

空间对象的几何表示*)

刘亚彬^{1,2} 刘大有² 王飞³

(上海财经大学信息管理系 上海200433)¹ (国家教育部符号计算与知识开放实验室 长春130023)²

(复旦大学计算机科学与工程系 上海200433)³

Representation of Geometry of Spatial Objects

LIU Ya-Bin LIU Da-You WANG Fei

(Department of Information Managing, Shanghai University of Finance & Economics, Shanghai 200433)¹

(Lab of Symbol Computing & Knowledge Opening, Ministry of Education, Changchun 130023)²

(Department of Computer Science and Engineering, Fudan University, Shanghai 200433)³

Abstract Spatial reasoning is a hot spot of artificial intelligence areas, and diffusely applied in areas such as geographical information systems, robotic, high level vision, apprehends of natural languages, engineering design, and commonsense reasoning about physical situations. This paper summarizes and discusses the representation of geometry of spatial objects roundly.

Keywords Geometry, Spatial reasoning, Spatial object

1 引言

空间推理是指利用空间理论和人工智能技术对空间对象建模、描述和表示,并据此对空间对象间的空间关系进行的定性或定量的分析和处理过程。目前,空间推理被广泛应用于地理信息系统、机器人导航、高级视觉、自然语言理解、工程设计和物理位置的常识推理等,是人工智能领域的一个研究热点^[1,2]。

不同的空间对象可能需要不同的空间几何结构来表示,空间对象的几何表示是描述空间对象和空间对象间空间关系的基础。

2 几何结构

几何结构是对不依赖于几何图形具体位置的几何图形属性的抽象,所谓不依赖于几何图形具体位置的几何图形属性是指在某些转换下保持不变的几何图形的性质^[3]。几何图形是几何个体或几何个体布局的等价类,不同的几何图形通过某些转换后可能相互重合。几何布局的性质,即表示几何图形的 n 元组通常被称为空间关系。

转换是针对于几何个体的操作,转换可以改变几何个体某些性质并且使某些性质保持不变。例如,用于平面上的两个三角形布局的平移,虽然改变两个三角形的位置,但是两个三角形的大小和它们的顶点之间的相对距离并没有改变。直接等距,即旋转加平移,用于三角形的布局时,虽然没有改变顶点之间的距离,但是在旋转的情况下,顶点在直线上的投影顺序可能被改变了。

转换组是转换的集合 T 。组合操作,即 $t_3 = t_1 \circ t_2, t_i \in T$,可以组合两个转换为一个更加复杂的转换,组合操作具有如下性质^[6]:

- 组合操作是封闭的,例如,任意平移的组合仍然是平移;
- 组合操作满足结合律,即 $t_1 \circ (t_2 \circ t_3) = (t_1 \circ t_2) \circ t_3$;
- 存在全同转换, $0 \in T$: 全同转换可以把任意几何个体的布局转换为它本身,如零距离平移;
- 对于每个转换 $t \in T$,都有一个逆转换 $t^{-1} \in T$,使这二者的复合为全同转换: $t \circ t^{-1} = 0$ 。

几何结构研究在特定的转换组下,保持不变的几何图形的性质或保持不变的几何图形的布局^[6],由某些转换组建立的不同几何结构如表1所示。

表1 几何结构的实例^[5]

几何结构	转换组	不变的性质
位置-不变(L)	全同映射	位置
平移-不变(T)	平移	距离、点-布局的顺序类型、重叠区域、...
直接-等距(D)	旋转,平移	距离、图形顶点顺时针方向、面积、重叠区域、...
等距(I)	旋转,平移,反射	距离、面积、相似性、重叠区域
相似(A)	等距+变焦	角,距离比例,相似性
仿射	线性转换	共线性、邻域
各向同性(3)	无反射同态	邻域、图形顶点的顺时针顺序
拓扑(H)	同态	邻域,连通性

3 位置

几何结构是从个体和个体的布局到几何图形的抽象技术,即个体和个体布局的公共等价类。位置是空间个体和基准框架之间的关系,位置相同的个体在一个特定的基准框架内构成了等价类^[4]。在图1中,基准框架是由直线 $\{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ 来定义的,这些直线产生了一个平面划分,划分的区域被标注为 $N, NE, \dots, NW, O, \{I_1, I_2, I_3, I_4\}$ 是个体,基准框架内个体的

*) 本文研究得到国家自然科学基金(空间推理和空间知识表示研究及应用69883003)、国家863高科技项目基金(农业专家系统开发平台863-306-ZB05-01-2)和吉林大学符号计算与知识工程国家教育部开放实验室基金的资助。刘亚彬 副教授,博士,主要研究方向为知识工程和空间推理。刘大有 教授,博士生导师,主要研究领域为知识表示和知识工程、agent 系统、空间推理、专家系统和 GIS。

