组合优化问题反问题的研究进展

王洪国[1,2] 马绍汉[3] 陈火旺[4]

（山东省科技厅 济南 250011）[1] （山东中创软件工程有限公司 济南 250014）[2]

（山东大学计算机学院 济南 250100）[3] （国防科技大学计算机学院 长沙 410073）[4]

摘 要 本文重点介绍了组合优化问题反问题的研究进展。具体内容包括：线性规划问题反问题、最短路问题反问题、最小费用流问题反问题和网络容量扩充问题反问题的提出背景、研究成果、应用前景及一些可能的研究方向。

关键词 组合优化问题，反问题，逆问题，多项式算法

Research Advances in Inverse Combinatorial Optimization Problems

WANG Hong-Guo[1,2] MA Shao-Han[3] CHEN Huo-Wang[4]

(Shandong Provincial Science and Technology Bureau, Jinan 250011)[1]

(Collgeg of Computer Science, Shangdong Zhongchuang Software Engineering LTD, Jinan 250014)[2]

(College of Computer Science, Shandong University, Jinan 250100)[3] (National University of Defence Technology, Changsha 410073)[4]

Abstract In this paper, we give a survey of the research advances in inverse combinatorial optimization problems in recent years. We propose the backgrounds, research results, application foregrounds and some possible research directions for inverse linear programming problem, inverse shortest path problem, inverse minimum cost flow problem and network capacity expansion problem.

Keywords Optimization problem, Inverse problem, Reverse problem polynomial algorithm

1 引言

在计算机技术的支持下，组合优化理论与技术在国民经济的各个领域得到进一步推广和应用，以期实现生产过程最优化、提高生产效益、节约资源的目的。五十年来，人们对组合优化问题的研究不断深入，不断提出新的理论和方法。其中，近年来引起人们浓厚兴趣的是比利时人 D. Burton 和 Ph. L. Toint[1]1992 年将"反问题(inverse problem)"引入到组合优化研究领域，提出了组合优化问题反问题的概念，并对这类组合优化问题的求解技术进行了深入研究。这些研究工作对管理科学和计算机科学的理论与实践有着十分重要的意义。

所谓组合优化问题就是从已有的可行解的集合中寻找一个最优(最大或最小)解；而组合优化问题的反问题则是通过一系列的调整变化，使原问题的一个已知可行解变为最优解。当然，这种变化必须满足一定的约束条件。组合优化问题反问题概念的提出有着广阔的应用前景，在国民经济和社会发展的宏观决策中有许多应用实例。例如，在国民经济宏观调控中，人们期望实现某种经济效益(如国民经济的增长速度或生产总值等)，如何适当调整现有的各种费率，以达到预期的目的，且从国民经济稳定发展的角度考虑，要求调整的各种费率如银行利率、政府税率等有尽可能小的改变量。类似这类组合优化问题的反问题，在具体的应用中，尽管我们可以建立问题的线性规划模型，但很难精确得出使已知解变成最优解的目标函数的费用系数向量，只能根据经验或实验运用这些已知的信息尽可能小地调整费用系数，以获得满意的结果。这些问题在组合优化问题反问题提出之前，尚未做过系统的研究。这些问题的解决将为经济建设、宏观决策等重大问题的解决提供有力地科学支撑，必将极大地丰富系统工程方法论，提高决策的科学性、正确性和前瞻性。

通常意义下，组合优化问题的反问题可以描述为：S 为组合优化问题 P 的可行解集合，c 为费用向量，$x^0\in S$ 是一个给定可行解，问题是如何把 c 变成 d，使 x^0 变成 P 关于向量 d 的最优解，并且 $\|d-c\|_p$ 最小。这里 $\|\cdot\|_p$ 表示可选择的模或范式(norm)，一般有 L_1, L_2, L_∞ 三种不同的模。其中，$L_1=\min\sum_{j\in J}w_j|d_j-c_j|$，$L_2=\min\sum_{j\in J}w|d_j-c_j|^2$，$L_\infty=\min(\max\{w_j|d_j-c_j|:j\in J\})$，$w_j$ 表示权重。

