

一类允许节点失效的多信息流随机流量网络的可靠度研究*

孙伟平 周敬利 余胜生

(华中科技大学计算机学院 武汉430074)

On Multi-commodity Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network with Node Failure

SUN Wei-Ping ZHOU Jing-Li YU Sheng-Sheng

(Department of Computer Science, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 4300074)

Abstract This paper studies the performance index that the system probability is not less than the given demand for a stochastic-flow network where each arcs and nodes have several capacities and multiple types of commodities transmitted through the same network. One solution procedure is proposed to evaluate the multi-commodity reliability and a simple algorithm is presented in terms of MPs. An illustrative example is given and the difference between multiple types of commodities systems and single commodity systems is discussed.

Keywords Stochastic-flow network, Reliability, Multi-commodity, MPs

1 介绍

网络的可靠度是网络性能的一个重要指标,可靠性分析一直是各研究者研究的热点问题,许多研究者讨论了比较简单的二态系统^[1~5]。近来 Lin^[6], Jane^[9]以及其他的一些研究者^[6,7]讨论了更具有普遍性的随机流量网络的可靠性。文[13]对这些算法进行了综述和比较。

本文主要研究有多种信息流同时同一网络上传播的随机流量网络的性能指标,系统允许节点失效,即考虑的对象是不仅对弧的容量有限制要求,而且对节点的容量也有限制的情况。作者通过最小路径法提出了一种简单的算法来找出系统的所有的最小上界向量,并给出例子显示可靠度性能指标的计算过程。

本文中我们总是假设:

1. 每种信息流都从 s 传到 t 。
2. 每一个组元(节点或弧)的容量的分布已知。
3. 不同组元的容量概率无关。
4. 每种信息流都满足 flow-conservation law。

2 术语与符号

最小路径:从 s 到 t 的由节点和弧交替组成的序列,其真子集不是路径

s, t : 唯一的源点;唯一的汇点

$G: G=(N, A)$ 为从 s 到 t 的随机流量网络,其节点集和弧集分别为

$$N = \{a_i | 1 \leq i \leq n\}, A = \{a_i | n+1 \leq i \leq n+q\}$$

n, q : G 的节点数; G 的弧的数目

m : G 中从 s 到 t 的最小路径的个数

M : 整数, (节点或弧) a_i 的最大容量

$X: (x_1, x_2, \dots, x_{n+q})$: 容量向量, 其中 $x_i \in \{0, 1, 2, \dots, M\}$ 是 a_i 的当前容量

p : 信息流的种类

d^k : (正整数)信息流 k 的每个组元(节点或弧)上的消耗,

$k=1, 2, \dots, p$

K_j : 第 j 条最小路径, $j=1, 2, \dots, m$

d^k : 信息流 k 在汇点 t 上的需求

$F: (f_1^1, f_2^1, \dots, f_m^1, f_1^2, f_2^2, \dots, f_m^2, \dots, f_1^p, f_2^p, \dots, f_m^p)$: 当前流向量, 其中 f_j^k 为整数, 表示信息流 k 流过 K_j 的流量

$Y \leq X: (y_1, y_2, \dots, y_{n+q}) \leq (x_1, x_2, \dots, x_{n+q})$ 当且仅当 $y_i \leq x_i, \forall i=1, 2, \dots, n+q$

$Y < X: (y_1, y_2, \dots, y_{n+q}) < (x_1, x_2, \dots, x_{n+q})$ 当且仅当 $Y \leq X$, 而且 $y_i < x_i$, 对至少一个 i 成立

3 多信息流随机网络模型

假设 K_1, K_2, \dots, K_m 是从 s 到 t 的所有最小路径。设系统的向量容量为 $X=(x_1, x_2, \dots, x_{n+q})$, 信息流 k 通过 a_i 的流量有界, 为 $\frac{x_i}{\alpha^k}$ 。这样, 当前流

$$F = (f_1^1, f_2^1, \dots, f_m^1, f_1^2, f_2^2, \dots, f_m^2, \dots, f_1^p, f_2^p, \dots, f_m^p)$$

