

基于小波变换的零森林图像压缩方法

龚 钊

(重庆大学数理学院信息与计算科学系 重庆400044)

摘 要 该文从理论和实验上证明了同级别不同方向子带的零树位置具有较大相关性,据此提出了嵌入的零森林编码方法 MRZF。该方法把森林作为系数表示的基本数据结构,使相邻系数之间、同方向子带之间的相关性以及不同方向子带间的相关性能被有效利用,编码效益更高。该方法可直接输出0,1比特流,编解码速度快,且具有多率特性和低计算复杂性的特点,可实现码流的累进传送。采用国际上通用的标准测试图像对提出的图像压缩方法进行测试,实验结果优于现有方法。

关键词 小波变换,图像压缩,编码,解码

Image Compression Using Zero-forests of Wavelet Coefficients

GONG Qu

(Dept. of Information and Computation Science, College of Science, Chongqing University, Chongqing 400044)

Abstract This paper proves the correlations between the position of zero-trees in different sub-bands of same level theoretically and experimentally. Using forests in graph theory to represent zero-trees rooted in different oriented sub-bands of same level, a new image compression algorithm has been proposed, which can exploit efficiently not only the correlation between adjacent coefficients, sub-bands of same direction, but also the different oriented sub-bands in same level. The proposed coding and decoding procedures are fast, have lower computational complexity and efficient performance. The generated stream is completely embedded. The method proposed has been tested on popular standard test images at various rates. The experimental results show that the new method MRZF outperforms the known coder.

Keywords Wavelet transform, Image compression, Coding, Decoding

图像小波变换压缩编码的一个重要环节就是编码算法的设计,有许多文献都对此问题进行了研究^[1~9],其方法有:基于小波数据形态表示的编码方法^[8]、树编码法^[2~4]、矢量量化法^[5~7]、零树与分形量化相结合的方法^[1]、零块编码法^[9]等。

零树编码法^[2~4]是根据小波系数在同方向子带中的相似性,利用小波树来组织小波系数,使其能方便地去除同方向子带之间、相邻像素之间的相关性,且易于医学图像的压缩。后来又有人提出了零块编码法^[9],能更有效地去除相邻像素之间的相关性。但为了使编码图像达到目标比特率,需对每个块计算率失真曲线上的几个分点,以实现对每个块的最优比特数分配。因此计算开销大,效率低。

本文通过实验研究发现同级别不同方向子带的零树位置具有较大相关性,并从理论上给与了证明。借助于图论中的森林,提出了一种新嵌入式零森林编码方法 MRZF。该方法把森林作为系数表示的基本数据结构,使相邻系数之间、同方向子带之间的相关性以及不同方向子带间的相关性能被有效利用,编码效益更高。

1 一种新的数据结构——零森林

从若干自然图像的小波分解图像可观察到,不同方向的高频图像也具有一定的相似性,我们做了若干实验,实验数据也表明这种相似性较大。我们引入了一类新型的数据结构来表示小波分解系数,从而设计出一种自适应零森林编码方法。

包括方向树的某分支节点及其所有后代的子树称为小波子树。由两个及其以上的小波子树构成小波森林。由3棵其根分别位于同一精度级的3个高频子带相应位置的小波树构成的小波森林称为3-森林,若其中三棵树都不重要,则称其为不

重要3-森林或零森林。在由两棵其根分别位于同一精度级的两个高频子带相应位置的小波树构成的森林称为2-森林,若其中所有系数都不重要,则称其为不重要2-森林或2-零森林。

2 零树位置的相关性

下面将从理论上证明同级别不同方向子带的零树位置具有较大相关性。

设 X 与 Y 分别是同级子带 LH 和 HH 中对应位置的系数,是均值为零的随机变量,其概率密度函数满足

$$f_x(x) = af_x(ax), a > 1 \quad (1)$$

从而

$$\sigma_x^2 = a^2 \sigma_y^2 \quad (2)$$

假设 X 与 Y 不相关,即有 $E(XY) = 0$ 。设 X^2 与 Y^2 的相关系数为 ρ ,则

$$E(X^2) = \sigma_x^2 \quad E(Y^2) = \sigma_y^2 \quad (3)$$

$$\sigma_{X^2}^2 = E(X^4) - \sigma_x^4 \quad \sigma_{Y^2}^2 = E(Y^4) - \sigma_y^4 \quad (4)$$

则 Y^2 的最佳线性无偏估计为

$$\hat{y}_{BLUE}^2(x^2) = E(Y^2) - \rho \frac{\sigma_{Y^2}^2}{\sigma_{X^2}^2} (E(X^2) - x^2) = \frac{1-\rho}{a^2} \sigma_x^2 + \rho \frac{x^2}{a^2} \quad (5)$$