组合优化问题反问题提出的十年以来，学者们的研究领域涉及到组合优化问题的方方面面，得到了一系列组合优化问题反问题的研究成果。综观这些研究成果，可以看出对组合优化问题反问题的研究，从研究思路上可以分为两种：一种是先统筹考虑组合优化问题反问题的通用模型，然后再套用这个模型解决具体问题。如，Ahuja 等[2]在整理汇编一些组合优化问题反问题应用的基础上，得到了求解一般反问题和线性规划问题反问题的算法。Ahuja 等[3]利用线性规划问题反问题的算法解决了网络流问题的反问题。Ahuja 等[4]又提出用组合优化算法来解 L_1 和 L_∞ 模下的网络流问题反问题，开辟了研究解决组合优化问题反问题的新途径。Jianzhong Zhang 等[5]用线性规划的方法提出了组合优化问题反问题在 L_1 和 L_∞ 模下的一般模型，讨论了模型的特性，使当前已研究过的多数组合优化问题反问题都能作为其特例得到很好的结果。另一种是对具体的有一定特殊性的问题进行有针对性的研究，提出相应的简洁的解决方案。如 Chao Yang[6,7]、Jianzhong Zhang[8~10]等对网络容量扩充问题的研究等。从研究方法上可以归纳为三类：第一类是用单纯形方法解 L_1, L_∞ 模下的一般线性规划问题反问题，因为线性规划问题反问题仍然是线

性规划问题;第二类用组合优化算法解一些特殊的组合优化问题反问题,通过一系列的变换,将组合优化问题反问题转变为某种组合优化问题,再利用已有的研究成果进行求解;第三类是用列生成法和椭球(Ellipsoid)算法[11]解某些线性规划问题。从研究内容上主要集中在一个方面,即所有的研究都集中在线性规划问题、最短路问题、最小费用流问题、容量扩充问题、最小支撑树问题、最大流和最小割问题、最小树形图问题、拟阵交集问题、匹配问题、指派问题等属于运筹学范畴的组合优化问题反问题。

由于组合优化问题的多样性以及对其反问题研究的迅速发展,本文中不可能概括全部的研究成果,只能概括地介绍一些典型问题研究的新进展、应用前景以及一些有代表性的研究方向。

2 基本组合优化问题反问题

2.1 线性规划问题反问题

线性规划问题反问题可以描述为:对给定线性规划

$$(LP)\quad \begin{aligned} &\min c^T x\\ &Ax=b\\ &x\geqslant 0\end{aligned}$$

及(LP)的一个可行解 X^0,选取一个向量 d,使 X^0 是

$$(\overline{LP})\quad \begin{aligned} &\min d^T x\\ &Ax=b\\ &x\geqslant 0\end{aligned}$$

的最优解,且使 $\|d-c\|$ 尽可能小。这里 $A\in R^{m\times n}$实矩阵,$c,d\in R^n,b\in R^m$

由于线性规划问题的解是一组离散的数据,许多面向实际应用的组合优化问题都能够用线性规划问题很好地描绘出来,都可以得到能够在计算机上实现的多项式算法或近似算法,因此,数学界和计算机界的学者都十分重视线性规划问题及其反问题的研究,开辟许多研究领域,取得了丰硕的研究成果。这些成果已成为研究一般组合优化问题反问题的基础并广泛地应用在对其它组合优化问题反问题的研究过程之中。对线性规划问题反问题的研究通常是利用线性规划问题的对偶原理,通过一系列的变化,使线性规划问题反问题转化为一般的线性规划问题,进而得到很好的解。Ahuja 等[2,3]、Jianzhong Zhang 等[5,12]、Ahuja 和 Orlin[13]、Chao Yang 等[14]、Siming Huang 等[15]分别讨论了 L_1,L_∞模下的线性规划问题反问题的一般形式和求解方法,得到在 L_1,L_∞模下的线性规划问题反问题仍然是线性规划问题的结论。由于组合优化问题大都可以用线性规划问题描述出来,因此,其反问题在 L_1、L_∞模下可以通过一系列的变换,转变为某个已知的有最优算法的组合优化问题,具有一定的通用性。

应用二次规划理论对 L_2 模下的线性规划问题反问题的研究也取得了可喜的成果。D. Burton 和 Ph. L. Toint[1]在论述交通网络中最短路的反问题及其算法时,引入了二次规划方法求解 L_2 模下的反问题。刁在筠等[16,17]讨论了一般线性规划问题反问题在 L_2 模下的性质,给出了一个解一般线性规划问题反问题的 $O(n^3L)$算法。同时研究了凸二次规划问题反问题的模型和求解方法。关秀翠等[18~20]讨论了 L_2 模下的一般线性规划问题反问题和一般线性规划问题的限制反问题(即某些费用向量不允许调整),取得了一些特殊情况下的线性规划问题反问题的研究成果,减少了计算量,提高了运行效率。