位置是由 $\{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ 给出的, $\{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ 被定义为与个体部分或全部重叠的划分区域的标识符的集合, 划分区域的标识符是基准框架中表示位置的坐标, 个体占据的位置集合定义了个体的位置。位置定义域是坐标集合 $\{N, NW, \dots, NW, O\}$ 的幂集。如果两个个体具有相同的位置(例如 I_2 和 I_3), 则这两个个体相等。

基准框架有不同的类型, 基准框架通常产生于一个有限的空间划分。坐标的语义表示位置, 位置是根据嵌入空间的基准框架、基准框架结构和位置定义来确定的。在图1中, 令线 g_1 和 g_2 对应纬度的投影, g_3 和 g_4 对应经度的投影, 则位置 N 可以被解释为位置 O (基准对象的位置) 的北面。

个体定义域的几何结构是根据坐标空间的结构, 即基准框架和位置定义来保存的。在图1中, 根本无法保存共享同一个位置的几何个体的几何区别, 即无法说明布局 (I_2, I_3) 的几何性质, 既不能说明布局 (I_2, I_3) 拓扑关系, 也不能说明 I_2 和 I_3 之间的距离。

最常用的是由 n 个实数方向轴给出的基准框架内的位置。坐标空间是由 R^n 的基准框架, 即 n 元实数叉积来建立的。位置是实数 n 的元组的集合。

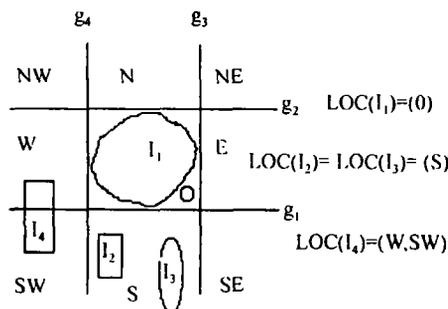
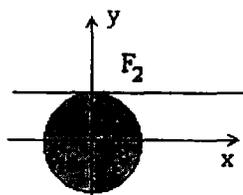


图1 基准框架内个体的位置

4 几何结构的表示

4.1 根据 R^n 中的位置表示几何结构

为了尽可能地表示无限的点集并且为几何图形建模, 就要根据它们在由实数轴提供的有序基准框架内的位置, 通过有限的语言方法来实现。分析几何是基于基准框架中几何图形位置的有限表示的点集的几何性质的数学理论, 基准框架是由 n 个有向实线的坐标轴系统和相应的坐标空间 R^n 给出的。一般来说, 分析几何不能在计算机上完全实现, 因为实数不能被有限地表示^[7]。近来, 关于分析几何的子语言方面的研究很多, 研究哪种子语言可以在计算机上被有效地实现。



$$F_1 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$F_2 = \{(x, y) \mid 0 \leq y - 1\}$$

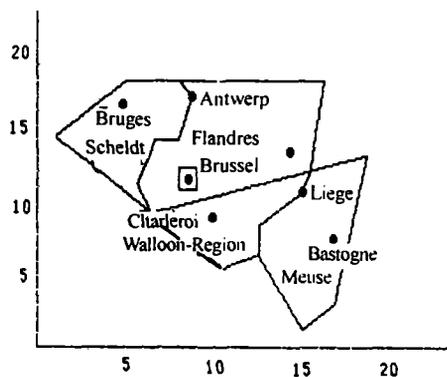
图2 半代数集合

任意图形的几何结构都是可以通过半代数集合^[7]来定义, 半代数集合的表示形式为: $F = \{(x_1, \dots, x_m \mid x_1, \dots, x_m \in R,$

$\Phi(x_1, \dots, x_m)\}$ 公式 Φ 定义了集合 F , 集合 F 的成员是所有满足 Φ , 即使 Φ 为真的 n 元组。在这里, 我们认为公式 Φ 是由有限个与或形式的多项式不等式组成的, 多项式不等式的形式为 $P \leq Q$, 这里, P 和 Q 是具有有理系数的实变量多项式(图2)。具有这种结构的公式 Φ 被称为半代数公式。在这篇文章的其余部分, 这些公式被称为 $FO + poly$ 。值得注意的是系数必须是有理数, 并且这个有理数可以被有限地表示^[6]。几何图形上的操作被建模为点集, 操作通常可以在没有明确地计算坐标值的情况下定义。

虽然基于 $FO + poly$ 公式上的操作的半代数集合推理是可判定的, 也就是说可以自动完成, 但是非常复杂。许多子语言具有低复杂性, 最令人感兴趣的实际应用的子语言被称为 $FO + liner$ ^[8]。在 $FO + liner$ 中, 多项式是线性的并且系数的值域是实数, 相应的点集是半线性集合(例如图2中的 F_2)。半线性集合可以通过线性多项式形式的不等式, 即线性约束来表示, 存在有效的推理过程。线性不等式表示半平面, 线性不等式的与表示半平面的交集, 有线个线性不等式的与表示凸多边形。线性不等式的与-或式可以表示非凸的多边形, 如图3所示。

