

论广义相关性在柔性逻辑中的重要性^{*}

薛占熬^{1,2} 张小红¹ 何华灿¹

(西北工业大学计算机科学与工程系 西安710072)¹ (河南师范大学计算机科学系 河南新乡453002)²

摘要 本文用测度论的观点,证明柔性逻辑中命题连接词的运算模型是连续可变性的算子族,它受广义相关系数 h 的控制,并给出了 h 的物理意义和计算公式,最后,用实例说明了柔性逻辑的方法比CRI和三I方法更合理。

关键词 广义相关性,柔性逻辑,模糊测度

The Importance of Generalized Correlation in Flexible Logic

XUE Zhan-Ao^{1,2} Zhang Xiao-Hong¹ HE Hua-Can¹

(Department of Computer Science and Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)¹

(Department of Computer Science, Henan Normal University, Xinxiang 453002)²

Abstract This paper is to apply measure theory to prove that operation model of proposition conjunction in flexible logic is continuously varying operator cluster, and it is controlled by the generalized correlation coefficient h . Also the computation formula and physical sense for h are given. Finally, an example is given to show that the method of flexible logic is superior to that of CRI and 3-I.

Keywords Generalized correlativity, Flexible logic, Fuzzy measure

1 引言

在连续值逻辑中,人们早已发现命题连接词的运算模型不唯一,并提出了各式各样的与/或算子对^[1,4],常见的有:Zadeh 算子对,Probability 算子对,Einstein 算子对,有界算子对,Drastic 算子对,Hamacher 算子对,Yager 算子对等。试问这些与/或算子对有什么物理意义,能否用一个统一的模型来刻画它们,并给出它们的使用条件?

本文第三作者在文[2~4]中把中国古典哲学的思想(即世间万事万物都是相关的,不是相生(mutual promotion)就是相克(mutual restraint),非此即彼)引入到柔性逻辑学中,用广义相关性(generalized correlativity)来解释命题连接词的运算模型不唯一的原因,并用它来说明算子族中每个算子的适用条件,这不是对概率论^[5]中相关性的简单推广,而是一种创新性研究,对柔性逻辑学的研究和发展起到了关键的推动作用,具有重要意义。

本文用测度论的观点证明,在柔性逻辑中由于受到广义相关性的影响,命题连接词的运算模型是连续可变性的算子簇,并给出广义相关系数 h 的计算公式,最后通过实例分析表明这个柔性逻辑运算模型可以更精确地刻画现实世界。

2 概率测度的与/或运算模型簇

设 $\mathcal{R}(X)$ 表示有限集 X 的幂集。

定义2.1 称 $M: \mathcal{R}(X) \rightarrow [0,1]$ 为模糊测度,当且仅当它满足:

- (1) 有界性: $M(\emptyset) = 0; M(X) = 1$ 。
 - (2) 单调性: 对 $\forall A, B \in \mathcal{R}(X), A \subseteq B$ 则 $M(A) \leq M(B)$ 。
- 由模糊测度的单调性很容易证明如下结论:

$$\max(M(A), M(B)) \leq M(A \cup B) \leq 1;$$

$$\min(M(A), M(B)) \geq M(A \cap B) \geq 0。$$

在模糊测度中存在着非可加性,其证明见文[6]。

定义2.2 称 $P: \mathcal{R}(X) \rightarrow [0,1]$ 为概率测度,当且仅当它满足:

- (1) 有界性: $P(X) = 1$;
- (2) 可加性: $A, B \subseteq X, A \cap B = \emptyset$ 时, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 。

容易证明 $P(\emptyset) = 0; P(\neg A) = 1 - P(A)$ 。

定理2.1 概率测度是模糊测度。

证明: $\Theta P(A \cup \emptyset) = P(A) = P(A) + P(\emptyset)$

$$\therefore P(\emptyset) = 0$$

又 $\Theta A \cap B \neq \emptyset$ 时,有

$$P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(B - A) \geq P(A)。$$

故定理证明。

定理2.2 概率测度有相容性, $A \cap B \neq \emptyset$ 时, $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