(1) 当 $T \geq \sigma_x$ 时:对阈值 T ,若 $y^2 < T^2$,则由(5)有

$$\hat{y}_{BLUE}^2(x^2) < \frac{1-\rho}{a^2} \sigma_x^2 + \rho \frac{T^2}{a^2} \quad (6)$$

$$\hat{y}_{BLUE}^2(x^2) \leq \frac{T^2}{a^2} < T^2 \quad (7)$$

这就说明,若 LH 中的系数绝对值小于阈值 T ,则同级子带 HH 中相应系数平方的最佳线性无偏估计小于 T^2 。

(2) 当 $T < \sigma_x$ 时:对阈值 T ,若 $y^2 \geq T^2$,则由(5)有

$$\hat{y}_{HLW}(x^2) \geq \frac{1-\rho}{a^2} \sigma_x^2 + \rho \frac{T^2}{a^2} \quad (8)$$

$$\hat{y}_{HLW}(x^2) \geq \frac{T^2}{a^2} \quad (9)$$

同理,可证明同级子带 HL 与 HH 相应位置的系数也满足式(7)和(9),而且父亲节点和其后代节点的系数也满足式(7)和(9)。因此,可得出结论:当阈值较大,大于根节点的标准差时,若根节点不重要,则其后代节点很可能不重要;当 LH 中的小波树不重要,则 HH 中相应位置的小波树也很可能不重要;当 HL 中的小波树不重要,则 HH 中相应位置的小波树也很可能不重要。因此,当阈值较大时,出现不重要的3-森林和2-森林的概率较大。

3 新的具有多比特率特性的零森林编码算法 MRZF

3.1 小波分解系数幅值的编码方案

我们生成的码流中有两种信息:系数的幅值和确定这些系数的符号及位置信息的重要性映射。幅值的编码是按重要性级别由高到低的顺序进行,其重要性级别定义为:

若 $2^n \leq |c(i, j)| < 2^{n+1}$, ($n = \dots, 0, 1, 2, \dots$), 则 $c(i, j)$ 的重要性级别为 n 级。

给定 n , 若 $|c(i, j)| \geq 2^n$, 则称系数 $c(i, j)$ 是重要的, 否则为不重要。如果一个系数集合中所有系数都不重要, 则该集合不重要; 否则, 该集合是重要的。我们在系数坐标集合 V 的重要性和 0, 1 之间建立关系:

$$B_n(V) = \begin{cases} 1 & \max_{(i,j) \in V} \{|c(i, j)|\} \geq 2^n \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

来表示坐标集合 V 的重要性。为简便, 单个像素集的 $B_n(\{(i, j)\})$ 简记为 $B_n(i, j)$ 。

3.2 多率零森林编码算法 MRZF

为叙述方便, 我们先给出在编码算法中要用的几种数据集合的定义。

1) 无根3-森林: 去掉3-森林的3个根节点后, 剩余的系数集合;

2) 无根小波树: 去掉小波树的根节点后, 剩余的系数集合;

3) 小波树2后代: 去掉小波树的根节点和第1代子节点后, 剩余的系数集合。

① 集合划分规则

1) 初始划分为最高层的 LL 频带和其余各子带之并 A 两个集合;

2) 若 A 是重要的, 则将其划分为若干3-森林 $F(i, j)$, (i, j) 为最高层 LH 频带的像素坐标;

3) 若 $F(i, j)$ 是重要的, 则将其划分为无根3-森林 $D(i, j)$, 和三个根节点坐标集;

4) 若 $D(i, j)$ 是重要的, 则将其划分为一个无根森林 $D_{23}(i, j)$ 和一个无根树 $D_1(i, j)$;

5) 若 $D_{23}(i, j)$ 是重要的, 则将其划分为两个无根小波树;

6) 若无根小波树 $T(i, j)$ 是重要的, 则将其划分为小波树2后代 $G(i, j)$ 和4个单元集合, 它们分别是 (i, j) 的4个儿子节点;

7) 若小波树2后代 $G(i, j)$ 是重要的, 则将其划分为4个无根小波树 $T(k, l)$, 其中 (k, l) 为 (i, j) 的儿子节点。

下面我们完整地给出这个新的零森林编码算法, 其排序过程利用了上述集合划分方法。

② 编码算法

1) 初始化: $T_0 = \max\{|c(i, j)|\}$, 输出 T_0 , $T \leftarrow T_0/2$; 把 LSP 和 INTV

置为空列; 把最高一层的 LL 频带的坐标按逐行扫描顺序置入 LIP; 把包含除最高层的 LL 频带外的所有系数的一个集合 A (用 $(-1, -1)$ 表示) 置入 LIS;

