

# 基于小波多尺度积的边缘检测算法

杨丹<sup>1</sup> 张小洪<sup>2</sup>

(重庆大学软件学院<sup>1</sup> 重庆大学数理学院应用数学系<sup>2</sup> 重庆400044)

**摘要** 在分析小波变换对噪声和边缘点影响规律的基础上,结合多尺度乘积的特性,提出了一种基于小波变换的多尺度乘积边缘检测新算法。通过边缘检测性能评测计算和实验验证表明,该算法能有效增强边缘、抑制噪声,且定位精度高。

**关键词** 边缘检测,小波变换,多尺度积

## Edge Detection Algorithm Based on Wavelet Multiscale Product

YANG Dan<sup>1</sup> ZHANG Xiao-Hong<sup>2</sup>

(Faculty of Software Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044)<sup>1</sup>

(College of Mathematical and Physical Science, Chongqing University, Chongqing 400044)<sup>2</sup>

**Abstract** By analyzing the effects of wavelet on the signal and noise regularity, a new edge detect algorithm based on wavelet multiscale product is explored. Both the quantitative result of the performance evaluation computation for the algorithm and experiments show that the proposed algorithm has the advantages of enhancing edge, suppressing noise, and highly location accuracy.

**Keywords** Edge detection, Wavelet transform, Multiscale product

## 1 前言

边缘检测技术与算法被广泛应用于图像分割、视觉匹配等领域,是图像理解、分析和图像识别的基础性课题之一,在图像分析和识别领域中也颇受研究者关注,其中基于多尺度的边缘检测算法是近年来研究的热点。多尺度边缘检测算法在 Canny 算法<sup>[1]</sup>中首先得到运用,但受算法本身的限制,它的各个尺度的信息难以得到综合应用。继而 Mallat<sup>[2,3]</sup>把小波变换运用于多尺度边缘检测之中,并证明小波变换的模极大值等价 Canny 算法中的局部极大值,他们还利用各个尺度的信息,从而充分利用了多尺度边缘检测的特性。其它研究主要集中在两个方面,一是小波基的选择,如 Bubble 小波<sup>[4]</sup>、反对称双正交小波<sup>[5]</sup>、正交二进小波<sup>[6]</sup>、B 样条小波<sup>[7]</sup>等;二是针对如何更有效地利用各个尺度的信息,提出各种改进算法,如二进尺度下图像小波变换局部极大值的检测提取图像边缘特征<sup>[8]</sup>,边缘梯度法的小波实现<sup>[9]</sup>。本文通过分析发现,在利用多尺度信息中,多尺度乘积不失为一种有效方法。多尺度乘积在小波分析出现之前就由 Rosenfeld<sup>[10,11]</sup>提出, Brian<sup>[12]</sup>也从概率分布的角度研究了多尺度积边缘检测性能。本文在分析总结小波变换对噪声和边缘点检测影响的基础上,结合多尺度乘积思想提出了一种有效的小波变换边缘检测新算法,验证了其性能并进行了实验对比分析。

## 2 多尺度边缘检测与小波变换多尺度积

边缘定义为图像中亮度的峰变点,但并非所有的图像峰变点一定是边缘,如正常图像的纹理就是非边缘的亮度峰变点。因此,有必要在不同条件(尺度)下对边缘加以检测。

设  $f(x)$  为一维信号,  $\Psi(x)$ ,  $\phi(x)$  分别为小波函数和尺度函数,

$$W_{2^l} f(x) = f * \Psi_{2^l}(x), S_{2^l}(x) = f * \phi_{2^l}(x)$$

分别为  $f(x)$  在尺度  $2^l$  下的小波变换和平滑滤波,其中  $*$  表示卷积。

$f(x)$  关于  $\Psi(x)$  的小波变换可看作  $f(x)$  与  $\Psi(x)$  对应的平滑函数之卷积关于尺度的导数。当尺度较大时,信号与平滑函数的卷积可消去信号中较小的变化,仅检测出较大的变化点,这正好对应小波分解中对低频信号的检测,此时对噪声不敏感;反之亦然。因此,对于不同大小的尺度值,可以得到不同尺度下的剧变点,这就是多尺度边缘检测的基本原理,即相当于小波分解后对不同频带的信号进行检测。