下一步我们可以进一步优化一般线性规划问题反问题的算法,使其能够方便地在计算机上应用和验证,同时对线性规划问题反问题的一些特例或带有一定限制性条件的反问题寻求简洁、快速的算法。

2.2 最短路问题反问题

网络 $N=(V,A,c)$中 $s-t$ 的有向最短路可以表示为:

$$Min\sum_{(ij)\in A}c_{ij}x_{ij}$$

$$s.t.\ -\sum_{j\in\alpha(i)}x_{ij}+\sum_{j\in\beta(i)}x_{ji}=\begin{cases}-1,i=s\\ 0,i\in V-\{s,t\}\\ 1,i=t\end{cases}$$

$$x_{ij}\geqslant 0,(ij)\in A$$

其中,$\alpha(i)=\{j\in V\mid(ij)\in A\},\beta(i)=\{j\in V\mid(ji)\in A\}$

其反问题为:设 P_0 是一条给定的网络 $N=(V,A,c)$中 $s-t$ 的路,定义:

$$x_{ij}^0=\begin{cases}1,若(ij)\in P_0\\ 0,其它\end{cases}$$

求一个向量 d,使 x_{ij}^0为

$$Min\sum_{(ij)\in A}d_{ij}x_{ij}$$

$$s.t.\ -\sum_{j\in\alpha(i)}x_{ij}+\sum_{j\in\beta(i)}x_{ji}=\begin{cases}-1,i=s\\ 0,i\in V-\{s,t\}\\ 1,i=t\end{cases}$$

$$x_{ij}\geqslant 0,(ij)\in A$$

的最优解,且 $\|d-c\|$ 最小。

最短路问题反问题是学者研究的第一个组合优化问题反问题,在组合优化问题反问题研究中有着特殊作用,对其研究也越来越深入细致。最短路问题反问题,常见于交通规划、现代物流、车辆调度等经济社会生活的诸多方面,这些问题的解决需要一定的理论支持,需要提供一个切实可行的能在计算机上实现的算法。例如,在交通规划中,要使给定的 A、B 两地间的路 P 变成费用最低的路,我们可以采用降低路 P 上的费用或增加非路 P 上的费用的方式来实现,但如何实现是一个值得研究的问题,在不同的模下有不同的解法。D. Burton 和 Ph. L. Toint[1]在讨论交通网络的过程中,率先提出最短路问题反问题及其算法,并引入了二次规划方法来求解 L_2 模下的反问题,开辟了计算机科学中研究应用反问题的先河,人们的研究便一发而不可收,逐步细化到了最短路问题反问题的各个细节。Burton 等[21]研究了线性相关费用(linearly correlated costs)的最短路问题反问题。Jianzhong Zhang 等[22]用列生成方法得出 L_1 模下的最短路问题反问题的解。Dial 等[23]研究了无环网络上的最短路问题反问题,给出了复杂性为 $O(m)$ 的多项式算法。

随后,人们的研究领域又扩展到了赋权的最短路问题,都得出了多项式算法,更加接近实际需要。Shaoji Xu 等[24]研究了赋权最短路问题反问题,将最短路问题反问题转变为最小费用流问题来求解的。Zhiquan Hu 等[25]利用得出的赋权最小树形图问题反问题的多项式算法,得到赋权的最短路问题反问题的最优解。Burton 等[26]又考虑了最短路的费用有上界的最短路问题反问题,并且证明了它是 NP 完全问题。Ahuja 等[4]用组合优化的方法,将 L_1 模下的单位权重的最短路问题(一个源点、一个终点)反问题转变为最短路问题,从而得到了比最小费用流更有效的算法(值得注意的是,这里不包含费用为负的圈,否则最短路问题将是 NP 完全问题);将 L_∞模下的单位权重的最短路问题反问题转换为最小平均圈(minimum mean cycle)问题,解最小平均圈问题的最好算法的复杂性为