线性约束表示的优点是区域可以在计算机中被正确地完全地表示。诸如半线性集合的并、交之类的操作可以在没有近似的情况下有效地执行。实数的近似可以等到特定的实坐标需要例化, 例如, 为了计算一个区域的面积或绘制边界时进行。这种线性约束表示的缺点是高度隐含: 要从图3的形式表示中看出哪个公式定义了哪个半平面是非常困难的。更加抽象的是没有几何个体的明确表示。可见, 基于线性约束的表示也有意大利细面条表示^[11]的缺点。



Brussels	$(y \leq 13) \wedge (x \leq 11) \wedge (y \geq 12) \wedge (x \geq 10)$
Flandres	$(y \leq 17) \wedge (3x - 4y \geq -53) \wedge (x - 14 \leq -150) \wedge (x + y \geq 45) \wedge (4x - y \leq 78) \wedge (\neg((y \leq 13) \wedge (x \leq 11) \wedge (y \geq 12) \wedge (x \geq 10)))$

图3 利用不等式表示区域^[10]

4.2 R^n 抽象位置的几何结构表示

如果我们放弃 R^n 中的位置概念, 则我们无法利用它的代数结构进行表示和推理。个体定义域的抽象方法是选择其它的几何结构, 即可以减少个体间的区别的几何结构, 表示更大的几何图形类。

个体定义域的抽象 从几何结构 $geo1$ 到几何结构 $geo2$ 的几何抽象方法是: 通过属于一个转换 $t_i, t_i \in Gr_1$ 来表示几何结构 $geo1$ 的几何图形信息, 通过属于另一个转换 $t_i, t_i \in Gr_2$ 来表示几何结构 $geo2$ 的几何图形信息, 使 Gr_1 是 Cr_2 的子组, 即

$Gr_1 \subseteq Gr_2$ 。令对于任意 n 元组来说,几何表示都是完备的, n 元组是指这个类中几何个体的布局。几何个体定义域被分为布局的等价类,布局的等价类可以通过定义了特定几何结构的转换组相互转换。

对半代数集合和它们在 R^n 中的位置的抽象的几何结构表示是基于符号结构的,符号结构显式地表示了几何图形的不变性质:符号结构作为不变量显式地刻画转换组集合的等价类。这种用于几何配置的转换不改变它的符号表示。在图4中的两个图形结构表示两个不同的空间个体布局的几何结构。空间个体是通过平面上的点的子集来建模的。

α 、 β 和 γ 表示二维正则开集, A 、 B 、 C 和 E 表示一维开集, a 、 b 和 c 是平面上的点。 α 、 β 、 γ 、 A 、 B 、 C 、 E 、 a 、 b 、 c 是显式地指定平面上的点和点集的符号。空间布局通过无向图来显式地表示:边由一维开集的名称来标注;节点由点的名称来标注,这里,点或者是一维开集的交集,或者是一维开集的起点,或者是一维开集的终点;面由通过边围绕的二维开集的名称来标注。

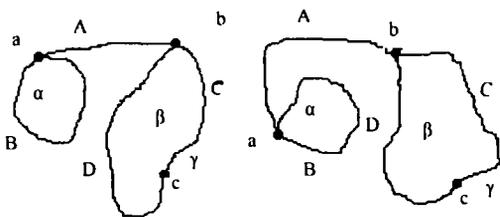


图4 两个等价的 PLA 结构^[9]

这种图结构是一个显式地表示了在各向同性转换下保持不变的几何性质的符号结构,各向同性转换是一种平面的拓扑转换。图4中的两个布局是由同一个图来表示的。两个布局可以通过平面拓扑转换方法进行相互转换。对于各向同性转换来说,图表示是不完备的^[9],即布局虽然可以由同一图结构表示,但是不能由各向同性转换方法进行相互转换。PLA 结构是扩展的图表示,它既显式地表示了每个点的相邻边和相邻面的循环顺序(对于图4中的 a 来说:相邻边和相邻面的循环顺序是 $[\alpha, B, \gamma, A, \gamma, B]$),又显式地表示了无边界区域名称(图4中的 γ)。对于各向同性的几何结构来说,PLA 结构是完备的^[10],它们可以完全并且显式地表示正则闭集合的各向同性。它们比半代数集合表示更加抽象,因为它们表示一个更大的集合类,并且辨别较少的性质。类似 PLA 的结构可以被广泛地使用。

