基于 Vague 集的双向近似推理*)

王天江 卢正鼎 李 凡
(华中科技大学计算机学院 武汉430074)

A New Bidirectional Approximate Reasoning Approach Based on Vague Set

WANG Tian-Jiang LU Zheng-Ding LI Fan
(College of Computer Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract In this paper we propose a new similarity measures in order to overcome some problems in [1], and propose the idea for similarity direction of vague sets by which to describe which one is more accurate between vague sets. At same time we propose a method to determine the similarity direction. Based on above, we present a new bidirectional approximate reasoning approach on vague set that fully uses the message accuracy of vague set. So this improves the accruacy and applicability of approximate reasoning. This provides a useful tool for approximate reasoning in intelligence system.

Keywords Fuzzy set, Vague set, Similarity measures, Similarity direction, Bidirectional approximate reasoning

1 引言

自从 Zadeh 提出 Fuzzy 集理论以来，Fuzzy 集理论不断地发展和完善，并在许多领域里得到了成功的应用。Fuzzy 集理论中的模糊推理一般可表示成如下形式：

规则1	:	IF	x	is	A_1 THEN	y	is	B_1
规则2	:	IF	x	is	A_2 THEN	y	is	B_2
			⋮					
规则n	:	IF	x	is	A_n THEN	y	is	B_n
事 实	:		x	is	A^*			
结 论	:					y	is	B^*

(1)

其中，$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 和 A^* 是论域 U 上的 Fuzzy 集，$B_1, B_2, \cdots, B_n$ 和 B^* 是论域 V 上的 Fuzzy 集。这种推理称为正向模糊推理(FMP)。而如下的推理过程：

规则1	:	IF	x	is	A_1 THEN	y	is	B_1
规则2	:	IF	x	is	A_2 THEN	y	is	B_2
			⋮					
规则n	:	IF	x	is	A_n THEN	y	is	B_n
事 实	:					y	is	B^*
结 论	:		x	is	A^*			

(2)

则称为逆向模糊推理(FMT)。已有学者研究基于 Fuzzy 集的双向近似推理[2]。

Fuzzy 集的隶属函数值是一个单一的值。该单值既包含了支持 u∈U 的证据，也包含了反对 u∈U 的证据，它不可能表示其中的一个，更不能同时表示支持和反对的证据。由此可见该值不能给出 u∈U 的精确性。为了解决上述问题，Gau 等在文[3]中提出了 Vague 集的概念，用一个真隶属函数 $t_A(u)$ 和一个假隶属函数 $f_A(u)$ 来描述 Vague 集，真假隶属函数形成了隶属函数 $\mu_A(u)$ 的界，即 $t_A(u) \leqslant \mu_A(u) \leqslant 1-f_A(u)$，Vague 集的特征是同时给出了支持和反对的证据。例如 $[t_A(u), 1-f_A(u)] = [0.5, 0.8]$，则有 $t_A(u)=0.5$，$1-f_A(u)=0.8$，$f_A(u)=0.2$。在投票模型中这可解释为在10人中，有5人赞成，2人反对，3人弃权。目前 Vague 集得到了广泛深入的研究与应用。在讨论基于 Vague 集的双向近似推理时，式(1)和式(2)的推理规则中，$A_1, A_2, \cdots, A_n, A^*, B_1, B_2, \cdots, B_n, B^*$ 等均变成 Vague 集。为了获得良好的基于 Vague 集的双向近似推理方法，提高推理的精确性，本文在 Vague 集理论的基础上，首先指出文[1]中给出的相似度量的缺陷，然后给出了一个新的相似度量，以及相似方向的概念，在此基础上，提出了一个基于 Vague 集的双向近似推理方法。并用实例验证了该方法的有效性。这为智能系统中的近似推理提供了一个十分有用的工具。