在 X 下为可行流, 当且仅当下面两个条件满足:

$$f_j^k \leq \min\{\frac{x_i}{\alpha^k}\}, \forall j=1, 2, \dots, m, k=1, 2, \dots, p \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^p \sum_{a_i \in K_j} \alpha^k f_j^k \leq x_i, \forall i=1, 2, \dots, n+q \quad (2)$$

注意到 $\sum_{a_i \in K_j} f_j^k$ 为信息流 k 通过 a_i 的流量, $\sum_{a_i \in K_j} \alpha^k f_j^k$ 为信息流 k 通过 a_i 消耗的流量, $\sum_{i=1}^p \sum_{a_i \in K_j} \alpha^k f_j^k$ 为 a_i 上在 F 下的总流量。显然, 条件(1)是多余的, 因为

引理1 任何向量 F , 如果它满足条件(2), 则也满足条件(1)。

类似地, 流向量 F 在 M 下可行, 当且仅当

$$\sum_{i=1}^p \sum_{a_i \in K_j} \alpha^k f_j^k \leq M, \forall i=1, 2, \dots, n+q \quad (3)$$

称容量向量 X 满足需求 (d^1, d^2, \dots, d^p) , 如果在 X 下存在一个可行流向量 F , 使得

$$\sum_{j=1}^m f_j^k \geq d^k, \forall k=1, 2, \dots, p \quad (4)$$

为方便起见, 令 $\Omega = \{X | X \text{ 满足需求 } (d^1, d^2, \dots, d^p)\}$ 且

* 由国防预研基金413160502资助。孙伟平 博士后, 主要研究方向为存储网络及网络性能分析等。周敬利 教授, 博士生导师, 长期从事信息存储理论与系统、多媒体计算机技术与数据处理与网络的研究。余胜生 教授, 博士生导师, 长期从事信息存储理论与系统及网络方面的研究。

$\Omega_{\min} = \{X \in \Omega \mid X \text{ 是 } \Omega \text{ 中的最小值}\}$ 。对每一个 $X \in \Omega_{\min}$ ，任何使得 $Y < X$ 的容量向量 Y 都不满足需求 (d^1, d^2, \dots, d^p) 。若 $X \in \Omega_{\min}$ ，则称 X 为一个 (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP。

设系统共有 v 个 (d^1, d^2, \dots, d^p) -MPs: X^1, X^2, \dots, X^v ，那么系统的可靠度

$$R_{d^1, d^2, \dots, d^p} = \Pr\{\Omega\} = \Pr\{Y \in \Omega \mid Y \geq X^i, X^i \text{ 为 } (d^1, d^2, \dots, d^p)\text{-MP}\}$$

$$= \Pr\{\bigcup_{\text{all } (d^1, d^2, \dots, d^p)\text{-MPs}} \{X \in \Omega \mid X \geq X^i\}\}$$

概率 $\Pr\{\bigcup_{\text{all } (d^1, d^2, \dots, d^p)\text{-MPs}} \{X \in \Omega \mid X \geq X^i\}\}$ 可由 inclusion-exclusion rule 或 disjoint-event 等方法计算得到。因而本文余下的部分主要讨论如何得到系统所有的 (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP。

引理2 $X \in \Omega$ 当且仅当在 X 下存在可行流 F ，使得

$$\sum_{j=1}^m f_j^k = d^k, \forall k=1, 2, \dots, p \quad (5)$$

证明：充分性显然。下证必要性。不失一般性，假设在 X 下存在可行流 F 和信息流 v 使得

$$\sum_{j=1}^m f_j^v = d^v + 1$$

选择一个 r ，使 $f_r^v > 0$ ，且记

$$\bar{F} = \{f_1^1, f_2^1, \dots, f_m^1, f_1^2, f_2^2, \dots, f_m^2, \dots, f_1^p, f_2^p, \dots, f_m^p\}$$

其中 $\bar{f}_r^v = f_r^v - 1$ ，对其它 j ， $\bar{f}_j^v = f_j^v$ ，则有

$$\sum_{i=1}^q \sum_{a_i \in K_j} \alpha^i \bar{f}_j^i \leq \sum_{i=1}^q \sum_{a_i \in K_j} \alpha^i f_j^i \leq x_i$$

