

运动模糊图像的 Kalman 滤波盲复原研究^{*}

武庆 郭平

(北京师范大学计算机科学系 北京100875)

摘要 本文提出一种对由于模糊参数未知的运动模糊和随机噪声引起降质的图像进行复原的方法。对于一幅这样的图像,首先确定图像退化过程的参数,即其点扩展函数(PSF);再假设图像可由一个半因果的随机场表示,则图像表示和图像退化模型可以写成矩阵-向量形式。然后将它们分别作为状态方程和量测方程可以推导出 N 个频域中的并行 Kalman 滤波器。实验结果表明这种结合 PSF 估计和 Kalman 滤波复原的图像处理方法是令人满意的。

关键词 运动模糊, Kalman 滤波, 图像复原, 点扩展函数(PSF)

Research of Motion Blurred Image Restoration by Kalman Filtering

WU Qing GUO Ping

(Department of Computer Science, Beijing Normal University, Beijing 100875)

Abstract A restoration method for images degraded by both unknown parameter motion blur and random noise interference is proposed in this paper. To begin with the image restoration, parameters of the imaging system are identified, then its point-spread function (PSF) is obtained; it is assumed that the image can be represented by a semicausal random field, then both the image representation model and observation model can be written in matrix-vector formulations. N parallel Kalman filters in the frequency domain are derived based on these formations. Experiment shows the effect of this method, which compounded PSF estimation and restoration by Kalman filtering is satisfying.

Keywords Motion blurred image, Kalman filtering, Blind image restoration, Point spread function (PSF)

1 引言

Kalman 滤波^[5]是20世纪60年代开始发展起来的一种递归估计算法,以最小均方误差为准则。J. W. Woods 和 C. H. Radewan^[7]将 Kalman 滤波推广到二维,于是可以应用于图像滤波复原中。

若在曝光瞬间相机镜头和对象之间有相对运动,则将得到运动模糊图像。对运动模糊图像的复原是一种很重要的问题,具有广泛的应用。但是之前对于运动模糊图像复原的研究主要是在假定 PSF 已知的情况下进行的,而在实际应用当中模糊图像的 PSF 经常是未知的。我们首先利用一种基于图像差分运算的方法^[2],仅根据模糊图像本身来确定 PSF 参数,这种方法易于实现,而且对模糊参数(方向和范围)的估计准确。

得到了模糊图像的 PSF 之后就可以将图像退化模型写成矩阵-向量形式;假定图像是一个半因果的随机场,则图像表示模型也可以写成矩阵-向量形式。其中的矩阵具有 band-Toeplitz 结构,可以使用循环矩阵进行近似,又可以通过快速傅里叶变换对角化,然后在频域中进行 Kalman 滤波^[1]。

2 退化模型和 PSF 估计

2.1 图像退化模型

一般说来,图像的降质过程是十分复杂的,但是在很多实际的情况下图像退化系统可以模型化为一个线性移不变的系统^[3,6],如图1所示。

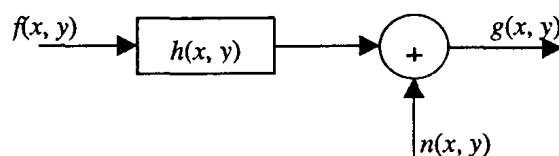


图1 通用图像退化模型

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-s, y-t) h(s, t) ds dt + n(x, y) \\ = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y) \quad (1)$$

$f(x, y)$ 为原图像,它经过线性移不变的系统 $h(x, y)$ 的作用,再与加性噪声 $n(x, y)$ 相叠加,形成了退化图像 $g(x, y)$,即实际得到的模糊图像。这里的加性噪声 $n(x, y)$ 的统计性质假定是已知的,而线性移不变系统 $h(x, y)$ 就是我们要估计的运动模糊图像的点扩展函数(PSF)。在盲图像复原中,正确的估计 PSF 对于图像的复原效果有很重要的影响。