• 位置定义域的抽象 位置定义域的抽象方法是选择一个基准框架并且定义位置,以使确定的个体集合被保存在更为一般的几何结构位置定义域中。位置定义域中的临界抽象点必须选择“合适”的基准框架,合适程度是根据有限个体集

合的几何结构的表示来评价的。假设个体是可以辨别的,如果位置定义域可以充分地辨别所有选择的个体,并且保存了个体集合的预期的几何结构,则基准框架“适合于”表示个体集合的几何结构。

在图1中,在辨别 I_2 和 I_3 之间的区别时,位置定义域是不充分的。忽略 I_3 ,则位置定义域保存了布局的拓扑属性在集合 C 中: $C = \{(I_1, I_4), (I_4, I_2), (I_1, I_2)\}$ 。根据基准框架的结构、位置的定义和它们的位置知识,可以导出集合 C 中的布局的不相交关系。基准框架在保存平移-不变的几何性质时是充分的。根据位置知识和基准框架的嵌入知识,即经度和纬度 g_1 、 g_2 和 g_3 、 g_4 轴的排列,可以导出布局的集合 C 。

考虑平面内的位置,一般来说,基准框架内的位置抽象是由二个实数轴的系统给出的,基准框架内的位置是由有限的平面区域的划分构成的。通常,区域划分可以是不规则的,也就是说,划分元素可以任意地共享区域。一个特例是由图1中的9个区域构成规则划分。通过区域划分给出的表示基准框架内的区域个体位置。

参考文献

- 1 刘亚彬,刘大有.空间推理与地理信息系统综述.软件学报,2000,11(12):1598~1606
- 2 刘亚彬.空间推理的逻辑基础及空间信息的模糊性和不确定研究:[吉林大学博士学位论文].2001
- 3 Bittner T, Frank A U. On Representing Geometries of Geographic Space. In: Proc. of 8th Int. Symposium on Spatial Data Handling, SDH'98, (Poiker, T. K., & Chrisman, N., eds.), in Vancouver, Canada July 1998
- 4 Bittner T, Frank A U. On Representing Geometries of Geographic Space. In: Proc. of 8th Int. Symposium on Spatial Data Handling, SDH'98, (Poiker, T. K., & Chrisman, N., eds.), in Vancouver, Canada, Published by International Geographic Union, 1998. 111~122
- 5 Frank. Qualitative Spatial Reasoning about Distance and Direction in Geographic Space. Journal of Visual Languages and Computing, 1992, 3: 343~371
- 6 Kanellakis P C, Kuper G M, et al. Constraint Query Languages. 9th ACM PODS
- 7 Franklin W R. Cartographic Errors Symptomatic of Underlying Algebra Problems First International Symposium on Spatial Data Handling, Zurich, Switzerland
- 8 Hironaka H. Triangulation of Algebraic Sets. Proceedings of Symposia in Pure Mathematics 29: 165~186
- 9 Vandeurzen L, Gyssens M, et al. On the Desirability and Limitation of Linear Spatial Database Models. In: 4th Symposium on Large Spatial Database-SSD95, Portland, ME, Springer Verlag, Heidelberg, 1995
- 10 Hidders J. An Isotropic Invariant for Planar Drawings of Connected Planar Graphs, Eindhoven University of Technology. 1995
- 11 Leung Y. Intelligent Spatial Decision Support Systems. ISBN 3-540-62518-6 Springer-Verlin, Berlin Heidelberg, New York. 1997

(上接第11页)

- 20 王洵,张道义,董兰芳,陈国良.一个基于 SAPI5.0 的中文语音动画系统.已投稿
- 21 王洵,宋阳,董兰芳,陈国良.人脸模型编辑器的设计与实现,小型微型计算机系统,已录用
- 22 ISO/IEC IS 14496-1 Systems, 1999
- 23 ISO/IEC IS 14496-2 Visual, 1999
- 24 王洵,董兰芳,陈国良,许胤龙. MPEG-4 人脸动画技术和一个基于 MPEG-4 的人脸动画系统的设计. 计算机科学, 2002, 29(1): 49~52
- 25 Lee W, Magnenat-Thalmann N. Head modeling from pictures and morphing in 3D with image metamorphosis based on triangulation. In: Proc. CAPTECH'98 (Modeling and Motion Capture Techniques for Virtual Environments), Springer LNAI LNCS Press, Geneva, 1998. 254~267

- 26 Lavagetto F, Pockaj R. The facial animation engine: toward a high-level interface for the design of MPEG-4 compliant animated faces. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 1999, 9(2): 277~289
- 27 Microsoft Speech Technologies Web Site. <http://www.microsoft.com/speech>
- 28 Foley J D, van Dam A, Feiner S K, Hughes J F. Computer Graphics: Principles and Practice, Second Edition in C. Addison-Wesley, 1996