

可减少模型简化误差的边折叠简化算法及应用^{*}

王 健 何明一

(西北工业大学 陕西省信息获取与处理重点实验室 西安710072)

摘 要 基于三角形网格边折叠简化思想,提出一种基于边顶点重要度简化算法,简化算法能有效保持模型局部特征,减小简化模型和原始模型之间的误差;采用一种改进的三角形网格数据结构,利用二叉树对顶点重要度进行快速排序并记录三角形合并关系,得到所需分辨率下的近似网格模型。数据结构具有层次清楚、操作简单、可扩充性等特点,能有效支持多分辨率简化与快速可视化。

关键词 网格简化,边折叠,重要度,细分,多分辨率

A New Algorithm for Mesh Simplification Based on the Importance of the Vertex

WANG Jian HE Ming-Yi

(Shanxi Key Lab of Information Acquisition and Processing, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract We propose a mesh simplification algorithm based on the importance of the vertex of edge. This algorithm can measure geometric error for surface features. We adopt a kind of data structure--an array structure. During the processing of the mesh simplification, a binary tree is adopted to achieve quick sort. Test demonstrates that this algorithm is simple and efficient; the simplification models have smaller geometric errors than previous works.

Keywords Mesh simplification, Edge collapse, Importance, Subdivision, LOD(level of detail)

1 引言

随着三维信息获取技术的发展,三维数据获取和建模后得到的三维网格量变得巨大,为满足计算机分析、显示与存储的要求,必须研究大规模网格数据简化算法。近年来提出了许多不同的网格简化算法,主要有基于点的删除算法^[1,2];基于三角形的删除算法^[3];基于边合并的边折叠算法^[4,6]。其中,边折叠简化算法在多边形网格相关处理中得到广泛应用。如生成累进网格并可以获得连续细节层次的网格模型^[6]。

边折叠简化是 Hoppe 提出的一种三角网格优化方法。算法采用一种三重循环算法使模型全局能量最小,包括通过边删除、边分裂以及边交换对网格拓扑进行优化,使得全局能量最优^[5,6]。1997年 Garland 提出基于二次误差的方法进行边折叠简化,利用最小二乘法求解代表顶点并和折叠边两端顶点进行比较,从中选取最优的折叠边简化顶点^[4]。

本文根据边折叠简化算法,提出一种基于边顶点重要度的边折叠简化算法,算法能有效保持模型局部特征,减小简化模型和原始模型之间的误差,采用一种改进的三角网格数据结构并生成了多分辨率模型。

2 边折叠算法^[5]

边折叠操作的基本思想是每次选择多边形一条边 (p_i, p_j) 进行折叠并用单一顶点 p 替代,每次可从原始网格 M_0 中删除一个顶点、三条边、两个三角形。

3 算法描述

3.1 基本概念

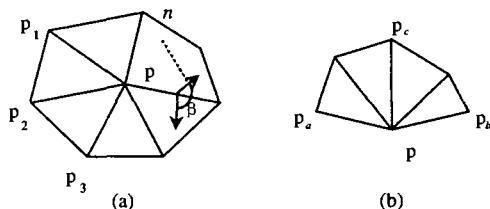


图1 点 p 的星型邻域 $Star(p)$

定义1 如图1(a)所示,在空间三角形网格中,所有与点 p 有直线相连的顶点 p_i 组成的局部区域我们称为点 p 的星型邻域。

对于图1(b)由 $pp_i \Delta p_i p_j$ 组成三角形区域,我们称为点 p 的半星型邻域。我们将以上两种情况统称为 $Star(p)$ 。其中,点 p 及其星型邻域顶点 p_i 所连接的边 (p, p_i) 称为邻域边,边 (p, p_i) 所在两个邻域三角形法向量之间的夹角称为邻域边三角形所夹的二面角 β_i 。

定义2 若存在一平面 $A(Star(p))$,使得点 p 的所有邻域点 p_i 到此平面的距离和最小那么我们称 $A(Star(p))$ 为点 p 的星型邻域平面。

3.2 顶点重要度计算

根据模型简化原则,简化时应先去掉模型表面细小的细节,在平坦区域用较少的多边形表示,粗糙区域用较多的多边形表示。Hoppe 采用求解能量函数选择删除边,但是,该算法简化过程时间太长,较难在实时多分辨率简化中采用^[5,6]。基于以上启发式准则,根据 Hoppe 边折叠思想,提出一种基于边顶点重要度的简化方法,即:通过待合并顶点的邻域边长度、邻域边三角形所夹的二面角以及待合并顶点到其星型邻