同理,设  $f(x, y)$  为二维图像,  $\phi(x, y)$  为二维尺度函数,则二维小波函数为

$$\Psi^x(x, y) = \partial \phi(x, y) / \partial x; \Psi^y(x, y) = \partial \phi(x, y) / \partial y;$$

$$f(x, y) \text{ 在 } x \text{ 和 } y \text{ 方向上小波变换分别为}$$

$$W_{2^l}^x f = W_{2^l}^x f(x, y) = f * \Psi_{2^l}^x(x, y), W_{2^l}^y f(x, y) = f * \Psi_{2^l}^y(x, y)$$

关于小波变换的详细分析可参见 Mallat<sup>[2,3]</sup>。

**定义1** 对  $f(x)$  做  $J$  级小波变换,则在  $x$  点的一维多尺度积为

$$p_A(x) = \prod_{j=1}^J W_{2^j} f(x) \quad (1)$$

**定义2** 对  $f(x, y)$  做  $J$  级小波变换,在点  $(x, y)$  的关于  $x$  和  $y$  方向上二维多尺度积分别表示为:

$$p_{2^l}^x(x, y) = \prod_{j=1}^J W_{2^j}^x f(x, y), p_{2^l}^y(x, y) = \prod_{j=1}^J W_{2^j}^y f(x, y) \quad (2)$$

**引理1<sup>[5]</sup>** 设小波  $\Psi(x)$  连续可导、实值,具有紧支集,  $\Psi^1, \Psi^2$  分别是  $\Psi(x)$  的一阶和二阶导数,  $n(x)$  是方差为  $\sigma^2$  高斯白噪声,  $E(\|Wn(s, x)\|^2)$  是  $n(x)$  的小波变换的期望值,  $d$  是

杨丹 博士,教授,主要从事科学与工程计算、计算机图像处理、软件工程及应用研究。张小洪 硕士,主要从事小波分析,计算机图像处理及计算机视觉研究。

在尺度  $s$  上的  $n(x)$  小波变换模的平均密度, 则有

$$E(\|Wn(s, x)\|^2) = \|\Psi\|^2 \sigma^2 / s \text{ 和 } d_s = \frac{1}{s\pi} \left( \frac{\|\Psi^2\|}{2\|\Psi^1\|} + \frac{\|\Psi^1\|}{\|\Psi\|} \right) \quad (3)$$

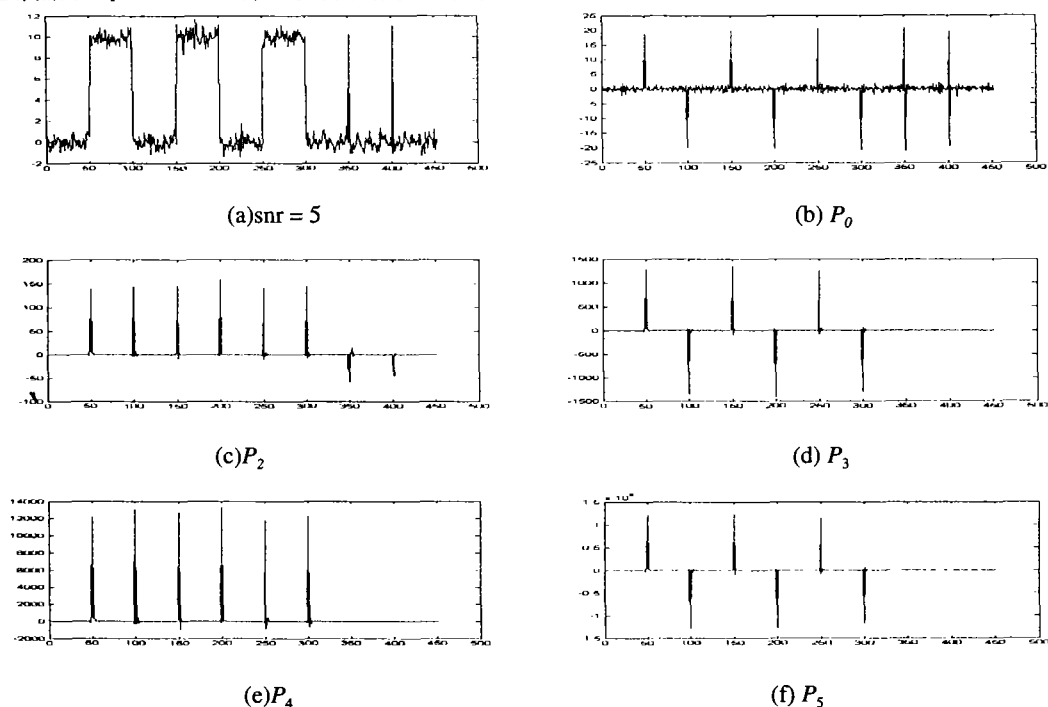
**引理2<sup>[2]</sup>** 设小波  $\Psi(x)$  连续可导、实值, 具有紧支集。设  $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ ,  $[a, b] \in \mathbb{R}$ , 又设  $0 < a < 1$ , 则对于任意  $\epsilon > 0$ ,  $f(x)$  在区间  $(a + \epsilon, b - \epsilon)$  上是一致的 Lipschitz  $\alpha$  的, 其充要条件是: 对任意  $\epsilon > 0$ , 存在一个常数  $A$ , 使得对于  $x \in (a + \epsilon, b - \epsilon)$  及  $s > 0$ , 有:

$$|W_s f(x)| \leq A_s s^\alpha \quad (4)$$

由引理1,  $E(|W_s n(x)|^2)$  和  $d_s$  成正比于  $1/s$ , 即随尺度的增加白噪声的小波变换幅值以及小波变换模的平均密度平均减小。引理2可推广到  $\alpha < 0$  的情形, 而噪声又是一致 Lipschitz  $-\frac{1}{2} - \epsilon$  的, 所以随着尺度的增大, 噪声的局部极大值将递减。相反, 因为边缘点的 Lipschitz  $\alpha > 0$ , 所以边缘点的局部极大值

在各个尺度下要保留下来, 并且有增大的趋势。从而, 由小波多尺度积  $p_{2^j}(x)$  定义隐含着“强者更强, 弱者更弱”之意, 因此随着尺度的增大噪声的尺度积将迅速减小, 相反, 边缘点的多尺度积将成倍增强。

观察如下分析结果, 图1(a)是含有三个方波和两个脉冲的加噪原始信号; (b)、(c)、(d)、(e)分别是信号(a)在尺度  $s = 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$  下的多尺度积。显然由(b)到(e)的纵坐标的边缘的小波多尺度积的值的增涨幅度之大, 从25到  $1.5 \times 10^5$ 。相反, 噪声的小波多尺度  $s = 2^1$  积的值只在尺度下才隐约可见。图中还有一个规律清晰可见, 噪声的多尺度积的符号是随机的, 而边缘的多尺度积的符号呈规律性的变化——当表示尺度的  $j$  为偶数时, 多尺度积都为正, 这说明了边缘的小波多尺度积不会因为尺度的变化而变化, 而在各个尺度下是相同的。对二维图像有相同的结论。



(a)是含有三个方波和两个脉冲的原始信号; (b)(c)(d)(e)分别是信号(a)在尺度  $s = 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$  下的多尺度积  
图1 信号在各尺度下的多尺度积

由前面的讨论, 我们得出了小波变换边缘点多尺度积的如下性质。

**性质1** 在同一边缘点多尺度积的符号相同, 当  $J = 2n$  时,  $p_j(\text{edgepoint}) < 0$ ;

**性质2** 随着尺度  $J$  的增大,  $p_j(\text{edgepoint}) \gg p_j(\text{noisepoint})$ 。

利用以上性质可以有效地去除噪声对边缘检测的影响。这是因为: 其一, 如果小波变换的模因为尺度的增大反而减小的点, 可以当作噪声去掉; 其二, 利用相邻尺度之间的方向信息, 如果在两个尺度之间小波变换模的方向相反, 可以认为噪声; 其三, 由于噪声和边缘的多尺度积之间相差较大, 因此选择阈值的范围就比较宽。

### 3 基于小波变换多尺度积的边缘检测新算法

为了叙述的方便, 记  $H$  和  $G$  分别为低通和高通滤波器,  $D$  为 Dirac 滤波器,  $H_l$  和  $G_l$  分别表示, 在  $H$  和  $G$  的滤波器系数之间插入  $2^j - 1$  个零。同时为了减少计算量, 根据多尺度积

性质2, 只需要计算最后两个尺度的乘积。另一方面, 为了保留方向信息, 以供计算局部极大值利用, 多尺度积需要加上方向。因此有如下的算法:

**step1:** 对图像做  $J$  级小波变换

$$j = 0, S_2^0 f = f;$$

while ( $j < J$ )

$$w_{2^{j+1}}^x f = S_2^j f * (G_l, D); w_{2^{j+1}}^y f = S_2^j f * (D, G_l);$$

$$S_{2^{j+1}}^x f = S_2^j f * (H_l, H_l);$$

**step2:** 分别计算  $x$  和  $y$  方向小波变换多尺度积。在  $x$  方向上, 如果  $w_{2^j}^x f$  与  $w_{2^{j+1}}^x f$  符号相同, 则:

$$p_j^x = \text{sign}(w_{2^j}^x f) * w_{2^j}^x f * w_{2^{j+1}}^x f; \text{ 否则 } p_j^x = 0;$$

在  $y$  方向上, 同理可计算  $p_j^y$ ;

**step3:** 计算局部极大值

**step4:** 通过阈值滤掉伪边缘, Lei<sup>[13]</sup>给出了根据图像选择阈值的方法。

与其它多尺度算法相比较, 本算法在第2步有效地利用了上述有关多尺度积消除噪声对边缘检测影响的特性, 从而提

高了边缘检测的定位精度。

#### 4 性能分析

对于边缘检测算法的性能,一般用 Canny 提出的三个指标判断其优劣,即好的信噪比、好的定位精度和单边响应准则。对于以上提出算法的定位精度,下面采用 Pratt<sup>[14]</sup>中提出的边缘检测性能评价公式进行评价,即

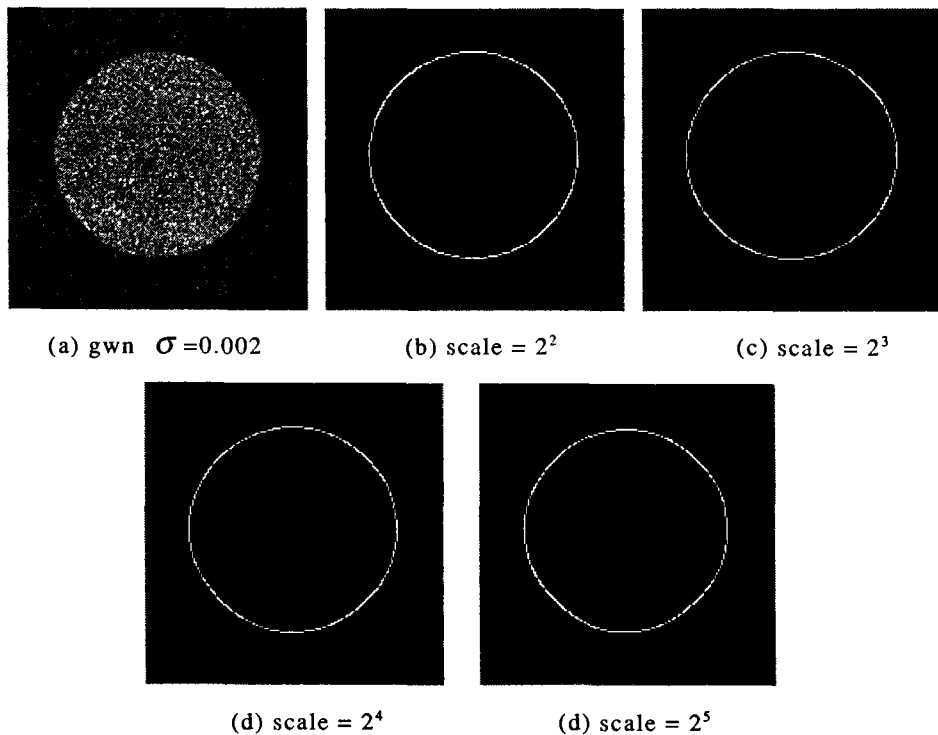
$$F = \frac{1}{\max\{N_a, N_d\}} \sum_{i=1}^{N_d} \frac{1}{1 + \alpha d^2(k)} \quad (5)$$

其中,  $N_a$  和  $N_d$  分别表示实际边缘数和检测的边缘数,  $d$  是实际边缘与对应检测到的边缘的距离,  $\alpha$  为常量系数。如果  $F$  越大,表明边缘的定位精度越高,检测的边缘越真实。

