基于能量分布的 RBF 神经网络 OLS 算法*)

肖国强　张为群
（西南师范大学计算机与信息科学学院　重庆400715）

摘　要　径向基函数(RBF)神经网络因其结构简单而被广泛地用于非线性函数近似和数据分类。RBF 神经网络的隐层神经元的作用可解释成从非线性可分空间向线性可分空间映射的函数。本文提出一种基于能量分布的 RBF 神经网络 OLS 算法。实验结果表明我们的方法比标准的 OLS 其性能更好。

关键词　神经网络，径向基函数(RBF)，正交最小二乘(OLS)

The OLS Algorithm Based on Energy Distribution for RBF Neural Network

XIAO Guo-Qiang　ZHANG Wei-Qun
(College of Computer and Information Science, Southwest Normal University, Chongqing 400715)

Abstract　Due to its structural simplicity, the radial basis function (RBF)neural network has been widely used for approximation and classification. The role of hidden layer neurons of a RBF neural network can be interpreted as a function which maps input patterns from a nonlinear separable space to a linear separable space. In the present study, we use OLS algorithm based on energy distribution to train RBF. The experiment results indicate that the performance of the proposed method is better than that of standard OLS.

Keywords　Neural network, RBF, OLS

1　引言

径向基函数神经网络(RBFNN)在信号处理、系统建模、自动控制和故障诊断等领域中被成功地应用于非线性函数近似和数据分类[1~4]。标准的 RBF 神经网络是由输入层、非线性隐层和线性输出层组成的前馈神经网络。RBF 神经网络的突出优点是网络结构简单，并且网络的学习过程便于用最小均方(LMS)和递归最小二乘(RLS)等线性自适应算法实现[5]，因此，学习速度快。

RBF 神经网络模型参数的估计典型地分为两步。第一步，确定隐层节点数和中心。RBF 神经网络的性能与 RBF 中心的位置和数目的选择有密切的关系。确定中心的传统方法有：i)从训练数据中随机选择输入矢量；ii)用无监督聚类算法确定中心，例如 K-means 方法应用于输入数据；iii)监督学习算法。第二步，用线性优化算法获得输出层的权值。由 S. Chen 提出的正交最小二乘(OLS)训练算法[6]，较好地解决了 RBF 神经网络隐层中心的确定和优化权值的计算问题。但是，众所周知，OLS 学习算法得到的不是网络的最优解，而是次优解。

本文提出一种基于能量分布的 RBF 神经网络 OLS 算法。标准的 OLS 算法在确定隐层中心时，以局部能量最大化的原则，从输入数据空间中选择中心。本文提出的方法在选择隐层中心的过程中，综合考虑局部能量最大和输入数据空间的能量分布特性，使选择的中心更具有代表性。从而，在非线性函数近似过程中提高了 RBF 神经网络的逼近精度和泛化能力。

2　RBF 神经网络的 OLS 算法[6]

不失一般性，假定输出层只有一个神经元。RBF 神经网络的输出响应可表示为：

$$\hat{y}=\lambda_0+\sum_{i=1}^{M}\lambda_i\Phi(\|x-c_i\|) \tag{1}$$

其中，x 是 n 维输入矢量；$\Phi(\cdot)$是径向基函数，实现从 R^n 到 R 的非线性映射；$\|\cdot\|$表示 Euclidean 范数；λ_i 是隐层神经元与输出层神经元的连接权值；c_i 是径向基函数中心；M 为隐层节点数。

令网络的训练样本集为$\{X_n,d(n)\}(n=1,2,\cdots,N)$，其中，N 为训练样本数；$d(n)$为网络的期望输出响应。RBF 神经网络可表示为线性回归模型：

$$d(n)=\sum_{i=1}^{M}p_i(n)\theta_i+\varepsilon(n)\quad n=1,2,\cdots,N \tag{2}$$

将(2)式写成矩阵方程式，有：

$$d=P\Theta+E \tag{3}$$

其中：期望输出响应矢量 $d=[d(1)\cdots d(N)]^T$；权值矢量 $\Theta=[\theta_1\cdots\theta_M]^T$；残差矢量 $E=[\varepsilon(1)\cdots\varepsilon(N)]^T$；回归矩阵 $P=[p_1\cdots p_M]$，$p_i=[p_i(1)\cdots p_i(N)]^T$，$1\leqslant i\leqslant M$。