^{*} 本文得到国家自然科学基金(编号60172040)及国家863计划(编号2001AA131022)资助。王 健 博士研究生,研究方向是三维信息可视化。何明一 教授,博士生导师,研究方向为三维信息获取与处理等。

域平面的距离计算作为边折叠代价,建立边折叠优先队列。(这里先考虑边为内边的情况,对于边界边的情况参见4.2节)。

我们知道,在三维欧氏空间内,单位法向量为 n 且过点 p_i 的三角形平面方程及其二次误差矩阵 $Q^{[4]}$ 以及点 p_i 到平面的距离平方分别为:

$$n \cdot p_i + d = 0 \quad (1)$$

$$Q = (A, b, c) = (nn^T, dn, d^2) \quad (2)$$

$$Q(p_i) = p_i^T n n^T p_i + 2dn^T p_i + d^2 \quad (3)$$

同理,单位法向量为 n_{star} 的星型邻域平面二次误差矩阵为 Q_{star} ,点 p_i 到星型邻域平面的距离平方为 $Q_{star}(p_i)$ 。

设顶点 p_i 与邻域点 p_j 长度平方为 $\|p_i - p_j\|^2$ (p_i, p_j 为边 (p_i, p_j) 的顶点向量),则:

$$\|p_i - p_j\|^2 = p_i^T p_i - 2p_i^T p_j + p_j^T p_j \quad (4)$$

根据式(3)(4),对于点 p_i 我们可以定义一个新的二次误差矩阵 Q_i :

$$Q_i = (A_i, b_i, c_i) = (I, -p_i, p_i^T p_i) \quad (5)$$

那么点 p_i 到点 p_j 的距离平方为 $Q_i(p_j)$ 。所以,根据以上计算我们可以定义边顶点 p_i 的重要度为:

定义3 设边顶点 p_i 到其 n 个星型邻域边 (p_i, p_j) 长度平方为 $Q_i(p_j)$,边 (p_i, p_j) 所在的三角形夹的二面角为 β_j ,点 p_i 到其星型邻域的平面的距离平方为 $Q_{star}(p_i)$,则顶点 p_i 的重要度定义为:

$$IMP(p_i) = \left(\sum_{j=0}^{n-1} Q_i(p_j) \times \beta_j \right) \times Q_{star}(p_i) \quad (6)$$

由式(6)可知,顶点重要度较好地反映了三维模型的特征,因为模型的边长反映了模型局部特征,删除一条较短的边对总体几何形状的影响会比较小;模型的边所夹的二面角又反映了边所在区域的尖锐程度,邻域面所夹的二面角越大,表示模型越尖锐;顶点到其星型邻域的平面的距离平方同时又反映模型表面的平坦程度,距离越大,表示模型越不平坦。总之,基于边顶点重要度定义较好地考察了折叠边所在的局部区域的几何特性,给三角形的各边加权的方法在计算上也更简单。

3.3 简化顶点位置的确定

边折叠算法的另一个核心问题是简化顶点位置确定。简化顶点位置最好能够保持模型的几何特征,文[4]采用的解决方案为:将一个原始点作为简化顶点;在折叠边上选择最终折叠点;在空间中利用解二次误差矩阵计算简化顶点。我们知

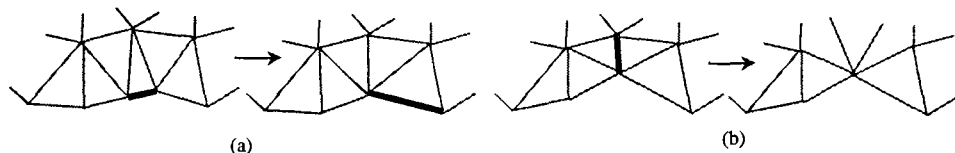


图2 对模型边界的不同处理策略

4.3 模型简化误差

为了说明本算法简化误差,我们采用文[8]介绍的简化平均误差评估准则,给定点 P 和模型表面 S ,则点 P 到模型表面 S 的距离为 $e(P, S)$:

$$e(P, S) = \min d(P, P') \quad P' \in S \quad (7)$$

则定义模型简化的平均误差为:

$$E_w(S_1, S_2) = \frac{1}{|S_1|} \int_{S_1} e(P, S_2) dS \quad (8)$$

5 试验结果

根据本文算法,利用 VC++ 6.0 和 OpenGL 编程,对斯坦

道,描述模型表面的三角形网格是一种逐段线型逼近表示方法,它具有任意的形状和尺寸。由于蝶形模式是 C^1 连续的三角形内插算法,可生成一个光滑的表面^[7],因此我们利用蝶形算法8点模板对顶点权值进行累加确定边折叠新顶点。