证明 略。

定理2.3 $\max\{0, P(A) + P(B) - 1\} \leq P(A \cap B) \leq \min\{P(A), P(B)\}$

证明: 由定理2.2和 $P(\neg A) = 1 - P(A)$ 容易证明。

命题2.4 设 (U, P) 为概率空间, a, b 分别为 A, B 的概率, 则两个命题的与运算 $P(A \cap B)$ 在 $[\max\{0, a + b - 1\}, \min\{a, b\}]$ 区间上是一个连续的可变的算子簇。

证明: 用信息最大熵和最小熵原理方法来证明。

设 $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ 是一个已知的联合概率分布, 那么

熵 $H(p) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$ 就反映了此分布的不确定性程度。又

^{*} 国家自然科学基金资助项目(批准号: 60273087)。薛占熬 博士生, 主要研究方向: 人工智能和不确定性推理。张小红 教授, 博士生, 主要研究方向: 代数学、人工智能及应用。何华灿 教授, 博士生导师, 主要研究领域: 人工智能原理及应用、泛逻辑学。

设 $a = P(A)$, $b = P(B)$ 记 $a_{11} = P(A \cap B)$, $a_{12} = P(A \cap (\neg B))$, $a_{21} = P((\neg A) \cap B)$, $a_{22} = P((\neg A) \cap (\neg B))$, 得 $a_{11} + a_{12} = a$, $a_{12} + a_{22} = 1 - a$, $a_{11} + a_{21} = b$, $a_{12} + a_{22} = 1 - b$

令 a_{11} 为自由变量, 则

$a_{12} = a - a_{11}$, $a_{21} = b - a_{11}$, $a_{22} = 1 - (a + b) + a_{11}$ 。用熵函数得

$$\therefore H(p) = -a_{11} \log a_{11} - (a - a_{11}) \log (a - a_{11}) - (b - a_{11}) \log (b - a_{11}) - [1 - (a + b) + a_{11}] \log [1 - (a + b) + a_{11}]$$

由定理 2.3 得 $\max\{0, a + b - 1\} \leq a_{11} \leq \min\{a, b\}$, 所以对式两边关于 a_{11} 求导并令导数为 0 得

$$\frac{dH(p)}{da_{11}} = \log \frac{(a - a_{11})(b - a_{11})}{a_{11}[1 - (a + b) + a_{11}]} = 0$$

解得 $a_{11} = ab$, 容易验证

$\max\{0, a + b - 1\} \leq a_{11} \leq \min\{a, b\}$, 并且当 $a_{11} \in (\max\{0, a + b - 1\}, ab)$ 时, 有 $\frac{dH(p)}{da_{11}} \geq 0$, 当 $a_{11} \in (ab, \min\{a, b\})$ 时, $\frac{dH(p)}{da_{11}} < 0$, 这样 $H(p)$ 在 $a_{11} = ab$ 处达到最大值, 而 $H(p)$ 的最小值只能在区间 $[\max\{0, a + b - 1\}, \min\{a, b\}]$ 的端点处达到。

若我们用最大熵原理方法来估计联合条件概率分布, 那么联合条件概率为

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = ab$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = a + b - ab$$

这是著名的 Probability 算子对。由概率论我们知道, 它适用于独立相关的情况。

若我们用最小熵原理方法来估计联合条件概率分布, 那么由于 $H(p)$ 的最小值只能在区间 $[\max\{0, a + b - 1\}, \min\{a, b\}]$ 的端点处达到。因此, 当 $a_{11} = \max\{0, a + b - 1\}$ 时

$$P(A \cap B) = \max\{0, a + b - 1\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \min\{1, a + b\}$$

这是著名的有界算子对。由概率论我们知道, 它适用于最大相斥的情况。

当 $a_{11} = \min\{a, b\}$ 时

$$P(A \cap B) = \min\{a, b\}; P(A \cup B) = \max\{a, b\}$$

这是著名的 Zadeh 算子对。由概率论我们知道, 它适用于最大相吸的情况。

在概率测度中, 相关性是可以从最大相吸经过独立相关到最大相斥连续变化的, 所以两个命题的与运算 $P(A \cap B)$ 模型是在 $[\max\{0, a + b - 1\}, \min\{a, b\}]$ 区间上连续可变的算子簇; 同理可知, 两个命题的或运算 $P(A \cup B)$ 模型是在 $[\max\{a, b\}, \min\{1, a + b\}]$ 区间上连续可变的算子簇。即概率测度的与/或运算模型都是一个受相关性控制的连续变化的算子簇。