对回归矩阵 P 进行正交分解：

$$P=WA \tag{4}$$

其中：A 是对角线元素为1的 M×M 上三角矩阵，W 是 N×M 列正交矩阵，有：

$$H=W^TW \tag{5}$$

H 是对角矩阵，对角线元素为：

$$h_i=w_i^Tw_i=\sum_{n=1}^{N}w_i(n)w_i(n)\quad 1\leqslant i\leqslant M \tag{6}$$

由于正交基矢量 w_i 张成的空间与回归因子矢量 p_i 张成的空间相同，因此，(3)式可改写为：

$$d=Wg+E \tag{7}$$

*)本课题得到重庆市科技计划项目(2001-6810)的资助。

g 的最小二乘解表示为：

$$\hat{g}=H^{-1}W^{T}d \tag{8}$$

则 $$A\Theta=\hat{g} \tag{9}$$

文[6]的 OLS 算法中，回归矩阵 P 的正交分解采用 Gram-Schmidt 正交化方法。并引入误差比：

$$err(i)=g_i^2 w_i^T w_i/(d^T d) \tag{10}$$

的概念，在特征子集的选择过程中，根据误差比最大的准则来选择基矢量 w_i，从而确定 RBF 的中心。根据预先确定的误差容限 ρ，使其满足

$$1-\sum_{i=1}^{M_s} err(i)<\rho \tag{11}$$

从而确定隐层节点数 M_s。

综上所述，标准 OLS 学习算法基本步骤描述如下：

(a)以输入训练样本矢量作为 RBF 的候选中心；

(b)根据选定的 RBF 中心及输入训练样本矢量，计算回归矩阵 P；

(c)用 Gram-Schmidt 法正交化回归矩阵各列，并计算 g；

(d)根据(10)式计算误差比 $err(i)$，选择中心；

(e)如果(11)式的条件得到满足，则中心选择结束；

(f)利用在(c)中得到的上三角阵 A，由(9)式求解连接权矢量 Θ。

标准 OLS 算法采用递归算法在输入空间中选择合适的子集作为 RBF 的中心。文[7]中指出，OLS 算法的目标是基于固定的基矢量中寻找最小的子集，以便最大限度地表示期望输出响应的能量。因此，子集的选择局限于原始基矢量的不同组合。在基矢量选择过程中，应用误差比 $err(i)$ 最大的准则，即能量最大化的准则来依次确定中心。这里的能量最大化并不是全局意义下的能量最大化，OLS 算法只是在选择每一基矢量的过程中，尽可能地近似数据矢量的主成分，而未考虑全局能量分布的特性。另外，在回归矩阵出现数字病态的情况下，OLS 得不到令人满意的解。

3 基于能量分布的 OLS 算法(OLSBE)

在介绍算法之前，首先回顾一下矩阵的奇异值分解(SVD)。m×n 矩阵 W 的奇异值分解表示为：

$$W=U\Sigma V^{T} \tag{12}$$

其中：m×m 矩阵 $U=[u_1,\cdots,u_n]$和 n×n 矩阵 $V=[v_1,\cdots,v_n]$为正交矩阵，分别是 W 的左奇异矢量矩阵和右奇异矢量矩阵；$\Sigma=[diag\{\sigma_1,\cdots,\sigma_p\}:0]$，$p=\min(m,n)$，$\sigma_1\geqslant\cdots\geqslant\sigma_p>0$ 是矩阵 W 的奇异值。并且有

$$\|W\|_F^2=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}w_{ij}^2=\sum_{i=1}^{p}\sigma_i^2 \tag{13}$$

V^T 的 QR 分解将产生置换矩阵 S，有：

$$Q^T V^T S=R \tag{14}$$

其中：R 是上三角矩阵；Q 为正交矩阵。定义：

$$\zeta(i)=err(i)+\mu\sigma_i^2 \tag{15}$$

为充分利用正交变换数值计算效率的优势和特征值分解中数值计算的稳健性，本文提出的算法是在 OLS 算法的基础上，将标准 OLS 算法步骤(d)中，特征子集选择的准则(10)式用(15)式代替，即选择使 $\zeta(i)$最大的某一基矢量 w_i。其中：$0<\mu<1$为常数；σ_i 是对角矩阵 Σ 与置换矩阵 S 的乘积矩阵 ΣS 的第 i 列的非零元素。

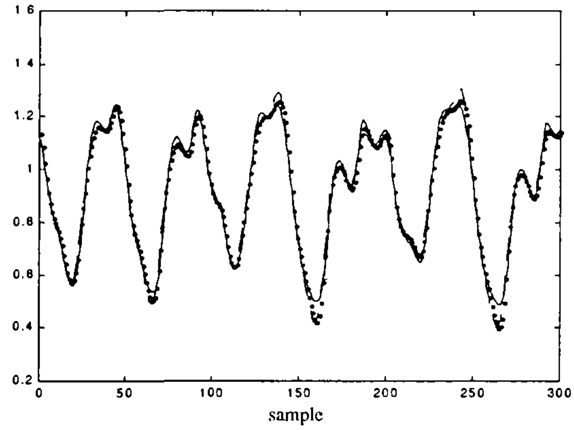
式(15)中的常数 μ 的选择，对 RBF 神经网络的近似精度和泛化能力有较大的影响。从方程中可看出，当 $\mu=0$时，则该算法退化为标准的 OLS 算法。如何对常数 μ 进行优化选择，将在以后的工作中作进一步的理论研究。

