1.06%	0%	3.84%	0.46%	0.20%	0%	2.00%	0.50%	1.06%
偏差	GAs	1.02%	1.20%	3.24%	3.33%	3.84%	0%	0.24%	0.46%	0%	2.00%

结束语 本文针对旅行商问题提出了一种模拟生物免疫系统的 AIA，并将其与模拟生物进化过程的 GAs 进行了比较，指出 AIA 的新抗体产生方法比 GAs 的新个体产生方法要灵活得多，并且 AIA 依据抗体与抗原之间亲和力以及抗体与抗体之间的排斥力来选择抗体比 GAs 依据个体适应度值来选择个体能更好地体现“优胜劣汰”的自然选择机制。AIA 比 GAs 具有更强的全局搜索能力，是继 GAs 以来又一种具有广阔应用前景的非数值计算优化方法。

参 考 文 献

1 Lin W, Delgado-frias J G. Hybrid Newton-Raphson Genetic Algorithm for the Traveling Salesman Problem. Cybernetics and Systems, 1995, 26(4): 387～412

2 Chien-ying Lu, Delgado-frias J G, Lin W. A Clustering and Genetic Scheme for Large TSP Optimization Problem. Cybernetics and Systems, 1998, 29(2): 137～157

3 孟繁桢，胡云昌，徐慧，等. 旅行商问题的遗传算法. 系统工程理论与实践，1997，17(9)：15～21

4 赵赫，杜端甫. 遗传算法求解旅行推销员问题时算子的设计与选择. 系统工程理论与实践，1998，18(2)：62～65

5 梁艳春，冯大鹏，周春光. 遗传算法求解旅行商问题时的基因片段保序. 系统工程理论与实践，2000，20(4)：7～10

6 丁永生，任立红. 人工免疫系统：理论与应用. 模式识别与人工智能，2000，13(1)：52～59

7 席裕庚，恽卫民. 遗传算法综述. 控制理论与应用，1996，13(6)：697～708

8 文劲宇，刘沛，程时杰. 遗传算法及其在电力系统中的应用(上、下). 电力系统自动化，1996，20(10)：58～60，20(11)：60～65

9 李茂军，童调生. 单亲遗传算法及其全局收敛性分析. 自动化学报，1999，25(1)：68～72

10 李茂军，朱陶业，童调生. 单亲遗传算法与传统遗传算法的比较研究. 系统工程，2001，19(1)：61～65