对于其他模糊测度来说, 不一定满足相容性, 当 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$ 不成立时, 例如在相克条件下情况又如何呢? 下面引入广义相关性的概念来进一步论证, 且具体给出与/或运算模型簇和广义相关系数 h 计算公式。

3 广义相关性对逻辑运算模型的影响

3.1 广义相关性的概念及性质

我们在研究柔性世界逻辑规律时发现, 不仅命题真值的连续可变性对命题连接词运算模型有影响, 而且命题之间关系的连续可变性对命题连接词运算模型也有影响, 称前者为真值柔性, 称后者为关系柔性。而影响命题之间的关系柔性的

因素主要有二种, 即命题之间的关联性(广义相关性)和命题真值的测量误差(广义自相关性)。

命题之间的广义相关性可由最大相克到最大相吸连续地变化, 需要用连续变化的广义相关系数 $h \in [0, 1]$ 来刻画: 最大相克时 $h = 0$, 最大相斥时 $h = 0.5$, 最大相吸时 $h = 1$ 。广义相关性对所有二元命题连接词的运算模型都有影响。

与二值逻辑不同, 在连续值逻辑中, 命题真值的测度误差必须考虑, 需要用连续变化的广义自相关系数 $k \in [0, 1]$ 来刻画: 最大负误差时 $k = 0$, 没有误差时 $k = 0.5$, 最大正误差时 $k = 1$ 。测度误差对所有的命题连接词的运算模型都有影响。

在理想情况下, 没有测度误差, $k = 0.5$, 广义相关性处于中性状态, $h = 0.5$, 这时的命题连接词的运算模型叫基模型^[2], 如

非运算的基模型: $N(x) = 1 - x$

与运算的基模型: $T(x, y) = \max(0, x + y - 1)$

或运算的基模型: $S(x, y) = N(T(N(x), N(y))) = \min(1, x + y)$

蕴涵运算的基模型: $I(x, y) = \min(1, 1 - x + y)$

如果没有测度误差, $k = 0.5$, 是零级不确定性问题, 只有广义相关性影响所有二元命题连接词的运算模型, 需要在基模型基础上用特殊的广义相关性修正函数完整簇 $F_0(x, h)$ 来双向修正其影响。其基本思想是先用 $F_0(x, h)$ 将参与运算的自变量由现实世界变换到理想世界, 代入基模型得到理想的运算结果, 然后用 $F_0^{-1}(x, h)$ 将理想世界的结果变换为现实世界的结果。所得的模型簇叫零级模型完整簇。

如果测度有误差, $k \neq 0.5$, 则非运算将偏离基模型, 当 p 和 $\neg p$ 都服从同一个误差分布时, 是一级不确定性问题, 可以在零级运算模型完整簇的基础上用特殊的广义自相关性修正函数完整簇 $\Phi(x, k)$ 来双向修正误差的影响, 得到一级运算模型完整簇。本文仅论证零级运算模型完整簇, 对一级运算模型完整簇将另文论述。

我们通过严格的数学证明得到下列零级运算模型完整簇。

定义 3.1 零级 T 性生成元完整簇是 $F_0(x, h) = x^m$, $m \in R$, $h \in [0, 1]$ 。其中:

$$m = (3 - 4h) / (4h(1 - h));$$

$$h = ((1 + m) - ((1 + m)^2 - 3m)^{1/2}) / (2m)。$$

定义 3.2 通过与运算的基模型 $T(x, y) = \max(0, x + y - 1)$ 和零级 T 性生成元完整簇生成的 T 范数簇是零级与运算模型完整簇, 用 $\wedge_h$ 表示。

$$T(x, y, h) = F_0^{-1}(\max(F_0(0, h), F_0(x, h) + F_0(y, h) - 1), h) = \Gamma^1[(x^m + y^m - 1)^{1/m}], m \in R, h \in [0, 1]$$