4 实验结果

实验采用 RBF 神经网络逼近 Mackey-Glass(MG)时间序列。由 MG 方程：

$$x(k+1)=x(k)+\frac{\alpha x(k-\tau)}{1+x^{\gamma}(k-\tau)}-\beta x(k) \tag{16}$$

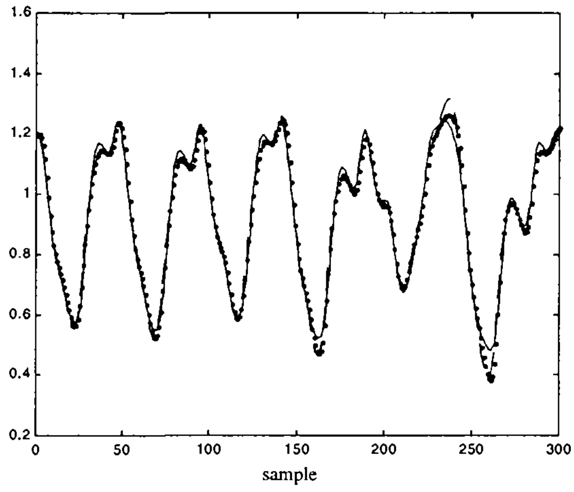
其中：$\alpha=0.2$，$\beta=0.1$，$\gamma=10$，$\tau=17$，产生600个训练数据。数据平均分为两组，一组作为训练数据，另一组作为评价数据。分别采用标准的 OLS 算法及文中提出的 OLSBE 算法对径向基函数神经网络进行训练，μ 取0.01，隐层神经元选4个，网络训练和评价数据的结果分别如图1和图2所示。



·_·_·原始函数……

OLSEB__OLS

图1 训练数据



·_·_·原始函数……

OLSEB__OLS

图2 评价数据

由实验结果可知，采用标准的 OLS 算法训练网络，网络输出与原始函数之间的均方误差为－5.27dB；评价数据与原始函数之间的均方误差为－5.07dB。采用文中提出的 OLSBE 算法训练网络，网络输出与原始函数之间的均方误差为－11.05dB；评价数据与原始函数之间的均方误差为－11.02dB。实验数据表明，文中提出的算法无论在函数逼近的精度上，还是网络的泛化能力方面都比标准 OLS 算法的性能有所改进。

结论 虽然，标准 OLS 训练算法较好地解决了 RBF 神

(下转第156页)

来，构成一个 $m\times n$ 维的向量 X'。N 幅训练图像构成训练向量集 $\{X^i\}_{i=1}^{N}$，求所有训练向量的平均值得到平均人脸 $\overline{X}$。然后解如式(22)所示的特征方程。

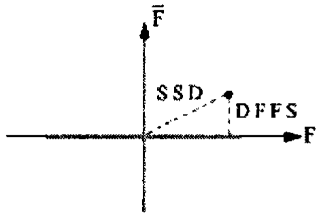


图 7 SSD 和 DFFS 的几何理解图

$$\Lambda=\Phi^{T}\Sigma\Phi \tag{22}$$

Λ 为特征值对角矩阵，Φ 为特征向量矩阵，Σ 为训练向量矩阵，其每一行对应一个训练向量。对于得到的特征值进行降序排序，PCA 取前 M 个主特征，并把对应的特征向量组成 PCA 变换矩阵 Φ_M。对于人脸图像 X 做如式(23)的变换可以得到人脸特征 y。

$$y=\Phi_M^{T}(X-\overline{X}) \tag{23}$$

用特征 y 代替原人脸图像可以保留大部分人脸特征，但还是和原人脸图像有误差，其误差大小可以用重构误差来衡量，重构误差的定义如式(24)。

$$e^2(x)=\sum_{i=M+1}^{N}y_i^2=|X-\overline{X}|^2-\sum_{i=1}^{M}y_i^2 \tag{24}$$

其中 e 为重构误差，$\{y_i\}_{i=1}^{N}$ 为所有特征，$\{y_i\}_{i=1}^{M}$ 为 PCA 保留的主成分，$\{y_i\}_{i=M+1}^{N}$ 为被抛弃不用的特征。