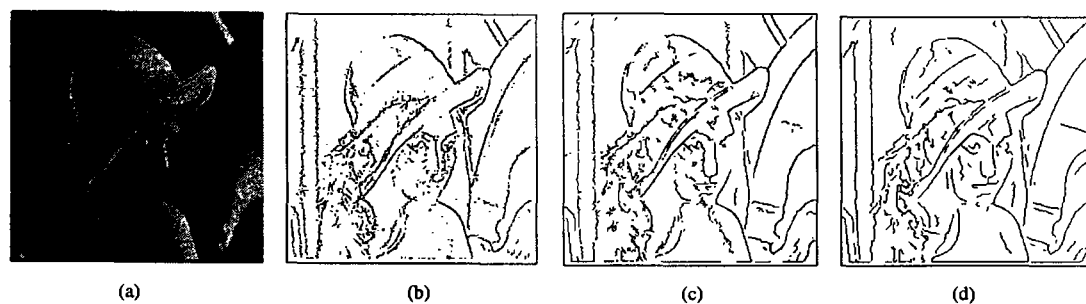
图2(a)是一个增加了高斯白噪声的合成圆,其余各图是在各个尺度下得到的边缘图。而表1是利用图2中圆检测结果而测量得到的数据,其中第一行是利用式(5)得到的结果;第二行是利用所检测到的边缘计算得到的圆心坐标与真实值的绝对误差。从结果可以看出该算法有满意的定位精度。

表1 在不同尺度下 F 和圆心坐标的绝对误差

Scale	2 <sup>2</sup>	2 <sup>3</sup>	2 <sup>4</sup>	2 <sup>5</sup>
F	0.916999	0.917515	0.842425	0.646230
E <sub>x</sub>	0.009610	0.003022	0.063175	0.039749
E <sub>y</sub>	0.026168	0.015551	0.067123	0.037539



(a)是人工合成的圆,并在图加了高斯噪声;(b)在尺度  $s=2^2$  下检测的结果;(c)是在尺度  $s=2^3$  下检测的结果  
图2



(a)加噪 Lena 图;(b)Canny 算法检测结果;(c)小波多尺度检测结果;(d)小波多尺度积检测结果  
图3

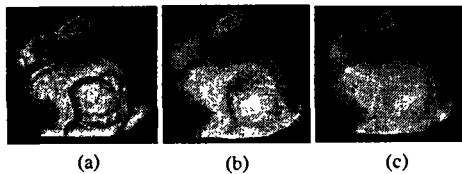
#### 5 实验验证

在图3中,采用 Canny 算子、通常的小波多尺度边缘检测算法和小波多尺度积边缘检测算法做比较,(b)和(d)比较,边缘周围的噪声点减少了,且帽子的顶部的边缘给检测出来了;从(c)和(d)比较可以看出,(c)不但右眼角边缘没有检测出来,而且噪声明显多于(d)。所以,多尺度积算法能有效地抑制噪声,检测出的边缘更加丰富和清晰,具有较强的抗噪能力。

#### 参考文献

- 1 Canny J. A computational approach edge detection. IEEE Trans PAMI, 1986, PAMI-8: 679~698
- 2 Mallat S G, Zhong S. Characterizing of signals from multiscales edges. IEEE Trans PAMI, 1992, 14(2): 710~732
- 3 Mallat S G, Wen Liang Hwang. Singularity Detection and Processing with Wavelets. IEEE Trans on Info theory, 1992, 38(2): 617~643

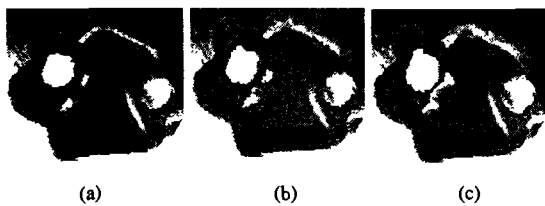
(下转第144页)



(a)原始模型 35947 个顶点/69451 个面

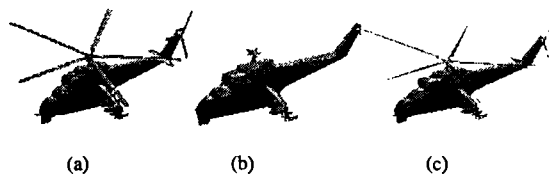
(b)简化后 254 个顶点/512 个面 (c)简化后 164 个顶点/359 个面

图3 兔子模型简化实例



(a)原始模型 (b)模型简化保持边界 (c)模型简化没有保持边界

图4 兔子模型边界保持和边界不保持简化效果对比



(a)原始模型 3700 个面 (b)文献[5]算法效果 (c)本文算法效果

图5 直升机模型简化效果对比图(简化到474个面)