4 算法实现的相关问题

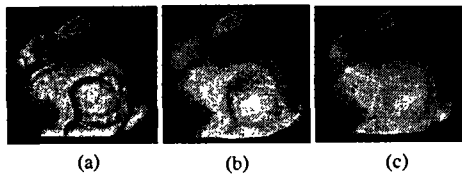
4.1 改进的三角网格数据结构

数据结构对算法实现效率具有重要影响,使用太简单的数据结构表示整个模型,就不可能快速在各几何要素之间进行访问;使用太复杂的数据结构,每次简化操作后对数据结构调整需要大量时间开销。本算法采用了一种队列形式的组织结构,首先设置通用队列,它含有队列操作的一般功能(例如,数据元素读取、获得大小、删除元素、添加元素等);其次,在通用队列基础上,按照三角网格的各种数据种类,设置了点队列、边队列、面队列,并针对各个队列特点设置了相应操作(例如,对每个三角形及其顶点来说,利用队列结构,不仅可以快速获取顶点的坐标信息,而且可以获取各顶点或者三角形的邻域顶点、邻域三角形等信息);最后,如果需要研究带属性的三角网格简化问题,我们可方便地将基本队列扩充为材质队列、纹理队列或颜色队列,并含有相应的各种操作。此外,算法在进行重要度计算过程中,利用二叉树的快速排序功预先对每个节点进行重要度排序,建立一棵二叉树;为提高简化速度,算法每次循环都不需要重新计算每一条边重要度,只是在删除边后局部更新与删除顶点相邻的三角形权值,删除最小的叶节点,随后根据重要度的变化局部调整树的结构,完成边折叠操作,达到简化的目的。

4.2 模型边界拓扑结构的保持

在三维模型简化过程中,如果不考虑模型边界情况会造成模型边界拓扑结构的改变,此外,边界也不满足蝶形细分模板。为保持模型拓扑结构,必须根据折叠边的不同情况采取不同处理策略进行简化。对于折叠边恰好是边界边的情况,新顶点可以取折叠边两顶点重要度最大的点,如图2(a)所示。但是,如何利用式(6)对边界边的顶点重要度进行考察,必须得到边界边所夹的二面角的大小,这里我们令边界边所夹的二面角为90度,对边界边顶点进行加权,相应提高了边界边的顶点重要度,达到了边界保持的目的。对于折叠边中只有一个端点为边界点的情况,进行边折叠时,新顶点取边界点,如图2(b)所示。模型边界保持方法将边界边和内部边处理方法进行了统一,方法既简单易行,又保持了模型边界特征。

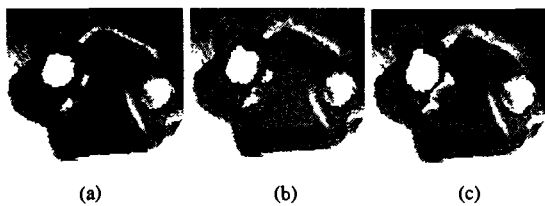
福大学提供的兔子和互联网得到的直升机三维模型进行网格简化,建立多分辨率模型。图3是兔子模型简化效果,即使简化到0.5%的情况下基本特征得到保持;图4兔子模型边界保持和不保持简化结果,可以看出本文算法对模型边界保持较好。图5(b)是对直升机模型利用文[4]三种方案中选取误差最小的点,图5(c)是本文简化算法的简化效果,图6是两种算法平均几何误差对比图。从图5、图6中我们可以看到:在进行少量简化时(如减少到3000个面),由于简化数量较小,两种算法平均几何误差相差不大;随着简化规模的加大(如减少到2500个面),本文算法相对于文[4]算法平均几何误差减少了;当简化



(a)原始模型 35947 个顶点/69451 个面

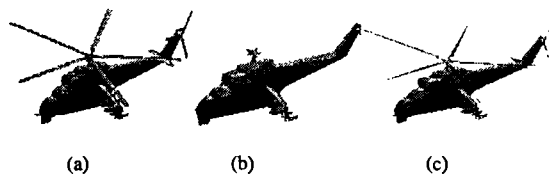
(b)简化后 254 个顶点/512 个面 (c)简化后 164 个顶点/359 个面