由此可知 \bar{F} 是 X 下的可行流。进一步，

$$\sum_{j=1}^m \bar{f}_j^v = \sum_{j=1, j \neq r}^m f_j^v + \bar{f}_r^v = d^v$$

故可以找到一个流量向量满足(5)。证毕。

给定一个满足(5)式的可行流向量 F ，令 $X_F = (x_1, x_2, \dots, x_{n+q})$ ，其中

$$x_i = \sum_{i=1}^q \sum_{a_i \in K_j} \alpha^i f_j^i, \forall i=1, 2, \dots, n+q \quad (6)$$

显然对每个 i ，有 $x_i = \{0, 1, 2, \dots, M\}$ ，因而 X_F 是 M 下的一个可行流。

引理3 设 X 是一个 (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP，那么对每个 X 下的可行流 F ，如果它满足 $\sum_{j=1}^m f_j^k = d^k, \forall k=1, 2, \dots, p$ ，则有

$$x_i = \sum_{i=1}^q \sum_{a_i \in K_j} \alpha^i f_j^i, \forall i=1, 2, \dots, n+q$$

证明：假设不然，存在一个 X 下的可行流 F 满足 $\sum_{j=1}^m f_j^k = d^k, \forall k=1, 2, \dots, p$ ，且存在 $i \in \{1, 2, \dots, n+q\}$ 使得

$$\sum_{i=1}^q \sum_{a_i \in K_j} \alpha^i f_j^i < x_i$$

选择 $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i - 1, x_{i+1}, \dots, x_{n+q})$ ，则 $\bar{X} < X$ ，即 F 也是 \bar{X} 下的可行流，从而有 $\bar{X} \in \Omega$ ，与 X 是 Ω 中的最小值矛盾。证毕。

令 $\rho = \{X_F \mid F \text{ 为满足(5)式的流向量}\}$ 且 $\rho_{\min} = \{X \in \rho \mid X \text{ 是 } \rho \text{ 的最小值}\}$ ，由 ρ 的定义可知 $\rho \subseteq \Omega$ ，故 $\rho_{\min} \subseteq \rho \subseteq \Omega$ 。

由引理3可知 $\Omega_{\min} \subseteq \rho$ 。下面的引理4进一步显示所有 (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP 可由去掉 ρ 中不是最小的值而得到。

引理4 $\Omega_{\min} = \rho_{\min}$

证明：首先我们证明 $\Omega_{\min} \subseteq \rho_{\min}$ 。

假设存在 $X \in \Omega_{\min}, X \notin \rho_{\min}$ 。则 $X \in \rho$ 且存在 $Y \in \Omega_{\min}$ 使得 $Y < X$ 。从而 $Y \in \Omega$ ，这就与 $X \in \Omega_{\min}$ 矛盾了。

接下来我们证明 $\rho_{\min} \subseteq \Omega_{\min}$ 。

假设存在 $X \in \rho_{\min}$ ，但是 $X \notin \Omega_{\min}$ 。则 $X \in \rho$ 且存在 $Y \in \Omega_{\min}$ 使得 $Y < X$ 。从而 $Y \in \rho$ ，这就与 $X \in \rho_{\min}$ 矛盾了。证毕。

在节点 t 处给定需求 (d^1, d^2, \dots, d^p) ，如下算法可以生成系统所有的 (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP：

Step 1. 列出系统 G 所有的最小路径: K_1, K_2, \dots, K_m 。

Step 2. 由

$$\sum_{i=1}^q \sum_{a_i \in K_j} \alpha^i f_j^i \leq M, \forall i=1, 2, \dots, n+q$$

$$\sum_{j=1}^m f_j^k = d^k, \forall k=1, 2, \dots, p$$

反解出满足式(3)和(5)的所有可行解

$$F = (f_1^1, f_2^1, \dots, f_m^1, f_1^2, f_2^2, \dots, f_m^2, \dots, f_1^p, f_2^p, \dots, f_m^p)$$

Step 3. (得到 ρ) 由(6)式：

$$x_i = \sum_{i=1}^q \sum_{a_i \in K_j} \alpha^i f_j^i, \forall i=1, 2, \dots, n+q$$

以及上一步得到的所有 F 生成 $X = (x_1, x_2, \dots, x_{n+q})$ 。

Step 4. (得到 ρ_{\min}) 设 $\rho = \{X^1, X^2, \dots, X^v\}$ 。从 ρ 中删除那些不是最小值的值来得到 ρ_{\min} ，方法如下：

4.1) $I = \emptyset$

4.2) FOR $i=1$ TO v and $i \in I$

4.3) FOR $j=i+1$ TO v and $j \in I$

4.4) IF $X^j < X^i$ THEN X^i is not a (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP. $I = I \cup \{i\}$ and goto step 4.7).