其中 $\Gamma^1[x]$ 表示把 x 限制在 $[0, 1]$ 之间, 即如果 $x < 0$ 为虚数, 则取 0; 结果 $x > 1$, 则取 1; 否则取 x , 以下相同。

定义 3.3 通过或运算的基模型 $S(x, y) = N(T(N(x), N(y)))$ 和零级 T 性生成元完整簇生成的 S 范数簇是零级或运算模型完整簇, 用 $\vee_h$ 表示。

$$S(x, y, h) = N(F_0^{-1}(\max(F_0(0, h), F_0(N(x), h) + F_0(N(y), h) - 1), h)) = 1 - \Gamma^1[(1 - x)^m + (1 - y)^m - 1]^{1/m}, m \in R, h \in [0, 1]$$

定义 3.4 通过蕴涵运算的基模型 $I(x, y) = \min(1, 1 - x + y)$ 和零级 T 性生成元完整簇生成的 I 范数簇是零级蕴涵运算模型完整簇, 用 $\rightarrow_h$ 表示。

$$I(x, y, h) = F_0^{-1}(\min(F_0(1, h), F_0(1, h) - F_0(x, h) + F_0(y, h), h))$$

$$(y, h)), h)) = \text{ite}\{1 | x \leq y, 0 | m \leq 0, y = 0; \Gamma^1[(1 - x^m + y^m)^{1/m}]\}, m \in R, h \in [0, 1]$$

其中 $\text{ite}\{\beta | \alpha; \gamma\}$ 是条件表达式: 如果 α , 则 β ; 否则 γ , 以下相同。

可以证明零级与运算模型完整簇、零级或运算模型完整簇和零级蕴涵运算模型完整簇满足如下性质:

(1) 是一个受 h 控制的连续变化的完整的算子簇, 可包容广义相关性的全部情况;

(2) 完整簇是随 h 单调变化的, 给定一个具体的 h 值可以唯一确定一个算子;

(3) 每个算子都是随 x, y 单调变化的。

3.2 h 的物理意义

在零级运算模型完整簇中, 应该如何定义和确定 h 的大小, 即如何规定 h 和 m 的关系呢? 这在理论上和实际应用中都是十分重要的。在研究中我们发现有三种不同的方法^[2]: 标准长度法、算子体积比法和函数拟合法, 证明了 h 的合理性。

函数拟合法:

$$m = (3 - 4h) / (4h(1 - h));$$

$$h = ((1 + m) - ((1 + m)^2 - 3m)^{1/2}) / (2m)$$

则 $h=1$ 时 $m \rightarrow -\infty$, $h=0.75$ 时 $m \rightarrow 0$, $h=0.5$ 时 $m=1$, $h=0$ 时 $m \rightarrow \infty$ 。

通过上述讨论分析可知 Zadeh 算子对、Probability 算子对、有界算子对和 Drastic 算子对的广义相关系数 h 分别为 1、0.75、0.5 和 0, 那么 Hamacher 算子对、Einstein 算子对、Yager 算子对的广义相关系数 h 为多少? 分别为 0.86、0.75 和 $h \leq 0.75$ 。

h 的物理意义是该 T 范数和最大 T 范数的体积比。具体定义如下:

定义 3.5 零级 T 范数完整簇 $T(x, y, h)$ 中, 某个 T 范数的位置标号即它对应的广义相关系数 h 等于该 T 范数和最大 T 范数的体积比。