2 Vague 集

定义1 令 U 是一个点(对象)的空间，其中的任意一个元素用 u 表示，U 中的一个 Vague 集 A 用一个真隶属函数 t_A 和一个假隶属函数 f_A 表示，$t_A(u)$ 是从支持 u 的证据所导出的 u 的隶属度下界，$f_A(u)$ 则是从反对 u 的证据所导出的 u 的否定隶属度下界，$t_A(u)$ 和 $f_A(u)$ 将区间[0,1]中的一个实数与 U 中的每一个点联系起来，即

$t_A: U \to [0,1]$，$f_A: U \to [0,1]$。

当 U 是连续的时候，有

$$A = \int_U [t_A(u), 1-f_A(u)/u \quad u \in U,$$

当 U 为离散的时候，有

$$A = \sum_{i=1}^{n} [t_A(u_i), 1-f_A(u_i)]/u_i \quad u_i \in U。$$

其中，$t_A(u)+f_A(u) \leqslant 1$。

在文[3]的基础上，对 Vague 集我们提出了如下新的交并运算规则：

定义2 设 T_1 是一 t-范数，其相应的 t-余范数为 $\perp_1$，两个 Vague 集 A 和 B 的交集是 Vague 集 C，即 $C = A \cap B$，其真/假隶属函数分别为：

$t_C = t_A T_1 t_B$，

$1-f_C = (1-f_A) \wedge (1-f_B)$。

*)本课题得到国家高性能计算基金(00303)和华中科技大学科学研究基金(M99015)项目资助。王天江 博士研究生，主要研究领域为面向信息网络的智能应用，模糊推理，遗传算法。卢正鼎 教授，博士生导师，主要研究领域为计算机辅助软件工程，智能信息系统。李 凡 教授，主要研究领域为人工智能，模糊信息处理，自动推理，遗传算法。

定义3 设 T_1 是一 t-范数，其相应的 t-余范数为 $\perp_1$，两个 Vague 集 A 和 B 的并集是 Vague 集 C，即 $C=A\cup B$，其真/假隶属函数分别为：

$t_C=t_A\vee t_B$，

$1-f_C=(1-f_A)\perp_1(1-f_B)$。

其中，"$\vee$"和"$\wedge$"分别为取大和取小算子。特别地，若令"T_1"和"$\perp_1$"分别为"$\wedge$"和"$\vee$"时，则上述定义就退化为文[3]中交集和并集的定义。

3 Vague 集的相似度量

为了更合理地度量两个 Vague 集(值)之间的相似程度，我们提出了一种新的度量方法，该方法能较好地解决文[1]中相似度量存在的问题。

定义4 假定 $x=[t_x,1-f_x]$，$y=[t_y,1-f_y]$ 是两个 Vague 值，$S(x)$ 和 $S(y)$ 的定义与文[1]中的定义相同，x 和 y 之间的相似程度可由一个新的函数 M' 进行计算：

$$M'(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{4}-\frac{|t_x-t_y|+|f_x-f_y|}{4} \quad (3)$$

由上述定义，我们可得到如下的定理。

定理1 $M'(x,y)\in[0,1]$。

证明：$M'(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{4}-\frac{|t_x-t_y|+|f_x-f_y|}{4}\leqslant 1-\frac{0}{4}-\frac{0}{4}=1$，

由于 $|S(x)-S(y)|\leqslant 2$，$|t_x-t_y|\leqslant 1$，$|f_x-f_y|\leqslant 1$，故有

$$M'(x,y)=1-\frac{|S(x)-S(y)|}{4}-\frac{|t_x-t_y|+|f_x-f_y|}{4}\geqslant 1-\frac{2}{4}-\frac{2}{4}=0。$$