ELSEIF $X^j \geq X^i$ THEN X^j is not a (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP. $I = I \cup \{j\}$.

4.5) $j = j + 1$

4.6) X^i is a (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP.

4.7) $i = i + 1$

4.8) END.

3.1 多信息流系统可靠度的计算

设系统有 r 个 (d^1, d^2, \dots, d^p) -MP: X^1, X^2, \dots, X^r ，令 $B_i = \{Y \in \Omega \mid Y \geq X^i\}, i=1, 2, \dots, r$ 。则

$$R_{d^1, d^2, \dots, d^p} = \Pr\{\bigcup_{\text{all } (d^1, d^2, \dots, d^p)\text{-MPs}} \{Y \in \Omega \mid Y \geq X^i\}\}$$

$$= \Pr\{B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_r\}$$

由此可看出，系统可靠度可由 Jordan 公式计算得到。注意到

$$\Pr\{Y \geq X\} = \Pr\{y_1 \geq x_1\} \times \Pr\{y_2 \geq x_2\} \times \dots \times \Pr\{y_{n+q} \geq x_{n+q}\}$$

4 例子

本节举一个例子来显示可靠度的计算过程。例中， $N = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ， $A = \{a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}\}$ ， $M = (5, 4, 4, 5, 2, 2, 3, 3, 2, 3)$ ， $\alpha^1 = 1, \alpha^2 = 2$ 。给定 $d = (1, 1)$ 。系统以及相关数据如图1、表1所示：

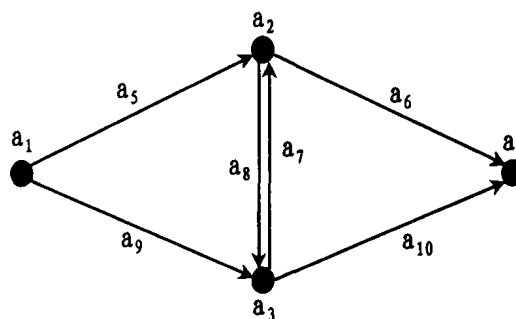


图1

表1

组元	容量	概率	组元	容量	概率	组元	容量	概率	组元	容量	概率
a ₁	3	0.01	a ₄	0	0.005	a ₇	0	0.01	a ₁₀	0	0.01
	4	0.01		1	0.005		1	0.01		1	0.01
	5	0.98		2	0.005		2	0.02		2	0.02
				3	0.005		3	0.96		3	0.96
				4	0.01						
		5	0.97								
a ₂	0	0.005	a ₅	0	0.01	a ₈	0	0.01			
	1	0.005		1	0.01		1	0.01			
	2	0.005		2	0.98		2	0.02			
	3	0.005					3	0.96			
	4	0.98									
a ₃	0	0.005	a ₆	0	0.01	a ₉	0	0.005			
	1	0.005		1	0.01		1	0.005			
	2	0.01		2	0.98		2	0.99			
	3	0.01									
	4	0.97									

Step 1. 系统有4个最小路径:

$$K_1 = \{a_1, a_5, a_2, a_6, a_4\}, K_2 = \{a_1, a_9, a_3, a_{10}, a_4\},$$

$$K_3 = \{a_1, a_5, a_2, a_8, a_3, a_{10}, a_4\},$$

$$K_4 = \{a_1, a_9, a_3, a_7, a_2, a_6, a_4\}.$$

Step 2. 通过

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1 \quad f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1$$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + 2(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \leq 5$$

$$f_1 + f_3 + f_4 + 2(f_1 + f_3 + f_4) \leq 4$$

$$f_2 + f_3 + f_4 + 2(f_2 + f_3 + f_4) \leq 4$$

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + 2(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) \leq 5$$

$$f_1 + f_3 + 2(f_1 + f_3) \leq 2 \quad f_1 + f_4 + 2(f_1 + f_4) \leq 2$$

$$f_4 + 2f_4 \leq 3 \quad f_3 + f_3 \leq 3$$

$$f_2 + f_4 + 2(f_2 + f_4) \leq 2 \quad f_2 + f_3 + 2(f_2 + f_3) \leq 3$$

求所有的可行解 $F = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_1, f_2, f_3, f_4)$. 共得