如果原图像是人脸则其重构误差比较小，否则其重构误差比较大。我们假设所有可疑人脸区域都包含人脸，求他们的重构误差，选择具有最小重构误差的区域作为最后的人脸区域。

3. 实验结果和分析

我们以眼睛位置的定位准确作为人脸定位的衡量标准。假设正确两眼之间距离为 d_{lr}，检测出的左眼位置和正确左眼位置的距离为 d_l，检测出的右眼位置和正确右眼位置的距离为 d_r，则定义相对误差 $err=\frac{\max(d_l,d_r)}{d_{lr}}$。给定一个相对误差值 err_0，则在此误差下的检测成功率定义为相对误差小于或等于 err_0 的检测结果总数占所有检测总数的百分比。

我们在大小为 225 的一个人脸库上测试了本检测算法，该库中图像大小为 380×285，实验结果如图 8 所示。

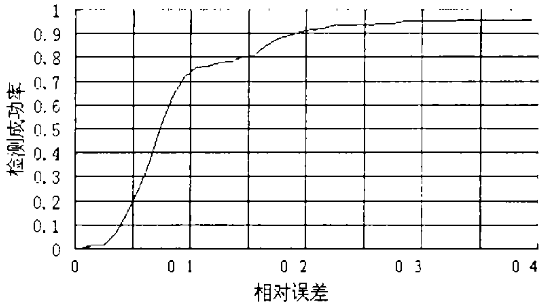


图 8 检测成功率和相对误差的分布函数图

如果以 0.25 作为成功检测出人脸的最大相对误差，则本算法能在 225 个中成功找到 211，检测成功率为 93.78%。实验结果中，相对误差从 0 到 0.1 变化中检测成功率增长迅速，到 0.1 时已经达到了 70%的检测成功率，实验表明本算法具有较高的检测精确度。

结束语 本文提出了一种基于可疑人脸区域搜索的人脸检测算法，利用通常情况下眼睛区域比周围区域暗的事实发现可疑人脸区域，然后使用 DFFS 方法验证人脸。在一个具有 225 张人脸图像的库上实验，取得了 93.78%的检测成功率。实验表明本算法具有较高的检测精确度。该人脸检测算法已经应用于我们研究的人脸识别系统，取得了很好的效果。进一步的工作是增强可疑人脸区域发现的能力，从而提高该算法的检测成功率。

参 考 文 献

1 Moghaddam B, Pentland A. Probabilistic visual learning for object representation. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 1997, 19(7): 696～710

2 Rowley H-A, Baluja S, Kanade T. Neural network-based face detection. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998, 20(1): 23～38

3 Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition. Journal of cognitive neuroscience, 1991, 3(1): 71～86

4 Moghaddam B, Jebara T, Pentland A. Bayesian Face Recognition, Pattern Recognition, 2000, 33(11): 1771～1782

5 Wu J, Zhou Z-H. Efficient face candidates selector for face detection. Pattern Recognition, in press

(上接第 134 页)

经网络隐层中心的确定和优化权值的计算问题，但它寻求的是网络的一种次优解。本文提出的算法在选择隐层中心的过程中，综合考虑输入数据空间的能量分布特性。并充分利用正交变换数值计算效率的优势和特征值分解中数值计算的稳健性。对非线性函数近似的仿真实例，表明了该方法对 RBF 神经网络的逼近精度和泛化能力比标准 OLS 算法都有所提高，从而也证明了这种方法的有效性。

参 考 文 献

1 Chen S. Nonlinear time series modeling and prediction using Gaussian RBF networks with enhanced clustering and RLS learning. Inst. Elect. Eng. Electron. Lett., 1995, 31(2): 117～118

2 Elanayar V T S, Shin Y C. Radial basis function neural network for approximation and estimation of nonlinear stochastic dynamic systems. IEEE Trans. Neural Networks, 1994, 5(4): 594～603

3 Fabri S, Kadirkamanathan V. Dynamic structure neural networks for stable adaptive control of nonlinear systems. IEEE Trans. Neural Networks, 1996, 7(5): 1151～1167

4 Yu D L, Gomm J B, Williams D. Sensor fault diagnosis in a chemical process via RBF neural networks. Contr. Eng. Practice, 1999, 7: 49～55

5 Haykin S. Adaptive Filter Theory, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991

6 Chen S, Cowan C F N, Grant P M. Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks. IEEE Trans. Neural Networks, 1991, 2(2): 302～309

7 Sherstinsky A, Picard R W. On the efficiency of Orthogonal least squares training method for radial basis function networks. IEEE Trans. Neural Networks, 1996, 7(1): 195～200