2.2 PSF 估计

(1) 模糊方向的估计 由于模糊的影响,图像分辨率的降低主要发生在沿运动方向上。从空域角度看,差分运算抑止低频成分,增加高频成分。既然模糊是发生在运动方向上的,则相对于其它方向,此方向上低频成分处的强度增加而高频成分处强度降低。因而,在这个方向上对模糊图像做差分运算将比在其它方向上的差分运算对这个图像的强度抑制更多。所以,模糊方向可以通过计算在哪个方向上进行差分运算所得图像差分的能量谱最小来确定^[2]。

图像中某一点 $f(i, j)$ 的水平方向上的差分运算表示

^{*}国家自然科学基金(60275002)资助课题。

为如下形式:

$$\Delta f(i, j)_{[0 \text{ degrees}]} = f(i+1, j) - f(i, j) \quad (2)$$

其中 i 和 j 分别表示水平方向和竖直方向的下标, $f(i+1, j)$ 表示在水平方向上与 $f(i, j)$ 相邻的像素点。而 k 方向(与水平正方向的夹角为 k°), 其中 k 介于 $0 \sim 45$ 之间, 差分运算可扩展成如下形式:

$$\Delta f(i, j)_{[k \text{ degrees}]} = f(i', j') - f(i, j) \quad (3)$$

这里的 $f(i', j')$ 是一个与点 $f(i, j)$ 成 k 度角的虚拟像素点(如图2所示)。其灰度值(即强度)是由像素 $f(i+1, j)$ 和像素 $f(i+1, j+1)$ 的灰度值根据它们对 $f(i', j')$ 的面积贡献而构成的, 计算如下式:

$$f(i', j') = f(i+1, j) \times (1 - \tan(k)) + f(i+1, j+1) \times \tan(k) \quad (4)$$

则在方向 k 上图像差分的总强度值 $I(\Delta f)$ 就是 $\Delta f(i, j)$ 中所有像素灰度的绝对值的总和:

$$I(\Delta f)_{[k \text{ degrees}]} = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{M-1} |\Delta f(i, j)_{[k \text{ degrees}]}| \quad (5)$$

其中 M 和 N 分别是图像 $\Delta f(i, j)$ 中的行数和列数。

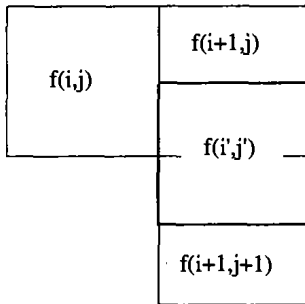


图2 中黑线框表示的是假设的像素点 $f(i', j')$

通过确定最小的 $I(\Delta f)$ 所对应的 k 即可确定运动方向。

(2) 模糊范围的估计 在判断出模糊方向的基础上, 计算此方向上的差分图像的自相关函数 ACF (Autocorrelation Function), 则在距零偏移点(zero-shift point)相同距离处会出现两个相等的最小值。而这两个最小值与零偏移点的距离也就是我们所要估计的模糊范围^[2]。

另外, 原图像中的相关性是存在于各个方向的, 在垂直于运动方向上的差分运算将抑制模糊图像中来源于原图像的相关性。由于模糊在垂直于运动方向上是不相关的, 这样的操作对于模糊图像中的模糊特征没有什么影响。所以这个差分运算会使 ACF 受原图像相关性的影响减小。第4节中给出的对 Lena 图像进行模糊范围估计的实验可以印证这点。



(a) 运动模糊并加高斯噪声(SNR=37dB)的图像

在实验中, 对于噪声不是很严重的图像($\text{SNR} > 35\text{dB}$), 我们将计算垂直于运动方向和沿运动方向的图像差分, 然后计算沿运动方向所有图像差分线的自相关函数 ACF。