$$h = v(*) = 3 \iint_{\Omega} T(x, y, h) ds \quad \Omega: [0, 1] \times [0, 1]$$

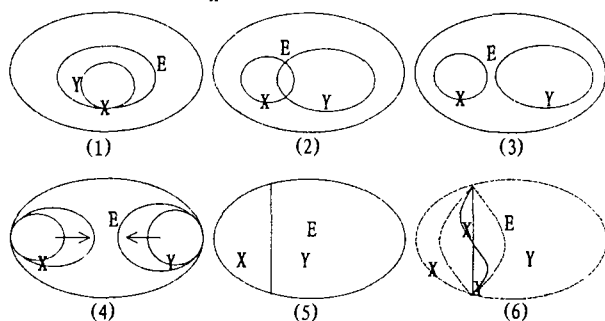


图1

例题1 设有一非空的特征空间 E , 它是由平面上的连续分布的一些点组成的分明集合, 面积为一个单位 $s(E)=1$ 。定义分明子集 X 的面积 $s(X)=x$ 为 X 的模糊测度, 它对应于模糊命题 p 的真值, 分明子集 Y 的面积 $s(Y)=y$ 为 Y 的模糊测度。它对应于模糊命题 q 的真值, 则 $s(E)=1$ 对应于一个恒真的模糊命题。空集 ϕ 的面积 $s(\phi)=0$ 对应于一个恒假的模糊命题。试问 $p \wedge q$ 的真值即 $s(X \cap Y) = T(x, y) = ?$, $p \vee q$ 的真值即 $s(X \cup Y) = S(x, y) = ?$

解: 用广义相关性来回答 X, Y 间的关系: $h=1$ 表示 X, Y 间最大相吸。看图1(1)

$$T(x, y) = T_3 = \min(x, y)$$

$$S(x, y) = S_3 = \max(x, y)$$

这是著名的 Zadeh 算子对, T_3 为最大与算子, S_3 为最小或算子。

$h=0.75$ 表示 X, Y 间独立相关, 看图1(2)

$$T(x, y) = T_2 = xy, S(x, y) = S_2 = x + y - xy$$

这是著名的 Probability 算子对, T_2 为中度相容与算子, S_2 为中度相容或算子。

$h=0.5$ 表示 X, Y 间最大相斥或最小相克。看图1(3)

$$T(x, y) = T_1 = \max(0, x + y - 1),$$

$$S(x, y) = S_1 = \min(1, x + y)$$

这是著名的有界算子对, T_1 为中心与算子, S_1 为中心或算子。

在相生关系 ($h \in [0, 0.5]$) 中, 完全满足相容律:

$$T(x, y) + S(x, y) = x + y$$

在相克关系 ($h \in [0, 0.5]$) 中, 存在相互杀伤和扩军备战, 相容律不再成立:

$x + y < 1$ 时, 双方没有接触。看图1(4)

$$T(x, y) = 0, S(x, y) \geq \min(1, x + y)$$

$x + y = 1$ 时, 双方刚好接触。看图1(5)

$$T(x, y) = 0, S(x, y) = 1$$

$x + y > 1$ 时, 双方接触, 必然发生战争或抑制作用, 会造成部分死亡。看图1(6)

$$T(x, y) \leq \max(0, x + y - 1), S(x, y) = 1$$

$h=0$ 表示 X, Y 间最大相克。

$$T(x, y) = T_0 = \text{ite}\{\min(x, y) | \max(x, y) = 1; 0\}$$

$$S(x, y) = S_0 = \text{ite}\{\max(x, y) | \min(x, y) = 0; 1\}$$

这是 Drastic 算子对或称最大相克算子对, T_0 为最小与算子, S_0 是最大或算子。

$h=0.25$ 表示 X, Y 间僵持状态:

$$T_0 \leq T(x, y) \leq T_1 \quad S_0 \geq S(x, y) \geq S_1$$

当 $h=0, 0.5, 0.75, 1$ 时四个特殊的算子对之间关系如下:

$$0 \leq T_0 \leq T_1 \leq T_2 \leq T_3 \leq S_3 \leq S_2 \leq S_1 \leq S_0 \leq 1.$$

从例题1和图1可看出命题的与/或算子是连续可变性的算子簇, 与/或运算模型是一种受广义相关系数 h 控制的运算模型。当 $h: 1 \rightarrow 0.5$ 时, 则命题之间的关系从最大相关到最大相斥或最小相克连续地变化; 当 $h: 0.5 \rightarrow 0$ 时, 则命题之间的关系从最小相克到最大相克连续地变化, 直到一方绝对占优势而且还允许另一方存在, 即当 $h=0$ 时, 是著名 Drastic 算子对。