定理2 $M'(x,y)=M'(y,x)$。

证明：由 $M'(x,y)$ 的定义即可证明。

假定两个 Vague 值 $x=[0.5,0.5]$，$y=[0,1]$，按式(3)可计算出 x 和 y 之间的相似度量值为：

$$M'(x,y)=1-\frac{|0-0|}{4}-\frac{|0.5-0|+|0.5-0|}{4}=1-0.25=0.75，$$

若按文[1]中的定义进行计算，则 x 和 y 之间的相似度量值为：

$$M(x,y)=1-\frac{|0-0|}{2}=1-0=1$$

这一结果表明：这两个 Vague 值是完全相似的，但我们凭直觉就能看出这是不合理的。

定义5 设 A 和 B 是两个 Vague 集，A 和 B 之间的相似程度可由如下的函数 T' 进行计算：

$$T'(A,B)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}M'(V_A(u_i),V_B(u_i))=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(1-\frac{|S(V_A(u_i))-S(V_B(u_i))|}{4}-\frac{|t_A(u_i)-t_B(u_i)|+|f_A(u_i)-f_B(u_i)|}{4}\right) \quad (4)$$

由上述定义，我们可得到如下的定理。

定理3 $T'(A,B)\in[0,1]$。

证明：由定理1即可证明。

定理4 $T'(A,B)=T'(B,A)$。

证明：由 $T'(A,B)$ 的定义即可证明。

定义6 设 A 和 B 是两个 Vague 集，假设论域 U 上的元素 u_i 的权重为 w_i，$w_i\in(0,1]$，$1\leqslant i\leqslant n$，则 A 和 B 的加权相似度量可按下式进行计算：

$$W(A,B)=\sum_{i=1}^{n}w_iM'(V_A(u_i),V_B(u_i))/\sum_{i=1}^{n}w_i=\sum_{i=1}^{n}w_i\left(1-\frac{|S(V_A(u_i))-S(V_B(u_i))|}{4}-\frac{|t_A(u_i)-t_B(u_i)|+|f_A(u_i)-f_B(u_i)|}{4}\right)/\sum_{i=1}^{n}w_i \quad (5)$$

4 基于 Vague 集的双向近似推理

为了更好地实现基于 Vague 集的双向近似推理，在上述新相似度量的基础上，我们还提出了 Vague 集间的相似性方向的概念。由相似度量的分析可以看出，相似度量的值越大，则两个 Vague 集就越相似。为了确定两个相似的 Vague 集谁的信息更精确，我们提出了如下的相似性方向的概念。

定义7 对于两个 Vague 集 A 和 B，它们的相似性方向定义为如果关于 A 的信息的精确性高于关于 B 的信息的精确性，称 A 正向相似于 B，否则，则称 A 负向相似于 B。

定义8 假定 A，B 是两个 Vague 集，它们的相似性方向可用如下的 D 函数来判断：

$$D(A,B)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))] \quad (6)$$

其中，D(A,B)为相似方向判断函数，若 D(A,B)≥0，则 A 正向相似于 B，若 D(A,B)<0，则 A 负向相似于 B。

假定有如下三个 Vague 集 A，B，C：

$A=[0.5,0.8]/u_1+[0.6,0.9]/u_2+[0.7,0.9]/u_3$

$B=[0.4,0.7]/u_1+[0.5,0.8]/u_2+[0.6,0.9]/u_3$

$C=[0.3,0.6]/u_1+[0.4,0.7]/u_2+[0.5,0.9]/u_3$

根据式(4)有 T(A,B)=0.92，T(C,B)=0.92，可看出 A 与 B 以及 C 与 B 的相似程度都是0.92，而根据式(6)有 D(A,B)=0.08，D(C,B)=−0.08，即 A 正向相似于 B，C 则负向相似于 B。这表明 A 的信息的精确性高于 B 的信息的精确性，而 C 的信息的精确性低于 B 的信息的精确性。

定理5 $D(A,B)\in[-1,1]$。

证明：由于 $|t_A(u_i)-t_B(u_i)|\leqslant 1$，$|f_A(u_i)-f_B(u_i)|\leqslant 1$，故有

$$|D(A,B)|=\left|\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))]\right|\leqslant\frac{2n}{2n}=1。$$

定理6 若 $D(A,B)\geqslant 0$，则 $D(B,A)\leqslant 0$，反之亦然。

证明：$\because D(A,B)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(t_A(u_i)-t_B(u_i))+(f_B(u_i)-f_A(u_i))]$

$$=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i)+f_B(u_i)]-\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_B(u_i)+f_A(u_i))]\geqslant 0$$