2) 集合划分与重要性信息的输出:

2.1) 对 LIP 中每个点, 输出其重要性标志; 当重要时, 把该点移到 LSP 中, 将 $[T/2, T]$ 加入到 INTV 中, 并输出该点系数的符号;

2.2) 依次对 LIS 中每个集合, 输出其重要性标志, 当其重要时, 将其从 LIS 中删除, 并按上述规则划分为几个集合加入到 LIS 的末尾。

3) 幅值编码过程: 对 LSP 中每个点(才加入的除外), 从 INTV 中取出相应的量化区间 $[a, b]$, 输出对应系数属于左或右半区间的标志, 并将其量化区间改为左或右半区间。

4) $T \leftarrow T/2$, 返回到步2)。这个算法的码率可以精确地控制, 这是因为传送的信息是由单个的比特形成, 从而可在达到任何期望的失真率时, 终止编码。

为进一步提高编码性能, 再对它的输出施行熵编码。为此, 我们对编码方法作以下几点改进。

① 相邻系数、森林和树的重要性信息的联合编码 相邻系数的重要性之间具有统计相关性, 同样相邻森林的重要性之间以及相邻树的重要性之间也存在相关性, 这些可以被有效地利用来减少编码的冗余。LIP 中的系数保持 2×2 的块结构, 每个块中系数的重要性用一个字符表示, 再用 Witten 等^[12]提出的自适应算术编码方法进行编码。类似地, 树或森林根也保持 2×2 的块结构, 根在 2×2 块中的树或森林的重要性用一个字符来表示, 然后进行自适应算术编码。

② 相邻系数符号和重要性的联合编码 相同子带中沿低通滤波方向的相邻系数很可能符号相同, 沿高通滤波方向的相邻系数则很可能符号相反, 因此对 2×2 块的重要性和符号联合编码。

3.3 MRZF 编码器的特点

完全嵌入和累进传输: 对该方法产生的比特流, 其任何前缀都可以被解码得到重构图像, 而且越长的前缀, 重构出的图像精度越高。发送的样本是按信息量递减的顺序编码。

低计算复杂度: 算法很简单, 主要是比较, 不需要其它任何复杂的计算。我们可以通过计数比较操作的次数来粗略估计编码一个比特平面的复杂度。每次比较都要输出一个 bit, 每个比特平面产生的 bit 数等于比较的次数, 因此, 我们认为比较的次数接近最优, 否则, 不可能有好的压缩性能。

好的性能: 其压缩性能不亚于当今的其它低复杂度的编码算法。

可用于无损和有损压缩: 如果滤波器采用系数为有理数的滤波器, 比如样条小波滤波器或进行整数小波变换, 就可实现无损编码。

4 实验测试结果

我们用 8bpp 标准测试图像对 MRZF 编码器进行测试, 实验时采用 CDF-9/7 滤波器^[11], 进行 5 级离散小波变换, 边界处理采用最佳延拓策略^[10]。比特率的计算不是用信息熵估计, 而是由实际输出的比特流长度来计算。失真由峰值信噪比来度量, 公式为

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{MSE} \right) dB$$

其中 MSE 表示原始图像与重构图像之间的均方误差。

表1 与马波^[1]方法得到的 Lena(512 * 512) 压缩图像的峰值信噪比(dB)比较

压缩比	实际比特率	OWF+EZW ^[1]	MRZF	MRZF+ATH
64:1	0.12058	29.98	30.81	31.07
32:1	0.24173	32.54	33.81	34.20
16:1	0.47879	35.47	36.88	37.23
8:1	0.98514	37.79	40.08	40.35

把新方法得出的 PSNR 结果与马波等^[1]提出的小波方向子树的分形量化与零树量化相结合的方法(EZW+OWF)比较。由于 EZW+OWF 编码法不是嵌入式的,不具有多率特性,文[1]中只提供了几个非典型比特率下的编码结果,为了与其比较,我们也在他的实际比特率下用新方法来编解码图像,新方法得到的 PSNR 结果在表1中的4、5两列给出。实验结果表明,不带熵编码器的 MRZF 得出的 PSNR 就已经比

OWF+EZW 高0.2到2.3dB。

为了展示 MRZF 编码器压缩图像的主观效果,在图1中给出用 MRZF 算法得到的几个典型比特率下 Lena(512×512)图像的压缩图像。在图2中给出了 MRZF 算法的几个典型比特率下 Boat(512×512)图像的压缩图像。压缩图像的主观质量好。