到6个可行流向量:

$$F_1 = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0), F_2 = (0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0),$$

$$F_3 = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0), F_4 = (0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0),$$

$$F_5 = (0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1), F_6 = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0).$$

Step 3. 由

$$x_i = \sum_{k=1}^p \sum_{a_j \in K_k} a^k f_j^k, \forall i = 1, 2, \dots, 10$$

以及上面得出的 F 生成 X :

$$X^1 = (3, 1, 2, 3, 1, 1, 0, 0, 2, 2),$$

$$X^2 = (3, 2, 1, 3, 2, 2, 0, 0, 1, 1),$$

$$X^3 = (3, 2, 3, 3, 2, 0, 0, 2, 1, 3),$$

$$X^4 = (3, 1, 3, 3, 1, 0, 0, 1, 2, 3),$$

$$X^5 = (3, 3, 3, 3, 1, 2, 2, 1, 2, 1),$$

$$X^6 = (3, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 1, 2).$$

Step 4. 经验算, 上述6个 X 就是系统所有的 (1,1)-MP.

令 $B_i = \{Y \in \Omega | Y \geq X^i\}, i = 1, 2, \dots, 10$. 则

$$R_{1,1} = \Pr\{B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4 \cup B_5 \cup B_6\}$$

$$= \Pr\{B_1\} + \Pr\{B_2\} + \dots + \Pr\{B_6\}$$

$$- (\Pr\{B_1 \cap B_2\} + \Pr\{B_1 \cap B_3\} + \dots + \Pr\{B_5 \cap B_6\})$$

$$+ (\Pr\{B_1 \cap B_2 \cap B_3\} + \dots + \Pr\{B_4 \cap B_5 \cap B_6\})$$

$$- (\Pr\{B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4\} + \dots + \Pr\{B_3 \cap B_4 \cap B_5 \cap B_6\})$$

$$+ (\Pr\{B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4 \cap B_5\} + \dots + \Pr\{B_2 \cap B_3 \cap B_4 \cap B_5 \cap B_6\})$$

$$- \Pr\{B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4 \cap B_5 \cap B_6\}$$

$$= 0.9545$$

5 结论

1. 本文所得到的算法可以应用到更普遍的情况, 即 a^k 对每个组元 a_i 各不相同, 这时需要将式(2)和(6)改为

$$\sum_{k=1}^p \sum_{a_j \in K_k} a^k f_j^k \leq x_i, \forall i = 1, 2, \dots, n+q$$

$$x_i = \sum_{k=1}^p \sum_{a_j \in K_k} a^k f_j^k, \forall i = 1, 2, \dots, n+q$$

或者 a^k 为实数的情况, 这时需要将式(1)(2)与(6)分别改为

$$f_j^k \leq \min\{\lfloor \frac{x_i}{a^k} \rfloor\}, \forall j = 1, 2, \dots, m \text{ and } k = 1, 2, \dots, p$$

$$\lceil \sum_{k=1}^p \sum_{a_j \in K_k} a^k f_j^k \rceil \leq x_i, \forall i = 1, 2, \dots, n+q$$

$$x_i = \lfloor \sum_{k=1}^p \sum_{a_j \in K_k} a^k f_j^k \rfloor, \forall i = 1, 2, \dots, n+q$$

其中 $\lceil Y \rceil$ 表示使得 $\lceil Y \rceil \geq Y$ 的最小整数, 而 $\lfloor Y \rfloor$ 表示使得 $\lfloor Y \rfloor \leq Y$ 的最大整数.