又 $\because \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i)+f_B(u_i)]\geqslant 0$，

$\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_B(u_i)+f_A(u_i))]\geqslant 0$

$\therefore \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i)+f_B(u_i)]\geqslant\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_B(u_i)+f_A(u_i))]$

$\therefore D(B,A)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(t_B(u_i)-t_A(u_i))+(f_A(u_i)-f_B(u_i))]$

$$=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_B(u_i)+f_A(u_i)]-\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[t_A(u_i)+f_B(u_i))]\leqslant 0$$

反之同理可证。

在我们提出的新的相似度量和相似方向的基础上，我们给出了如下双向近似推理的推理方法。该方法能更好地利用 Vague 集信息精确性的特征，从而提高了推理的精确性和适用性。在基于 Vague 集的双向近似推理中，根据系统的需要，所使用的相似度量既可是 T′ 函数也可是 W 函数，在下面的讨论中，我们采用的是 T′ 函数，若用 W 函数时，只需将 T′ 函数换成 W 函数即可。为讨论的方便，下面用到的 T′ 均记为 T。

Vague 集的双向近似推理包括两个方向的推理，即正向近似推理和逆向近似推理。首先考虑式(1)所示的正向近似推理。其中 $A_i(1\leqslant i\leqslant n)$，$B_i(1\leqslant i\leqslant n)$，$A^*$，$B^*$ 可分别表示成如下形式：

$A_i=\Sigma[t_{Ai}(uj),1-f_{Ai}(u_j)]/u_j \quad 1\leqslant j\leqslant m \quad 1\leqslant i\leqslant n$

$B_i=\Sigma[t_{Bi}(v_j),1-f_{Bi}(v_j)]/v_j \quad 1\leqslant j\leqslant m \quad 1\leqslant i\leqslant n$

$A^*=\Sigma[t_{A^*}(u_j),1-f_{A^*}(u_j)]/u_j \quad 1\leqslant j\leqslant m$

$B^*=\Sigma[(t_{B^*}(v_j),1-f_{B^*}(v_j)]/v_j \quad 1\leqslant j\leqslant m$

正向近似推理过程由两部分完成。首先要设定一个规则启动阈值 α，当向系统输入事实时，则系统对整个规则库进行搜索，找出输入事实与规则前件的匹配程度大于或等于阈值 α 的所有规则，然后用这些规则逐一进行推理而得到每条规则的推理结果 B_i^*，$1\leqslant i\leqslant n$，然后再对所有的推理结果做合成运算，从而得到最终的推理结果 B^*。由第 i 条规则和输入事实推出结果 B_i^* 的过程可按如下步骤进行：

1. 匹配规则，由式(4)计算相似程度 $T(A^*,A_i)$，令 $T(A^*,A_i)=T_i$，如果 $T_i\geqslant a$，进行下面的步骤，否则放弃该条规则。

2. 判断 A^* 到 A_i 的相似性方向，由式(6)计算相似性方向 $D(A^*,A_i)$，令 $D(A^*,A_i)=D_i$

3. 推理结果 B_i^* 的各分量可由下式得到：

$$t_{B^*_i}(v_j)=\begin{cases} t_{B_i}(v_j)^{T_i} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i\geqslant 0 \\ t_{B_i}(v_j)^{T_i} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i<0 \\ t_{B_i}(v_j)T_i & 当\ T_i\leqslant 0.5 \end{cases} \quad (7)$$

$$f_{B_i^*}(v_j)=\begin{cases} 1-(1-f_{B_i}(V_j))^{T_i} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i\geqslant 0 \\ 1-(1-f_{B_i}(v_j))^{\frac{1}{T_i}} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i<0 \\ 1-T_i+f_{B_i}(v_j)T_i & 当\ T_i<0.5 \end{cases} \quad (8)$$