$O(nm)$；将 L_∞ 模下的赋权最短路问题反问题转换为最小费用与时间比例圈(minimum cost-to-weigh ratio cycle)问题，解最小费用与时间比例圈问题的最好算法的复杂性为 $O(n^4\log n)$。Ahuja 和 Orlin[13]应用线性规划问题反问题在 L_1，L_∞ 模下仍然是线性规划问题的结论，得出 L_1 模下的最短路问题反问题，在单位权重下可以转换为最短路问题求解；在非单位权重下可以转换为最小费用流问题求解。

可以看出，学者们对最短路问题反问题的研究用尽了解组合优化问题反问题的两种思路和三种方法，涉及的领域也比较广，但我们今后还有很多工作可以做。比如，L_∞ 模下的最短路的费用有上界的最短路问题反问题、L_2 模下的单位权重和非单位权重的最短路问题反问题等，都有一定的应用背景，值得我们去深入研究。

2.3 最小费用流问题反问题

网络 $N=(V,A,c,d)$ 中由 s 到 t 的最小费用流可以表示为：

$$
\begin{aligned}
& Min \sum_{(ij)\in A} c_{ij}x_{ij} \\
s.t.\ & \sum_{j\in N^+(s)} x_{sj} - \sum_{j\in N^-(s)} x_{js} = v \\
& \sum_{j\in N^+(i)} x_{ij} - \sum_{j\in N^-(i)} x_{ji} = 0 \quad i\in V\backslash\{s,t\} \\
& \sum_{j\in N^+(t)} x_{tj} - \sum_{j\in N^-(t)} x_{jt} = -v \\
& 0\leqslant x_{ij}\leqslant b_{ij},(ij)\in A
\end{aligned}
$$

这里 $N^+(i)=\{j|j\in V,(ij)\in A\}$，$N^-(i)=\{j|j\in V,(ji)\in A\}$，$V,A,c,b$ 分别表示网络的顶点集、弧集、费用集和容量集，v 为给定的流值。

设 Q_0 是一个给定的网络 $N=(V,A,c,b)$ 中值为 v 的流。求一个向量 d，使 Q_0 为

$$
\begin{aligned}
& Min \sum_{(ij)\in A} d_{ij}x_{ij} \\
s.t.\ & \sum_{j\in N^+(s)} x_{sj} - \sum_{j\in N^-(s)} x_{js} = v \\
& \sum_{j\in N^+(i)} x_{ij} - \sum_{j\in N^-(i)} x_{ji} = 0 \quad i\in V\backslash\{s,t\} \\
& \sum_{j\in N^+(t)} x_{tj} - \sum_{j\in N^-(t)} x_{jt} = -v \\
& 0\leqslant x_{ij}\leqslant b_{ij},(ij)\in A
\end{aligned}
$$

的最优解，且 $\|d-c\|$ 最小。

最小费用流问题反问题一般见于有一个起点、一个终点、中间多条线路的诸如军队调运、物资传输、信息传递等网络传输或运输问题中，由于种种原因理论上的最优线路是行不通的，迫切需要通过调整费用系数来降低成本，使现实中的一条可行线路变成最优线路。如，目前进行的伊拉克战争中，美国可以通过海陆空多种渠道将部队部署到并进攻伊拉克，由于土耳其拒绝美国使用其领地部署北方战线，如何通过经济、外交等手段降低费用，降低多少，才能使现行的进攻线路成为最优线路，应该是美国军方重点考虑的问题之一。这正是最小费用流问题反问题的一个应用实例。

最小费用流问题是一个常用的组合优化问题，许多组合优化问题的反问题经过一系列变换后都可以变成最小费用流问题。而且最短路问题反问题和分配问题反问题又可以看作最小费用流问题反问题的一种特殊形式，因而对最小费用流问题反问题的研究有着非常重要的意义。通常情况下，对最小费用流问题反问题的研究是通过讨论一些通用的模型及算法，然后利用这些研究成果进而得到不同条件下的最小费用流问题反问题的解。Jianzhong Zhang 等[12]提出了一种解含有上下界约束的一般线性规划问题反问题的方法，并且把最小费用流问题反问题作为这种方法的一个特例，通过一系列线性规划转换，把最小费用流问题反问题转换为最小费用循环流(minimum cost circulation)问题，得到了强多项式算法。Jianzhong Zhang 等[5]应用组合优化问题反问题一般模型，得到了最小费用流问题反问题在 L_1 和 L_∞ 模下的强多项式算法。