2. 如果我们令 $d = \sum_{i=1}^p a^i d^i$, 然后将多信息流的问题作为单信息流的问题来处理, 可用文[11]的方法来计算 $\Pr\{W(X) \geq d\}$, 其中 $W(X)$ 是单信息流系统的容量向量. 可以看到, 在多信息流的情况下的 $\{X | W(X) \geq (d^1, d^2, \dots, d^p)\}$ 与单信息流情况下的 $\{X | W(X) \geq d\}$ 相同. 我们仍然采用上面的例子来说明两者的差别. 可以计算出多信息流情况下所有的 (1,1)-MP 如下:

$$X^1 = (3, 1, 2, 3, 1, 1, 0, 0, 2, 2),$$

$$X^2 = (3, 2, 1, 3, 2, 2, 0, 0, 1, 1),$$

$$X^3 = (3, 2, 3, 3, 2, 0, 0, 2, 1, 3),$$

$$X^4 = (3, 1, 3, 3, 1, 0, 0, 1, 2, 3),$$

$$X^5 = (3, 3, 3, 3, 1, 2, 2, 1, 2, 1),$$

$$X^6 = (3, 3, 3, 3, 2, 1, 1, 2, 1, 2).$$

但是单信息流情况下所有的3-MP 为

$$X^1 = (3, 1, 2, 3, 1, 1, 0, 0, 2, 2),$$

$$X^2 = (3, 2, 1, 3, 2, 2, 0, 0, 1, 1),$$

$$X^3 = (3, 2, 3, 3, 2, 0, 0, 2, 1, 3),$$

$$X^4 = (3, 1, 3, 3, 1, 0, 0, 1, 2, 3),$$

$$X^5 = (3, 2, 2, 3, 2, 1, 0, 1, 1, 2),$$

$$X^6 = (3, 2, 2, 3, 1, 1, 1, 0, 2, 1)$$

两种情况下的 X^5 与 X^6 不同, 这表明多信息流的情况不能简单地作为单信息流情况来处理.

3. 通过如下的变换我们可以将本文讨论的允许节点失效的情形转化为只考虑弧的容量有限的情形:

设 $G^* = (N^*, A^*)$ 由系统 $G = (N, A)$ 通过如下方法扩展而来:

对 G 的每个组元 $a_i \in N$, 在 G^* 中有两个节点 $a^i, a^i \in N^*$ 与之对应. 如果弧 $(a_i, a_j) \in A$, 则 $(a^i, a^j) \in A^*$. 在 G^* 中弧的容量 $c^*(\dots)$ 定义如下:

$$c^*(a^i, a^j) = c(a_i, a_j), \text{ 当 } (a_i, a_j) \in A; c^*(a^i, a^i) = c(a_i).$$

那么 G 的从 s 到 t 的流等价于 G^* 中从 s^0 到 t^0 的流. 经过上述转换后, 本文讨论的允许节点失效的多信息流情形就转

(下转第135页)

然而,Open-MP 也有一些缺陷。由于 Open-MP 是一个高级并行程序设计语言,许多细节上的东西对用户来讲是不知道的。尽管学生可以很快地学习此语言,在学习一些基本技术后就可以进行编程,但另一方面,学生看不到并行程序中的通讯等底层操作细节。因为 Open-MP 是在共享存储处理机上的,它不提供有关对数组以及其它数据结构的存储分配的方案。这样,虽然使学生摆脱复杂的存储分配工作,集中精力考虑循环以及任务的并行,编程较容易,却在另一方面给学生带来了不了解在分布式存储环境中常用的一些存储分配方案细节的烦恼。

因 Open-MP 的上述缺陷,学生们不能通过学习 Open-MP 掌握并行程序设计的全貌。一个有效的解决此矛盾的方法是:使用典型的 MPI 程序作为对 Open-MP 的一种详细注解,使用一些简单的 MPI 编程作为对学习 Open-MP 的补充,然后学生使用 Open-MP 中的各种高度策略以及复杂的并行模式进行编程实践。用这样的方法,学生可以在较短时间里实践各种编程模式及技巧,这对于仅使用 MPI 或 PVM 的教学方法而言,是很难达到的,这是因为用 MPI 或 PVM 编写大型并行程序工作量十分大。