4 实例分析

Zadeh 于1973年对“ $A', A \rightarrow B$ 推出 B' ”的模糊前向推理 (Fuzzy Modus Ponens, 简称 FMP), 提出了求解的 CRI (Compositional Rule of Inference) 方法^[7], 在文[8, 9]中王国俊教授指出 CRI 方法在理论上似有不足之外, 并对它进行了改进, 提出了三 I 方法。但经过对三 I 方法的研究, 我们发现它也存在不足之处: ①虽然 Zadeh 的模糊值域已经柔性化, 但是它的 Max/Min 运算仍然具有很强的刚性, 从广义相关性的观点看, 它仅适合于 $h=1$ 的情况, 不能推广到一般的情况; ②三 I 方法在与/或运算中使用了 Zadeh 算子对, 表示是 $h=1$ 的情况, 而在蕴涵运算时却使用了 R₀ 蕴涵算子, 表示是 $h=0.5$ 的情况, 这种组合关系更不能推广到一般的情况。而我们

的柔性逻辑运算模型,可以根据广义相关系数 h 的不同,选择适合的算子进行计算,得到精确的结果。

下面举例说明三 I 方法和柔性逻辑运算方法的实际效果。

例题2 在“西红柿红了”和“西红柿熟了”的关系中,有一条规则:“如果西红柿红了,那么西红柿熟了”。现在的事实是某个西红柿有些红了,它熟的程度如何呢?

解:“西红柿红了”用 A 来表示,“西红柿熟了”用 B 来表示,“如果西红柿红了,那么西红柿熟了”用 $A \rightarrow B$ 来表示,“某个西红柿有些红了”用 A^* 来表示,这个西红柿熟的程度用 B^* 来表示。

L^* : 用三 I 方法 $B^* = A^* \otimes (A \rightarrow B)$ 求解,其中 $a \otimes b = \neg(a \rightarrow \neg b)$,蕴涵“ $\rightarrow$ ”为 R_0 蕴涵: $R(a, b) = \min\{1, 1 - a + ab\}$ 。

UL^* : 用柔性逻辑运算模型 $B^* = A^* \wedge_h (A \rightarrow_h B)$ 求解,按常识我们知道“西红柿红了”和“西红柿熟了”是相互吸引而不是相互排斥的特征,所以 m 的取值为 $-1, h = 0.87$ 。

不同规则强度和事实强度下的计算结果如表1所示。

表1

$A \rightarrow B$	A^*	B^*	
		L^*	UL^*
0.8	0.7	0.7000	0.5957
0.3	0.8	0.3000	0.27907
0.4	0.6	0.0000	0.3157
0.1	0.4	0.0000	0.0869
0.1	0.9	0.0000	0.0900

从表1中可以看出,在三 I 方法中 L^* 列后三项全为0,说明 $A \rightarrow B$ 和 A^* 后三组数字 $\{0.4, 0.6\} \{0.1, 0.4\} \{0.1, 0.9\}$ 对结果 (B^*) 没有影响;而柔性逻辑运算模型方法中后三项不全为0,说明 $A \rightarrow B$ 和 A^* 后三组数字 $\{0.4, 0.6\} \{0.1, 0.4\} \{0.1,$

0.9) 对结果 (B^*) 仍然有影响,只不过影响小些,这说明柔性逻辑可以更精确地描述现实世界的逻辑规律和人的思维过程。

另外,在文[10]中以“倒立摆控制”为例,用神经元实现的弱 T/S 范数簇替换传统模糊控制中的 $\min$ 和 $\max$ 运算,采用49条控制规则,以重心法作为解模糊方法。通过试验可知:用柔性逻辑运算模型来控制时,摆杆偏角能较快地收敛,且控制过程比模糊方法柔和。

结论 本文首先用测度论的观点,证明命题连接词的运算模型是连续可变性的算子簇,它们受广义相关系数 h 的控制,并给出广义相关系数 h 的物理意义和具体计算公式,最后,用实例说明了柔性逻辑方法比 CRI 和三 I 方法更合理,能更精确地描述现实世界的逻辑规律和人的思维过程。总之,广义相关性的引入对建立柔性逻辑学起到了关键性的作用。