最后的推理结果可由如下的合成运算得到：

$B^*=\cdots\cup B_i^*\cup\cdots\cup B_j^*\cup\cdots\cup B_k^*\cdots$

其中，$1\leqslant i<j<k\leqslant n$，设下标集为 I，由"∪"运算规则的性质，我们有：

$t_{B^*}(v_j)=\max(t_{Bi}(v_j)\quad i\in I)$

$f_{B^*}(v_j)=\min(f_{Bi}(v_j)\quad i\in I)$

从而得到最后的推理结果：$B^*=\Sigma[t_{B^*}(v_j),1-f_{B^*}(v_j)]/v_j \quad 1\leqslant j\leqslant m$

类似地，对于式(2)所示的逆向近似推理也由两部分完成。首先设定一个规则启动阈值 α，当向系统输入事实时，则系统对整个规则库进行搜索，当输入事实与规则后件的匹配程度大于或等于启动阈值 α 时，则用该规则进行推理得到推理结果 A_i^* $1\leqslant i\leqslant n$，否则放弃该规则，最后再将推导出的所有推理结果做合成运算，从而得到最终的推理结果 A^*。由第 i 条规则和输入事实推出推理结果 A_i^* 的过程可按如下步骤进行：

1. 匹配规则，由式(4)计算相似程度 $T(B^*,B_i)$，令 $T(B^*,B_i)=T_i$，如果 $T_i\geqslant a$，则进行下面步骤，否则放弃该条规则。

2. 判断 B^* 到 B_i 的相似性方向，由式(6)计算相似性方向 $D(B^*,B_i)$，令 $D(B^*,B_i)=D_i$

3. 推进结果 A_i^* 各分量可由下式得到：

$$t_{A^*_i}(v_j)=\begin{cases} t_{A_i}(v_j)^{T_i} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i\geqslant 0 \\ t_{A_i}(v_j)^{\frac{1}{T_i}} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i<0 \\ t_{A_i}(v_j)T_i & 当\ T_i<0.5 \end{cases} \quad (9)$$

$$f_{A_i^*}(v_j)=\begin{cases} 1-(1-f_{A_i}(v_j))^{T_i} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i\geqslant 0 \\ 1-(1-f_{A_i}(v_j))^{\frac{1}{T_i}} & 当\ T_i\geqslant 0.5且\ D_i<0 \\ 1-T_i+f_{A_i}(v_j)T_i & 当\ T_i<0.5 \end{cases} \quad (10)$$

最后的推理结果按下式进行计算：

$A^*=\cdots\cup A_i^*\cup\cdots\cup A_j^*\cup\cdots\cup A_k^*\cdots$

其中，$1\leqslant i<j<k\leqslant n$，设下标集为 I，由"∪"运算规则的性质，我们有：

$t_{A^*}(u_j)=\max(t_{Ai}(u_j)\quad i\in I)$

$f_{A^*}(u_j)=\min(f_{Ai}(u_j)\quad i\in I)$

所以，最后的推理结果应为：$A^*=\Sigma[t_{A^*}(u_j),1-f_{A^*}(u_j)]/u_j$ $1\leqslant j\leqslant m$

5 例子

下面给出一个实际例子来说明基于 Vague 集的双向近似推理方法。假定 A_i，$i=1,\cdots,5$，和 Bi，$i=1,\cdots,5$ 分别是论域 U，V 上的 Vague 集，它们分别为：

$A_1=[0.7,0.75]/u_1+[0.8,0.85]/u_2+[0.85,0.9]/u_3+[0.82,0.87]/u_4+[0.75,0.8]/u_5$

$A_2=[0.05,0.09]/u_1+[0.08,0.12]/u_2+[0.11,0.15]/u_3+[0.07,0.11]/u_4+[0.04,0.08]/u_5$

$A_3=[0.4,0.45]/u_1+[0.5,0.55]/u_2+[0.6,0.65]/u_3+[0.51,0.54]/u_4+[0.42,0.47]/u_5$

$A_4=[0.1,0.15]/u_1+[0.14,0.19]/u_2+[0.18,0.23]/u_3+[0.13,0.18]/u_4+[0.08,0.13]/u_5$