可以让学生首先在分布式存储环境下通过学习 MPI 来学习一些基本的编程知识,然后开始用简单的 MPI 结构,如

MPI-Bcast、MPI-Reduce、MPI-Send 以及 MPI-Receive 来将串行程序并行化,经过几个小的编程实践,他们可以学习一对一通信、多重广播、广泛、归纳、同步以及并发等概念,且熟练地应用相关操作。此后,让学生开始使用 Open-MP 并行编程,让他们学会使用 Open-MP 中的四种调度方案,学会各种制导命令的使用,并会分析程序执行的性能要求,学会选择较优的调度策略。最后可要求学生将一个实用的、较大的串行程序用 Open-MP 并行化,使学生掌握如何将一个串行程序并行化,并能将学到的并行处理知识应用到实际问题之中,真正解决实际问题。

参考文献

- Chandra R, Menon R, Dagum L, et al. Parallel Programming in Open-MP, Morgan Kaufman Publishers, Oct. 2000
- Hwang K, Xu Ziwei. Scalable parallel computing: Technology, Architecture, Programming, WCB/McGraw-Hill Co. 1998
- MPI Forum, MPI: A message passing interface. In: Proc. of Supercomputing' 93. IEEE Computer Society, 1993. 878~883
- Wilkinson B, Allen M. Parallel Programming: Techniques and Applications Using Networked Workstations and Parallel Computers, Prentice Hall Inc. 1999
- 陈国良. 并行计算: 结构、算法、编程. 北京: 高等教育出版社, 1999
- Lin J S, Jane C C, Yuan J. On Reliability Evaluation of a Capacitated-Flow Network in Terms of Minimal Pathsets. Network, 1995, 25: 131~138
- Lin Y K. A Simple Algorithm for Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network with Node Failure. Computers & Operations Research, 2001, 28: 1277~1285
- Jane C C, Lin J S, Yuan J. Reliability Evaluation of a Limited-Flow Network in Terms of Minimal Cutsets. IEEE Trans. Reliability, 1993, 42(3): 354~361
- Lin Y K. On Reliability Evaluation of a Stochastic-Flow Network in Terms of minimal Cuts. J. Chinese Institute of Industrial Engineers, 2001, 18(3): 49~54
- Lin Y K. Study on the Multicommodity Reliability of a Capacitated-Flow Network. Computer and Maths. Appl., 2001, 42: 255~264
- Lin Y K. Study on the Performance Index for a Multicommodity Stochastic-Flow Network. J Chinese Ins. Industrial Engineers, 2002, 19(3): 42~48
- Lin Y K. Study on the Multicommodity Reliability of a Capacitated-Flow Network. Computer and Maths. Appl., 2001, 42: 255~264
- Lin Y K. Study on the Performance Index for a Multicommodity Stochastic-Flow Network. J Chinese Ins. Industrial Engineers, 2002, 19(3): 42~48
- 孙伟平, 周敬利, 余胜生. 流网络可靠度的计算算法综述. 计算机科学, 已录用

(上接第90页)

化为只考虑弧的容量有限的传统的多信息流情形^[1]了,而且本文中重新定义的最小路径与最小路径的传统定义就一致了。

4. 在单信息流情况下显然有

$$\Pr\{W(X) \geq d\} = 1 - \Pr\{X | W(X) \leq d - 1\}$$

但是这个结果不能扩展到多信息流(即只考虑弧的容量有限)的情况。

参考文献

- Lee S H. Performance Indexes of a Telecommunication network. IEEE Trans. Reliability, 1980, R-29: 24~26
- Abraham J A. An Improved Algorithm for Network Reliability. IEEE Trans. Reliability, 1979, 28: 58~61
- Aggarwal K K, Chopra Y C, Bajwa J S. Capacity Consideration in Reliability Analysis of Communication System. IEEE Trans. Reliability, 1982, 31: 177~180
- Trstensky D, Bowron P. An Alternative Index for the Reliability of Telecommunication Networks. IEEE Trans. Reliability, 1985, R-34: 329~337
- Aggarwal K K, Gupta J S, Misbra K B. A simple Method for Reliability Evaluation of a Communication System. IEEE Trans. Communications, 1975, COM-23: 563~566
- Xue J. On Multistate System Analysis. IEE Trans. Reliability, 1985, R-34: 329~337