由于单位权重的最小费用流问题反问题有一定的特殊性，许多学者又针对单位权重和非单位权重的最小费用流问题反问题进行了专门研究。其中，Ahuja 和 Orlin[13]的研究比较系统，得到很好的结果。结果显示，L_1 模下的最小费用流问题反问题，在单位权重下可以转换为单位容量的最小费用流问题求解，在非单位权重下可以转换为最小费用流问题求解；L_∞ 模下的最小费用流问题反问题，在单位权重下可以转换为最小平均圈问题求解，在非单位权重下可以转换为最小费用与时间比例圈问题求解。Ahuja 等[4]又用组合优化的方法，将 L_1 模下的单位权重的最小费用流问题反问题转换为单位容量循环流问题(unit capacity circulation problem)，解单位容量循环流问题的最好算法的复杂性为 $O(m(m+n\log n))$；将 L_∞ 模下的单位权重的最小费用流问题反问题转换为最小平均圈问题，解最小平均圈问题的最好算法的复杂性为 $O(nm)$；将 L_∞ 模下的赋权最小费用流问题反问题转换为最小费用与时间比例圈问题，解最小费用与时间比例圈问题的最好算法的复杂性为 $O(n^4\log n)$。

已有的研究往往集中在 L_1，L_∞ 模下的最小费用流问题反问题，至今尚未见到关于 L_2 模下的最小费用流问题反问题的研究报道，我们可以利用对 L_2 模下的一般线性规划问题反问题的求解方法，求 L_2 模下的最小费用流问题反问题。

3 网络容量扩充问题

随着研究的不断深入，组合优化问题反问题的研究范围得到了进一步的扩展，有了新的提法和研究方向。最近研究的一个热点问题是：给定一个组合优化问题和该问题目前还没有实现的目标值，如何以最经济的方式调整原问题的参数，使原问题在调整后的参数下的最优值超过或等于给定的目标值。为与通常定义下的反问题相区别，学者们一般将其称为“逆问题(reverse problem)”。网络容量扩充问题也称为瓶颈扩充问题，就属于这一类的组合优化问题逆问题。

网络容量的扩充可广泛应用于城市交通规划、通讯基础设施建设和城市改建、扩建等方面。如，随着业务规模的扩大或上网计算机数量的增加，已有的网络的通讯能力不能满足实际需要，需要对网络的通讯能力进行扩充和提高，如何扩充是一个相当复杂的问题，是网络规划设计中的一个重要内容，涉及到方方面面的工作，需要确定一个合理的解决方案，要运用系统工程的方法来科学、合理地制定这个方案。又如，远程会议、多媒体远程教育、电子商务、实时信息服务、视频点播、网络游戏等都是由一个或多个发送者传送给众多的被传送者，传送的过程中涉及带宽和时效问题，只有合理调整通讯带宽，才能保证实时效果，如何调整及调整多少是一个网络容量扩充问题。由此可见，网络容量的扩充问题有着广阔的应用前景，这方面的研究成果必将极大地推动科学与工程的发展，为重大工程决策提供可靠的科学依据。

Yang Chao 等[6]依据组合优化问题反问题的定义，研究了最大容量问题的反问题，给出了一般模型，分析了其与一般组合优化问题反问题不同的特征(最大容量问题反问题不保持向量的非递减性)，得出在 L_1 模下的最大容量问题反问题可以转换为赋权的最小割集问题(minimum weight cut set)，其算法复杂性不超过 $O(mQ)$(Q 为网络中孤立权的最大值)，并以最大容量路和容量树等问题作为实例，给出了的最大容量问题反问题的算法。