这里, 对于一条含 M 个像素的图像差分线 l , 其 ACF 即 $R_l(j)$ 的定义为:

$$R_l(j) = \sum_{i=-M}^M l(i+j)l(i) \quad j \in [-M, M] \quad (6)$$

其中, M, N 为整数且 $i \in [0, M]$ 时, $l(i) = 0$ 。

根据上面的定义计算出所有图像差分线的 ACF 之后, 取平均得到图像差分线的平均 ACF $\bar{R}_{\Delta f}$, 则模糊范围就是 $\bar{R}_{\Delta f}$ 中的最小值位置和零偏移点 $\bar{R}_{\Delta f(0)}$ 之间的距离。而根据 $\bar{R}_{\Delta f}$ 的形状还可以估计出 PSF 的形状^[2], 限于篇幅这里就不详细讨论了。

3 用 Kalman 滤波进行图像复原

设原图像大小为 $N \times N$, 使用半因果的随机场模型表示为^[1]:

$$x(m, n) = \sum_{p, q \in W} a(p, q) x(m-p, n-q) + u(m, n) \quad (7)$$

$$W = \{p, q: 0 \leq p \leq p_2, -q_1 \leq q \leq q_2 \wedge (p, q) \neq (0, 0)\}$$

$x(m, n)$ 是原图像中点 (m, n) 的灰度值, $u(m, n)$ 是噪声项, W 是所选择模型的图像场。

根据2.1节中的线性移不变退化模型, 将退化系统写成如下卷积和的形式:

$$y(m, n) = \sum_{k=-k_1}^{k_2} \sum_{l=-l_1}^{l_2} h(k, l) x(m-k, n-l) + n(m, n) \quad (8)$$

以上两式的矩阵-向量形式如下:

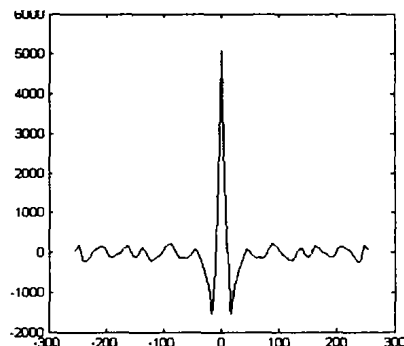
$$A_0 X(m) = - \sum_{p=1}^{p_2} A_p X(m-p) + U(m) \quad (9)$$

$$Y(m) = \sum_{k=-k_1}^{k_2} H_k X(m-k) + N(m) \quad (10)$$

其中, $X(m)$ 是图像向量 $[x(m, 1), \dots, x(m, N)]^T$, $Y(m)$ 是观测向量 $[y(m, 1), \dots, y(m, N)]^T$, $m = 1, \dots, N$; A_p 和 C_k 为 band-Toeplitz 矩阵, 且 $a(0, 0) = -1$ 。

使用循环矩阵对 band-Toeplitz 结构的矩阵 A_p 和 C_k 进行近似, 然后对降质图像逐行进行离散傅里叶变换, 去除图像各列之间的相关性。接着将频域中的 N 个独立的列分别作为动态模型, 根据它们导出 N 个并行的 Kalman 滤波器^[1]。

采用这种方法对 $N \times N$ 图像进行复原, 所需计算量可由 $O(N^4)$ 降为 $O(N^2 \log_2 N)$ 。



(b) 平均 ACF 值曲线

4 实验结果

在实验中为了计算简便,我们仅对水平方向匀速运动模糊而模糊范围未知的图像进行了处理。

我们使用的是 lena 图像(见图5(a)),首先利用 matlab 图像处理函数对它沿水平方向进行范围为16像素的模拟匀速直线运动模糊,然后加高斯噪声使信噪比为37dB(如图3(a)示)。图3(b)是图像差分线的平均 ACF 曲线,此函数最小值的位置与零偏移点的距离就是我们所要估计的运动模糊范围。我们还给出了先在垂直于运动方向(即竖直方向)上求图像差分,然后求出的图像差分线的平均 ACF 曲线(图4所示)。