参考文献

- 王永庆. 人工智能原理与方法. 西安交通大学出版社, 1998
- 何华灿, 王华, 等. 泛逻辑学原理. 科学出版社, 2001
- 何华灿, 刘永怀, 何大庆. 经验性思维中的泛逻辑. 中国科学(E 辑), 1996, 26(1): 72~78
- He Hua-can, Liu Yong-huai, He Da-qing. Generalized Logic in Experience Thinking. Science in China (Series), 1996, 39(2): 225~234
- 严士健, 王隼骧, 刘秀芳. 概率论基础. 科学出版社, 1982
- 何华灿, 刘永怀, 等. 一级泛非运算研究. 计算机学报, 1998, 21增
- Zadeh L A. Outline of a New Approach to the Analysis of Systems and Decision Processes. IEEE Trans Systems Man Cybernet, 1973, 3: 28~44
- 王国俊. 三 I 方法与区间值模糊推理. 中国科学(E 辑), 2000, 30(4): 331~340
- Wang G J. On the Logic Foundation of Fuzzy Reasoning. Information Sciences, 1999, 117: 47~88
- 陈丹, 何华灿, 王晖. 一种新的基于弱 T 范数簇的神经元模型. 计算机学报, 2001, 24(10): 1115~1120
- 1993
- 王国俊. 中外模糊系统研究比较[J]. 国际学术动态, 1994(4): 48~49
- Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. IEEE Trans SMC, 1973, 1: 28~44
- Mamdani E H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems. IEEE Trans. Comput, 1977(26): 1182~1191
- Zadeh L A. The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning. part1-3[J]. Inform. Sci., 1975(8): 199~249, 301~357, 1975(9): 43~80
- 周保魁, 等. 不同蕴涵算子下的三 I 算法. 陕西师范大学学报(自然科学版), 1998, 26(4): 1~5
- Mizumoto M, Zimmermann H J. Comparison of fuzzy reasoning methods. Fuzzy Sets and Systems, 1982, 8: 253~283
- Dubois D, Prade H. Fuzzy sets in approximate reasoning. Part 1: Inference with possibility distributions. Fuzzy Sets and Systems, 1991, 41(1): 153~203
- 王国俊. 模糊推理的全蕴涵三 I 算法. 中国科学, E 辑, 1999, 29(1): 43~53
- 王国俊. 非经典数理逻辑与近似推理. 北京: 科学出版社, 2000
- 张文修, 等. 不确定性推理原理. 西安: 西安交通大学出版社, 1996
- 裴道武. 模糊逻辑与模糊控制中的理想蕴涵. 西安石油学院学报(自然科学版), 2000, 15(6): 44~47
- 王国俊. 模糊推理与模糊逻辑. 系统工程学报, 1998, 13(2): 1~16
- 宋士吉, 等. 模糊推理的反向三 I 算法. 中国科学, E 辑, 2002, 32(2): 230~246

(上接第100页)

的反问题,其基本形式为:

已知 $A \rightarrow B$

且给定 B^*

求 A^* (20)

这里同样有 A, A^* 是 X 上的模糊集, B, B^* 是 Y 上的模糊集。

相异因子的概念同样可以运用于 FMT 问题的求解,我们有以下的定义:

定义4(FMT) 设 X 与 Y 是非空集, $A, A^* \in \mathcal{F}(X), B, B^* \in \mathcal{F}(Y)$, 则式(20)中的解 A^* 是使式(5)取得最大可能值,且其相异程度 $|r|$ 最小的 $\mathcal{F}(X)$ 中的 Fuzzy 集。

结束语 本文首次提出了“相异因子 r ”的概念,并在“使解 B^* 的相异程度最小”的思想指导下,改进了三 I 算法单纯地求满足条件的最小模糊集的方法,使得其在理论上更为合理。关于算法的还原性,以及在模糊推理的反向三 I 算法^[15]中,“相异因子 r ”的概念又将如何体现,我们将在另文中进行更深入的探讨。

参考文献

- Zadeh L A. Fuzzy Sets. Inform Contr, 1965, 8: 338~353
- 陈永义. 模糊控制技术及应用实例[M]. 北京师范大学出版社,