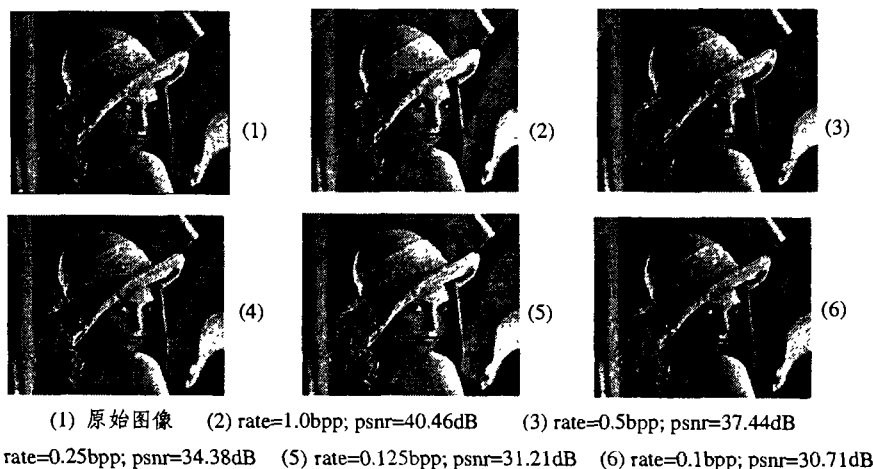


图1 几种典型比特率下 MRZF 方法得到的 Lena 压缩图像

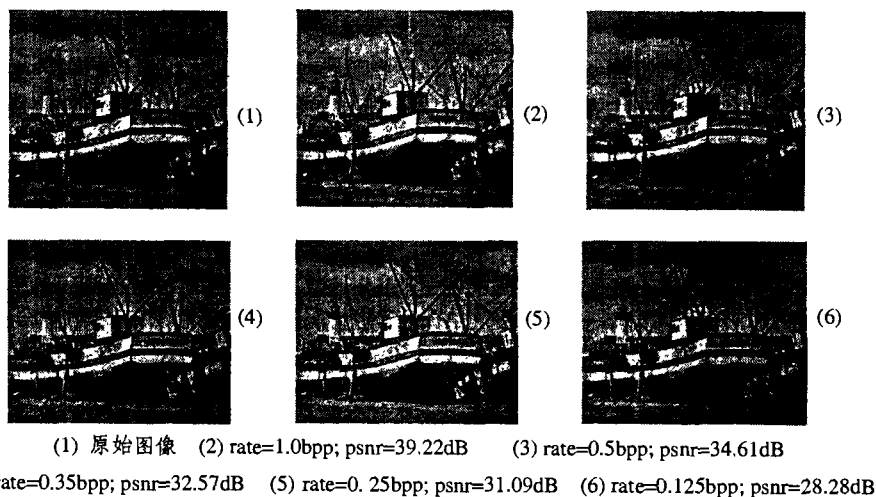


图2 几种典型比特率下 MRZF 方法得到的 Boat 压缩图像

参考文献

- 1 马波,裴正定.小波方向子树的分形量化与零树量化相结合.电子科学学刊,2000,22(3):402~409
- 2 Lewis A S, Knowles G. Image compression using the 2-d wavelet transform. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1: 244~250
- 3 Shapiro J M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients. IEEE Trans. on Signal Processing, Dec. 1993, 41: 3445~3462
- 4 Li J, Lei S. An embedded still image coder with rate-distortion optimization. IEEE Trans. on Image Processing, 1999, 8(7)
- 5 王光学,等.一种基于小波变换的跨带矢量量化.光学技术,1999(2):45~47
- 6 王光学,等.基于小波变换的最小失真预测/多级矢量量化.通信学报,2000,21(2):81~85
- 7 Vaishampayan V A, Sloane N J A, Servetto S D. Multiple Description Vector Quantization with Lattice Codebooks: Design and Analysis. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(5):1718~1734
- 8 Servetto S D, Ramchandran K, Orchard M T. Image Coding Based on a Morphological Representation of Wavelet Data. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8(9)
- 9 Taubman D. EBCOT (Embedded Block Coding with Optimized Truncation): A complete reference, ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 N988, Sept. 1998
- 10 龚劬,曹长修,龚箭.M-通道分解综合系统新框架及其信号的最佳对称延拓策略.重庆大学学报,2000,23(6):126~130
- 11 Cohen A, Daubechies I, Feauveau J C. Biorthogonal bases of compactly supported wavelets, Commun. Pure Appl. Math., 1992, 45: 485~560
- 12 Witten I H, Neal R M, Cleary J G. Arithmetic coding for data compression, Commun. of ACM, 1987, 30: 520~540