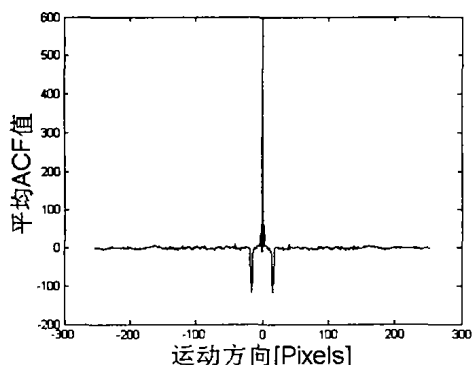


图4 先竖直后水平求过差分的图像的平均 ACF

显然,加入在竖直方向求差分的运算之后,平均 ACF 曲线的在距离零偏移点距离为运动范围 D 处的最小值更加突出,而在非最值出的值更接近于零,所以这样可以取得更加准确的结果。这正好验证了前节中的理论分析。但是根据多次实验证实,只有在信噪比高于37dB 时才能利用多加一步差分运算使估计结果更优化。笔者分析可能是因为当噪声过大时使得图像中原本仅存在于水平方向上的来源于运动模糊的相关

性有一部分也分布到了竖直方向,因而竖直方向的差分运算在抑制了模糊图像中源于原图像相关性的同时也影响了源于运动模糊的相关性。在实验中利用两种方法所确定的运动范围都是16像素,准确地估计了我们所模拟的运动模糊。

由于匀速运动模糊的 PSF 在空域中是一个方波脉冲,在得到了运动范围参数 D 之后,PSF 就可以根据下式确定^[6]:

$$h(s,t) = \begin{cases} 1/D & s \in [0,D] \text{ 且 } t=0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

在得到了 PSF 之后,就可以写出向量形式的图像退化方程(即量测方程)(10);而原图像的自协方差函数使用一个可分离的指数衰减函数来近似,并且设 $\rho_v = \rho_h = 0.8$,于是图像表示方程(即状态方程)(9)也可以写出。然后根据这两个方程就可以推导出 N 个并行的向量 Kalman 滤波器,对模糊图像进行复原。而在水平方向匀速直线运动的特殊情况下, N 个并行的向量 Kalman 滤波器将退化成 N 个并行的标量 Kalman 滤波器,因而大大地降低了计算的复杂度。实验所得复原效果见图5(b),与原图对比可以看出采用这种方法对运动模糊图像进行盲复原的效果是令人满意的。

结论 本文提出了一种对由于模糊参数未知的运动模糊和随机噪声引起降质的图像进行复原的方法。对于一幅这样的图像,首先通过计算图像差分的 ACF 来确定模糊图像的点扩展函数(PSF);然后根据矩阵-向量形式的图像表示和图像退化模型推导出 N 个频域中的并行 Kalman 滤波器。实验结果表明这种结合 PSF 估计和 Kalman 滤波复原的图像处理方法是令人满意的。而复原效果的好坏主要取决于模糊参数估计的准确度和图像半因果随机场模型中参数的选取。

下一步我们将对离焦模糊图像盲复原进行研究,与本文所提出的方法类似的,也准备采取首先估计模糊图像的 PSF 然后对其进行 Kalman 滤波复原的方法。



(a) lena 图像



(b) Kalman 滤波复原图

图5

参考文献

- 1 Bienond J, Rieske J, Gerbands J J. A fast Kalman filter for images degraded by both blur and noise. IEEE Trans. Acoust Speech Signal Proc, 1983, ASSP-31(5): 1248~1256
- 2 Yitzhaky Y, Kopeika N S. Identification of blur parameters from motion blurred images. Graphical Models Image Process, 1997, 59(5): 310~320
- 3 Castleman K R 著. 朱志刚, 等译. 数字图像处理. 北京: 电子工业

出版社, 2002

- 4 王晓红, 赵荣椿. 匀速直线运动模糊的 PSF 之估计. 计算机应用, 2001, 21(9): 40~41
- 5 Bozic S M 著. 凌云旦译. 数字滤波和卡尔曼滤波. 北京: 科学出版社, 1984
- 6 章毓晋. 图象工程(上册)图象处理和分析. 北京: 清华大学出版社, 1999
- 7 Woods J W, Radewan C H. Kalman filtering in two dimensions. IEEE Trans. Acoust. Info. Theory, 1977, IT-23(4)