$A_5=[0.55,0.6]/u_1+[0.75,0.80]/u_2+[0.6,0.65]/u_3+[0.45,0.5]/u_4+[0.3,0.35]/u_5$

$B_1=[1,1]/v_1+[0.95,0.98]/v_2+[0.9,0.93]/v_3+[0.94,0.97]/v_4+[0.96,1]/v_5$

$B_2=[0.1,0.6]/v_1+[0.87,0.92]/v_2+[1,1]/v_3+[0.87,0.92]/v_4+[0.2,0.65]/v_5$

$B_3=[0.94,0.98]/v_1+[0.97,1]/v_2+[0.95,0.98]/v_3+[1,1]/v_4+[0.96,0.99]/v_5$

$B_4=[0.1,0.5]/v_1+[0.74,0.85]/v_2+[0.9,0.95]/v_3+[1,1]/v_4+[0.9,0.95]/v_5$

$B_5=[0.2,0.3]/v_1+[0.25,0.38]/v_2+[0.35,0.45]/v_3+[0.3,0.36]/v_4+[0.26,0.3]/v_5$

若输入事实 $A^*=[0.75,0.78]/u_1+[0.79,0.82]/u_2+[0.83,0.85]/u_3+[0.80,0.82]/u_4+[0.76,0.79]/u_5$，假定规则启动阈值 $\alpha=0.3$，则正向近似推理应按如下推理过程进行：

1) $T(A^*,A_1)=0.973\geqslant 0.5\geqslant\alpha$ 且 $D(A^*,A_1)=-0.01<0$ 由式(7)及式(8)得：

$B_1^* = [1,1]/v_1 + [0.95,0.98]/v_2 + [0.9,0.93]/v_3 + [0.94,0.97]/v_4 + [0.96,1]/v_5$

2)$T(A^*,A_2)=0.294<\alpha$,故放弃该条规则

3)$T(A^*,A_3)=0.71\geqslant 0.5\geqslant\alpha$ 且 $D(A^*,A_3)=0.29>0$

由式(7)及式(8)得:

$B_3^* = [0.96,0.99]/v_1 + [0.98,1]/v_2 + [0.96,0.99]/v_3 + [1,1]/v_4 + [0.97,0.99]/v_5$

4)$0.5\geqslant T(A^*,A_4)=0.352\geqslant\alpha$

由式(7)及式(8)得:

$B_4^* = [0.04,0.18]/v_1 + [0.26,0.3]/v_2 + [0.32,0.33]/v_3 + [0.35,0.35]/v_4 + [0.32,0.33]/v_5$

5)$T(A^*,A_5)=0.756\geqslant 0.5\geqslant\alpha$ 且 $D(A^*,A_5)=0.244>0$

由式(7)及式(8)得:

$B_5^* = [0.3,0.4]/v_1 + [0.35,0.48]/v_2 + [0.45,0.55]/v_3 + [0.4,0.46]/v_4 + [0.36,0.4]/v_5$

最后的推理结果为:

$B^* = B_1^* \cup B_3^* \cup B_4^* \cup B_5^*$
$= [1,1]/v_1 + [0.98,1]/v_2 + [0.96,0.99]/v_3 + [1,1]/v_4 + [0.97,1]/v_5$

另一方面,若输入事实 $B^* = [0.1,0.14]/v_1 + [0.15,0.17]/v_2 + [0.2,0.25]/v_3 + [0.15,0.2]/v_4 + [0.11,0.16]/v_5$,假定规则启动阈值 $\alpha=0.25$,则逆向近似推理应按如下推理过程进行:

1)$T(B^*,B_1)=0.2<\alpha$,故放弃该条规则

2)$0.5\geqslant T(B^*,B_2)=0.45\geqslant\alpha$

由式(9)及式(10)得:

$A_2^* = [0.02,0.04]/u_1 + [0.04,0.05]/u_2 + [0.05,0.07]/u_3 + [0.03,0.05]/u_4 + [0.02,0.04]/u_5$

3)$T(B^*,B_3)=0.186<\alpha$,故放弃该条规则

4)$0.5\geqslant T(B^*,B_4)=0.375\geqslant\alpha$

由式(9)及式(10)得:

$A_4^* = [0.04,0.06]/u_1 + [0.05,0.07]/u_2 + [0.07,0.09]/u_3 + [0.05,0.07]/u_4 + [0.03,0.05]/u_5$

5)$T(B^*,B_5)=0.848\geqslant 0.5\geqslant\alpha$ 且 $D(B^*,B_5)=-1.52<0$

由式(9)及式(10)得:

$A_5^* = [0.49,0.55]/u_1 + [0.71,0.77]/u_2 + [0.55,0.6]/u_3 + [0.39,0.44]/u_4 + [0.24,0.29]/u_5$

最后的推理结果为:

$A^* = A_2^* \cup A_4^* \cup A_5^*$
$= [0.49,0.55]/u_1 + [0.71,0.77]/u_2 + [0.55,0.6]/u_3 + [0.39,0.44]/u_4 + [0.24,0.29]/u_5$

结论 本文在指出文[1]中提出的相似度量方法的缺陷的基础上,提出了一种新的相似度量方法,同时提出了 Vague 集间相似方向的概念。在此基础上给出的一个新的基于 Vague 集的双向近似推理方法,由于该方法考虑了 Vague 集包含信息的精确性以及采用我们提出的相似性度量方法,从而使得推理结果更加精确和符合实际情况。这为智能系统中的模糊推理提供了一个十分有用的工具。

参 考 文 献

1 Chen S M. Measures of Similarity Between Vague Sets. Fuzzy Sets Systems, 1995, 74(2): 217~223

2 Chun M-G. A similarity-based Bidirectional approximate reasoning method for decision-making systems. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 117: 269~278

3 Gau W L, Buehrer D J. Vague sets. IEEE Trans. Systems Man Cybernetics, 1993, 23 (2): 610~614

4 Chen S M, Hsiao W H, Jong W T. Bidirectional approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 41: 339~353

5 李凡. 模糊信息处理系统. 北京:北京大学科学出版社, 1998

6 Zadeh L A. Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes. L. A. Zadeh, et al. eds. Academic Press, New York, 1975. 1~39

(上接第86页)

化方式训练 HMT 模型的方法为 F-HMT,模型采用两状态、0均值。在实验中取 $C_S=3$、$C_L=6$,$p_{S_1}=(0.5,0.5)$。实验采用 Daubechies4小波。表1列出了采用 HMT 和 F-HMT 对四幅含噪图像训练,算法所用的迭代次数(三个通道之和)、噪声图像和去噪后的图像的信噪比 PSNR,其定义为:$PSNR=-10\log_{10}\|y-\hat{y}\|^2/n$,$y$、$\hat{y}$ 分别为原始图像和去噪图像。PSNR 越大说明图像越清晰。由实验结果可见,本文的参数初始化方法较好地反映了参数间的关系,逼近参数的实际值,因而对各图像训练时间都减少了2/3左右。

表1 实验结果

图像	F-HMT		HMT		噪声图像
	迭代次数	PSNR	迭代次数	PSNR	PSNR
lenna	28	29.5685	94	29.5002	19.9875
boat	21	27.6753	83	27.6823	19.9942
bridge	33	25.1634	80	25.1821	19.9983
aerial	25	25.684	79	25.6528	20.0128

小波域 HMT 模型精确地描述了小波系数间的关系,显示出良好的应用前景。但它在模型参数估计时收敛速度慢,妨碍了它在实时或需要快速处理的场合的应用。本文提出了一种有效的模型参数初始化方法,应用于图像去噪的结果说明,该方法大大加快了训练速度,同时得到了良好的去噪结果。

参 考 文 献

1 Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-Based Statistical Signal Processing Using Hidden Markov Models. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46(4): 886~902

2 Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 1977, 39: 1~38

3 Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing. San Diego: Academic Press, 1998

4 Mallat S, Zhong S. Characterization of Signals from Multiscale Edges. IEEE Trans. on Pattern Recognition Machine Intelligence, 1992, 14(7): 710~732