图3 兔子模型简化实例



(a)原始模型 (b)模型简化保持边界 (c)模型简化没有保持边界

图4 兔子模型边界保持和边界不保持简化效果对比



(a)原始模型 3700 个面 (b)文献[5]算法效果 (c)本文算法效果

图5 直升机模型简化效果对比图(简化到474个面)

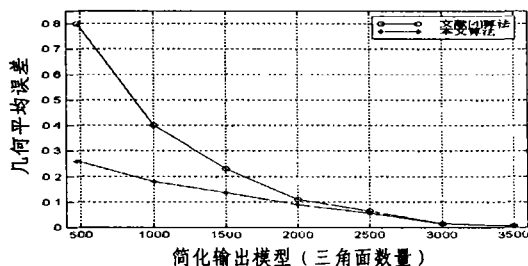


图6 直升机模型简化本文算法和文[4]误差对比图

到474个面时,效果更加明显,不仅误差相对减小,而且本文算法较好地保持了直升机细长的螺旋桨特征。分析以上原因,主要是文[4]采用的是一种距离矩阵度量方法,而本文算法是对三角网格特性一种较好的描述,算法既考虑模型距离测度及边长对模型局部特征的反映,又考虑边所在局部区域的尖锐程度及平坦程度,在直升螺旋桨处的顶点具有较小的距离测度,但却有较大的尖锐程度,所以算法较好地保持了模型的几何特征。

结论 本文提出了一种基于边顶点重要度的简化算法,算法较好地保持了模型的几何特征,具有较高的近似精度,采用一种改进三角形网格数据结构,实验证明数据结构具有层次清楚、简化速度快、具有扩充性、能有效支持多分辨率简化等特点。

参考文献

- 1 Cohen J, et al. Simplification envelopes [J]. Computer Graphics (SIGGRAPH '96 Proc.), 1996. 119~128
- 2 Sana E J, Varshney A. Controlled simplification of genus for polygonal models [J]. In: IEEE Visualization 97 Conf. Proc. 1997. 403~410
- 3 Kalvin A D, Taylor R H. Surfaces: Polygonal mesh simplification with bounded error [J]. IEEE Computer Graphics and Appl. 1996, 16: 3
- 4 Garland M, Heckbert P S. Surface Simplification Using Quadric Error Metrics [J]. Computer Graphics (SIGGRAPH '97 Proc.), 209~216
- 5 Hoppe, Hugues. Progressive meshes [J], Computer Graphics (SIGGRAPH Proceedings), 1996. 99~108
- 6 Hoppe, Hugues, Rose T D, Duchamp T, et al. Mesh Optimization [J], Computer Graphics (SIGGRAPH '93 Proc.), 1993. 19~26
- 7 Dyn N, Levid D, Gregory JA. A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control [J]. ACM Transaction on Graphics, 1990, 9(2): 160~169
- 8 Cignoni, et al. Metro: Measuring Error on Simplified Surfaces [J]. Computer Graphics Forum, 1998, 17(2): 167~174

(上接第135页)

- 4 贾天旭,郑南宁. 基于 Bubble 小波的多尺度边缘提取. 电子学报, 1995, 24(4): 117~122
- 5 魏海,沈兰荪. 反对称双正交小波应用于多尺度边缘提取的研究. 电子学报, 2002, 30(3): 313~316
- 6 章国宝,叶桦,等. 基于正交小波变换的多尺度边缘提取. 中国图像图形学报, 1998, 3(8): 651~654
- 7 官武鹏,王永仲,等. 用 B 样条小波进行图像的多尺度边缘检测, 2000, 22(4): 15~22
- 8 解梅,顾德仁. 使用小波变换的图像边缘检测算法. 电子科技大学学报, 1996, 25(4): 353~356
- 9 徐琼. 边缘检测梯度法的小波实现. 四川轻化工学院学报, 1998, 11(2): 11~14

- 10 Rosenfeld A. A nonlinear edge detection technique. Proc IEEE, 1970, 5: 814~816
- 11 Rosenfeld A, Lee Y H, et al. Edge and curve detection for visual scene analysis. IEEE Trans. Computation, 1971, 5(20): 562~569
- 12 Sadler B M. Analysis of Multiscale Products for Step Detection and estimation. IEEE Trans on Info. Theory, 1999, 45(3): 1043~1051
- 13 Zhang L, Bao P. Edge detection by scale multiplication in wavelet domain. Pattern Recognition Letters, 2002, 23: 1771~1784
- 14 Abdou I E, Pratt W K. Quantitative design and evaluation of enhancement/thresholding edge detectors. IEEE Proc, 1979, 67: 753~763