更多的研究是依据组合优化问题逆问题的定义来开展的。Chao Yang 等[7]研究了网络的带约束(容量扩充的费用函数是线性的且不含固定费用)的容量扩充问题，使任意两点的最大容量路的容量增加到最大值，而总费用在给定的预算范围之内。Jianzhong Zhang 等[9]则研究了如何增加集合 E 中的元素的容量，使一个给定的集合 E 的子集的容量增加到最大，而所需费用不超过预算，并把这个问题转换为求单变量参数的线性函数的最小权元素问题，给出了相应的算法。同时以最小支撑树为例，给出了容量扩充的强多项式算法。由于文[9]中得到的结果是某些条件下的多项式算法，且不是强多项式算法，所以 Jianzhong Zhang 等[10]又对容量扩充问题进行了进一步的研究，改进了文[9]的研究成果，通过将二分查找算法与 Radzik 的方法结合，使得到某一个 r^* 仅需进行 $O(n^2\log^2 n)$次比较，从而优化了文[9]中的 $O(\log M)$次比较的算法($M=\max\{n,B,c_1,\cdots,c_n,w_1,\cdots,w_n\}$，$n=|E|$)。同时证明了如果对任一确定的 r^* 都有一个强多项式算法，那么容量扩充问题也有一个强多项式算法，并讨论了容量和最大(即，目标函数为容量的和最大)的容量扩充问题和双瓶颈问题(即，每个边上的容量扩充费用不超过一个给定预算值，即将约束条件由 $\sum_{e\in E} w_e(x_e-c_e)\leqslant B$ 改为 $\max_{e\in E} w_e(x_e-c_e)\leqslant B$)两种特殊情况的容量扩充问题。

我们一直关注网络的容量扩充问题。在文[27]中讨论了网络中路径的容量、两点间的容量和网络的容量，首次提出了网络整体容量的概念，利用求最小费用支撑树的方法，得到了无向网络的最大容量算法。以 Prim 算法为核心，得到了在约束条件含有固定费用的网络中，给定容量 r 求最小投资的容量扩充的多项式算法；并运用网络规划的方法，巧妙地利用了事先给定的容量扩充的最小值 ε(即网络容量扩充的最小单位)，攻克了因约束条件中含有固定费用而造成的约束条件分段连续，不能使用一般的容量扩充方法的难点，给出了给定投资 D 求最大容量的容量扩充的递归算法。在文[28]中又给出了无向网络容量扩充中经常遇到的几种特例的相应的多项式算法。在文[29]中利用最大容量路和最大容量树形图的方法得到有向网络的最大容量算法。对 Zhu Yongjin 等[30]的算法进行简化，得到了求以 s 为根的最小费用树形图算法，并以此算法为基础，求出了给定容量 r，求最小投资的算法；同时运用 Megiddo[31]提出的推理目标函数的组合优化方法，求出了含有容量参数的有向网络在某一特定区间的最小费用树形图，从而解决了约束条件含有固定费用的有向网络容量扩充问题，得到了强多项式算法，解决了含有容量参数的有向网络容量扩充问题，为解决含有时间等其它参数的网络容量扩充问题提供了经验。

许多学者还依据不同的网络特性对网络容量扩充问题进行了研究。Jianzhong Zhang 等[5]应用组合优化问题反问题一般模型，得到了诸如支撑树问题、二分图的指派问题、无向图的完美匹配问题、两点间路的问题等瓶颈问题在 L_1 和 L_∞ 模下的强多项式算法。

由于基于不同网络特性，其容量扩充的性质也不同，因此容量扩充问题与其它组合优化问题反问题具有不同的特点，需要一一进行研究。尽管目前已经研究了一般情况下无向网络、有向网络的容量扩充问题反问题，但对于树形图、二分图、完美图等具体的网络还应该有更好的算法，需要我们进一步的研究。

结束语 除以上论述的线性规划问题反问题、最短路问题反问题、最小费用流问题反问题和网络容量扩充问题外，学者们还对最小支撑树问题反问题[5,32~35]、匹配问题反问题[5,11,12,15,36,37]、指派问题反问题[4]、最大流与最小割问题反问题[4,38~40]、对称的运输问题反问题[36,41,42]和最小树形图问题反问题[25]进行了研究，有兴趣的读者可以去学习参考。

由于存在组合优化问题，就存在相应的反问题，并且反问题还存在不同的模，因此组合优化问题反问题还有很多可进一步研究的内容。有兴趣的读者可以研究不同的组合优化问题的反问题，进一步完善组合优化问题反问题在不同模下的解；可以提出 L_1，L_∞，L_2 以外的新模，并进行研究；也可以从实际应用需要出发，提出相应的数学模型，借助已有的研究成果，得到新问题的解。

组合优化问题反问题有着广泛的应用前景，从实际应用的角度出发，建议读者多归纳一些组合优化问题和实际需要解决问题，尽量提供一些可供编程的强多项式算法或近似算法，建立决策支持软件包。