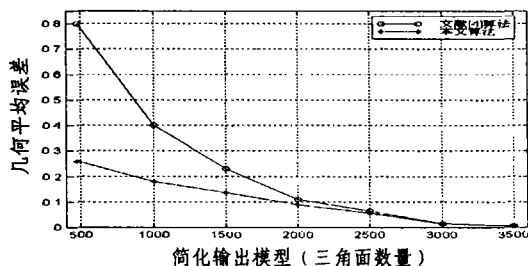


图6 直升机模型简化本文算法和文[4]误差对比图

到474个面时,效果更加明显,不仅误差相对减小,而且本文算法较好地保持了直升机细长的螺旋桨特征。分析以上原因,主要是文[4]采用的是一种距离矩阵度量方法,而本文算法是对三角网格特性一种较好的描述,算法既考虑模型距离测度及边长对模型局部特征的反映,又考虑边所在局部区域的尖锐程度及平坦程度,在直升螺旋桨处的顶点具有较小的距离测度,但却有较大的尖锐程度,所以算法较好地保持了模型的几何特征。

**结论** 本文提出了一种基于边顶点重要度的简化算法,算法较好地保持了模型的几何特征,具有较高的近似精度,采用一种改进三角形网格数据结构,实验证明数据结构具有层次清楚、简化速度快、具有扩充性、能有效支持多分辨率简化等特点。

### 参考文献

- 1 Cohen J, et al. Simplification envelopes [J]. Computer Graphics (SIGGRAPH '96 Proc.), 1996. 119~128
- 2 Sana E J, Varshney A. Controlled simplification of genus for polygonal models [J]. In: IEEE Visualization 97 Conf. Proc. 1997. 403~410
- 3 Kalvin A D, Taylor R H. Surfaces: Polygonal mesh simplification with bounded error [J]. IEEE Computer Graphics and Appl. 1996, 16: 3
- 4 Garland M, Heckbert P S. Surface Simplification Using Quadric Error Metrics [J]. Computer Graphics (SIGGRAPH '97 Proc.), 209~216
- 5 Hoppe, Hugues. Progressive meshes [J], Computer Graphics (SIGGRAPH Proceedings), 1996. 99~108
- 6 Hoppe, Hugues, Rose T D, Duchamp T, et al. Mesh Optimization [J], Computer Graphics (SIGGRAPH '93 Proc.), 1993. 19~26
- 7 Dyn N, Levid D, Gregory JA. A butterfly subdivision scheme for surface interpolation with tension control [J]. ACM Transaction on Graphics, 1990, 9(2): 160~169
- 8 Cignoni, et al. Metro: Measuring Error on Simplified Surfaces [J]. Computer Graphics Forum, 1998, 17(2): 167~174

(上接第135页)

- 4 贾天旭,郑南宁. 基于 Bubble 小波的多尺度边缘提取. 电子学报, 1995, 24(4): 117~122
- 5 魏海,沈兰荪. 反对称双正交小波应用于多尺度边缘提取的研究. 电子学报, 2002, 30(3): 313~316
- 6 章国宝,叶桦,等. 基于正交小波变换的多尺度边缘提取. 中国图像图形学报, 1998, 3(8): 651~654
- 7 官武鹏,王永仲,等. 用 B 样条小波进行图像的多尺度边缘检测, 2000, 22(4): 15~22
- 8 解梅,顾德仁. 使用小波变换的图像边缘检测算法. 电子科技大学学报, 1996, 25(4): 353~356
- 9 徐琼. 边缘检测梯度法的小波实现. 四川轻化工学院学报, 1998, 11(2): 11~14

- 10 Rosenfeld A. A nonlinear edge detection technique. Proc IEEE, 1970, 5: 814~816
- 11 Rosenfeld A, Lee Y H, et al. Edge and curve detection for visual scene analysis. IEEE Trans. Computation, 1971, 5(20): 562~569
- 12 Sadler B M. Analysis of Multiscale Products for Step Detection and estimation. IEEE Trans on Info. Theory, 1999, 45(3): 1043~1051
- 13 Zhang L, Bao P. Edge detection by scale multiplication in wavelet domain. Pattern Recognition Letters, 2002, 23: 1771~1784
- 14 Abdou I E, Pratt W K. Quantitative design and evaluation of enhancement/thresholding edge detectors. IEEE Proc, 1979, 67: 753~763