参考文献

1 Burton D, Toint P L. On an instance of the inverse shortest paths problem. Mathematical Programming, 1992, 53: 45～61

2 Ahuja R K, Orlin J B. Inverse optimization, part 1: linear programming and general problem. Working paper, Sloan School of Management, MIT, Cambridge, MA. 1998

3 Ahuja R K, Orlin J B. Inverse optimization, part 2: network flow problem. Working paper, Sloan School of Management, MIT, Cambridge, MA. 1998

4 Ahuja R K, Orlin J B. Combinatorial algorithms for inverse network flow problems

5 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong. A general model of some inverse combinatorial optimization problems and its solution method under l_∞ norm. Journal of Combinatorial Optimization, 2002, 6: 207～222

6 Yang Chao, Zhang Jianzhong. Inverse maximum capacity problems. OR Spektrum, 1998, 20: 97～100

7 Yang Chao, Zhang Jianzhong. A constrained capacity expansion problem on networks. Intern. J. Computer Math., 1998, 70: 19～33

8 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong. Some reverse location problems. European Journal of Operations Research, 2000, 124: 77～88

9 Zhang Jianzhong, Yang Chao, Lin Yixun. A class of bottleneck expansion problem. Computers and Operations Research, 2001, 28: 505～519

10 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong. An oracle strongly polynomial algorithm for bottleneck expansion problems. Optimization Methods and Software, 2002, 17(1): 61～75

11 Papadimitriou C H, Steiglitz K. Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity, Prentice-Hall, 1982

12 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong. Calculating some inverse linear programming problems. Journal of Computational and Mathematics, 1996, 72: 261～273

13 Ahuja R K, Orlin J B. Inverse optimization. Operations Research,

2001,49(5):771～783
14 Yang Chao, Zhang Jianzhong. Two general methods for inverse optimization problems. Applied Mathematics Letters, 1999, 12:69～72
15 Huang Siming, Liu Zhenhong. On the problem of k-matching of bipartite graph. (to appear)
16 刁在筠,戎晓霞. 解一般性线性规划逆问题的一个 O(n^3L)算法. 山东大学学报,1998,(4)64～72
17 丁在筠,丁梅. 凸二次规划问题逆问题的模型与解法. 运筹学学报,2000,4(4):88～94
18 关秀翠,刁在筠. 求解一般线性规划逆问题的预校正内点法. 山东大学学报(自然科学版),2000,35(1):24～30
19 关秀翠,刁在筠. 一般线性规划问题的限制逆问题. 运筹与管理,2000,9(3):8～13
20 关秀翠. 关于一般线性规划逆问题的一种简化. 运筹与管理,2002,11(2):35～40
21 Burton D, Toint P L. On the use of an inverse shortest paths problem for recovering linearly correlated costs. Mathematical Programming, 1994, 63:1～22
22 Zhang Jianzhong, Ma Zhongfan, Yang Chao. A column generation method for inverse shortest path problem. ZOR-Mathematical Methods of Operations Research, 1995, 41:347～358
23 Dial B. Minimum-revenue congestion pricing, Part 1: A fast algorithm for the single-origin case: [Technical Report]. The Volpe National Transportation Systems Center, Kendall Sqare, Cambridge, MA 02142
24 Xu Shaoji, Zhang Jianzhong. An inverse problem of the weighted shortest path problem. Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 1995, 12:47～59
25 Hu Zhiquan, Liu Zhenhong. A strongly polynomial algorithm for the inverse shortest arborescence problem. Discrete Applied Mathematics, 1998, 82:135～154
26 Burton D, Pulleyblank B, Toint P. The inverse shortest problem with upper bounds on shortest path costs. Lecture Notes in Economics and Mathematical System, 1997, 450:156～171
27 王洪国,马绍汉. 关于无向网络的容量扩充问题. 山东大学学报,2000,35(4):418～425
28 王洪国,马绍汉. 无向网络容量扩充的几个特例. 山东大学学报,2001,36(1):117～120
29 王洪国,马绍汉. 关于有向网络的容量扩充问题. 高校应用数学学报A辑,2001,16(4):471～480
30 Zhu Yongjin, Liu Zhenhong. The shortest arborescence of a directed graph, Sci. Sinica14, 1965. 1394～1400
31 Megiddo N. Combinatorial optimization with rational objective functions. Mathematics of Operations Research, 1979, 4(4):414～425
32 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong, Ma Zhongfan. On the inverse problem of minimum spanning tree with partition constr-ains. Mathematical Methods of Operations Research, 1996, 44:171～187
33 Zhang Jianzhong, Xu Shaoji, Ma Zhongfan. An algorithm for inverse minimum spanning tree problem. Optimization Methods and Software, 1997, 8:69～84
34 Sokkalingam P T, Ahuia R K. Orlin J B. Solving inverse spanning tree problems through network flow techniques. Operations Research, 1999, 47(2):291～298
35 Ahuia R K, Orlin J B. A faster algorithm for the inverse spanning tree problem. Journal of Algorithms, 2000, 34(1):177～193
36 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong, Ma Zhongfan. The inverse fractional matching problem. Journal of the Australian Mathematical Society, Series B. Applied Mathematics, 1999, 40(4):484～496
37 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong. On inverse problem of maximum matching. (to appear in Optimization)
38 Yang C, Zhong J, Ma Z. Inverse maximum flow and minimum cut problems. optimization. 1997, 40:147～170
39 Zhang J, Cai M C. Inverse problem of minimum cuts. Mathematical Methods of Operations Research, 1998, 47(1)
40 杨锦,谢政. 最大流问题的逆问题. 数学理论与应用,2000,20(3):45～49
41 王洪国,马绍汉. 对称的运输问题及其逆问题. 经济数学,1999,16(4):45～53
42 Zhang Jianzhong, Liu Zhenhong, Ma Zhongfan. An algorithm for ratio cycle and its applications. (report)

(上接第8页)

在大网络中,我们采用 18×12 的网格结构,网络中共有 216 个节点。同样,要对仿真平台上的生物实体和仿真器进行初始化配置。初始条件下,网络中能向用户提供 Web 页的 9 个生物实体分布在不同的节点上。然后,仿真器开始运行,随机地产生服务请求,网络中的节点上用户向其它生物实体发出使用 Web 页的服务请求,这些生物实体向较近的服务请求迁移,它们相互作用形成超级实体,向用户提供服务。在第 22425 仿真周期时中断仿真,此时整个网络中生存 28 个生物实体,死亡了 56 个生物实体。这是因为网络中用户请求较少时,生物实体不断在网络中迁移并且不提供服务,消耗了它自身的能量,以至于死亡。而当服务请求较多时,超级实体中的生物实体通过复制/再生行为提供相同的服务。根据网络中生物实体数量及迁移仿真可以看出,若用户请求增多,则生物实体迁移频繁;而当向用户提供服务后,网络中请求减少时,生物实体迁移减少。并且,我们也计算了等待时间、跳跃次数、获取和消耗的能量等性能指标,其结果也可说明生物实体在网络中相互作用形成超级实体,并实现服务突现。

另外,我们还进行了生物实体各种工作模式的组合,通过仿真实验验证了所构建的互联耦合免疫网络突现计算模型能满足服务请求者的需求,从而也验证了以上所设计的网络突现计算模型能反映生物网络的自扩充性、自适应性以及进化能力等特点。

结语 本文基于互联耦合免疫网络学说构建和实现了生物网络结构中的一种网络突现服务模型。该模型可实现根据用户的请求,通过生物实体相互作用形成超级实体,或进一步形成超级实体网络,来自组织地提供服务。通过生物仿真平台上的 Web 信息检索实验验证了所构建的突现计算模型能满足服务请求者的需求。该模型具有通用性,可适合于其它大规模复杂环境下突现计算的应用领域。

生物网络中的许多特性能满足未来 Internet 网络的服务进化、自适应和安全等特性,进一步工作是继续研究其它生物网络计算模型,拓展这些模型的应用领域,并付之实际应用。

参考文献

1 丁永生,任立红. 人工免疫系统:理论与应用. 模式识别与人工智能,2000,13(1): 52～59
2 Jerne N K. Towards a network theroy of the immune system. Annual Immunology, 1974, 125C: 373～389
3 林飞卿,余传霖等编著. 医学基础免疫学. 上海:上海医科大学出版社,1995
4 丁永生,任立红. 一种基于免疫突现计算的生物网络结构的设计. 控制与决策,2002,18(2)
5 任立红,丁永生. 一种新颖的基于生态网络计算的网络仿真平台. 系统仿真学报,2002,14(11): 1497～1499,1503