

# 自适应波束形成的神经网络方法

张小松 叶茂 王雁东 李毅超

(电子科技大学计算机科学与工程学院 成都610054)

**摘要** 本文回顾了次元分析(MCA)神经网络算法的一些研究结果,并将其用于自适应波束形成。自适应波束形成或称自适应空间滤波,是通过一个感知器阵列接收空间传播的信号并处理它们,其目的是自适应地加强某个方向的信号。现有的波束形成自适应算法都有一定不足,基于优化有约束的能量函数,本文提出了新的用于自适应波束形成的MCA神经网络学习算法,该算法是全局收敛的。实验结果验证了本文的理论,以及说明了本文算法的实用性和有效性。

**关键词** 次元分析,神经网络,波束形成,波束模式

## Neural Network for Adaptive Beamforming

ZHANG Xiao-Song YE Mao WANG Yan-Dong LI Yi-Cao

(School of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** This paper aims to recalling recent results about Neural Minor Component Analysis and to apply them to adaptive beamforming. Beamforming(or space filter)is an antenna array which receives space signals and processes them to improve the quality on the signal direction. All of existing adaptive beamforming algorithms have some drawbacks. By optimizing a constrained energy function, a novel MCA learning algorithm is derived. This algorithm is globally convergent. Finally, simulation results are also included to illustrate the accuracy and robustness of this algorithm.

**Keywords** Minor component analysis, Neural network, Beamforming, Beam pattern

波束形成实际上是模仿机器操纵天线的功能。通过用一个天线阵列接受信号,阵列处理器通过计算单个传感器信号的适当加权来操纵一个波束,使其指向特定的信号来源方向。波束形成经常被用于互动晚会或者会议厅,其好处是用一组麦克风(两个以上)定位并加强源方向声音信号,而无须专人移动麦克风的位置。一组麦克风(适当的排列)再加上自适应波束形成计算机程序就组成了一个功能强大的有方向性的收听设备。在声音波束形成中,来自源信号的声音被放大,而来自其它方向的声音和干扰信号被极大地削弱。在工程技术领域中,波束形成技术有广泛的应用,如助听器,远程电信会议,汽车免提话筒系统,以及语音识别系统等。

次元分析(MCA)神经网络是由 OJA 首先提出来的一个统计信号处理技术<sup>[1]</sup>,该技术能从随机输入的信号中移去二阶统计量。设  $x(k) \in R^n (k=1, 2, \dots)$  是一零均值的随机过程,定义关联矩阵  $C = E[x(k)x^T(k)]$ , MCA 神经网络就是计算关联矩阵  $C$  的最小特征向量。MCA 神经网络在工程领域有非常重要应用,例如,自适应波束形成<sup>[2]</sup>,曲线与曲面拟和<sup>[3]</sup>,以及自适应信号处理<sup>[4]</sup>等。

所有的 MCA 神经网络都是由随机离散时间学习算法(SDT)描述的。关于这些学习算法收敛性证明大多是基于将随机离散时间学习算法变为确定连续时间常微分方程(DCT)逼近的方法<sup>[4~6]</sup>。根据基本随机逼近定理<sup>[7]</sup>,能将 SDT 变为 DCT 的一个重要前提条件是神经网络的学习速率必须趋于零。但在实际计算中,该学习速率通常都是常数。所以我们不能通过研究 DCT 来证明 SDT 的收敛性,而应当直接研究

SDT。当 MCA 学习算法的学习速率是常数时,现有的 MCA 神经网络算法已被证明都是发散或震动的<sup>[8,9]</sup>。所以有必要对应用于自适应波束形成的 MCA 神经网络进行重新考察。

本文首先研究了由 OJA 提出的 MCA 神经网络学习算法,并说明该算法是不稳定的,然后说明了文[2]中的 OJA+MCA 算法是发散的。为确保 MCA 学习算法的收敛性,通过对目标函数加入适当的稳定项,一种新 MCA 神经网络学习算法被提出,该算法是全局收敛<sup>[10]</sup>。本文解释了该稳定项的作用,并应用文[10]的理论结果简单地说明了该算法的全局收敛性。最后,本文将该算法应用于自适应波束形成,通过实验验证了本算法的有效性和实用性。

## 1 次元分析神经网络

考虑线性神经元,在时刻  $k$  输入为  $x(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T \in R^n$ , 权值向量  $w(k) \in R^n$ , 并且  $y(k) = w^T(k)x(k)$ , 其中  $x(k) (k=0, 1, \dots)$  是一零均值的离散时间随机过程。该随机过程是在特定的随机变量分布上独立采样而来。

设  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  是关联矩阵  $C = E[x(k)x^T(k)]$  的特征值,且  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n > 0$ 。因为  $C$  是对称阵,矩阵  $C$  的所有特征向量组成了  $R^n$  空间的正交基。假设  $\{v_i | i=1, 2, \dots, n\}$  是  $R^n$  空间中的一组正交基,  $v_i$  是对应矩阵  $C$  特征值  $\lambda_i$  的单位特征向量。考虑如下目标函数:

$$J(w) = 0.5E[y^2] + 0.5\lambda(w^T w - 1)$$

当  $w = v_n$  时,  $J(w)$  取得最小值。由梯度下降算法,得 OJA MCA 随机离散时间学习算法(SDT)如下:

$$w(k+1) = w(k) - \eta(k)y(k)[(x(k) - y(k)w(k))]$$

其中  $\eta(k)$  是学习速率,  $\|*\|$  表示欧几里得范数。

对 OJA 学习算法两端取条件期望  $E(w(k+1)|w(0), x(i), i < k)$ , 并且令  $w(k)$  表示其条件期望, 由 OJA SDT 得到 OJA DDT(确定离散时间动力系统)如下:

$$w(k+1) = w(k) - \eta(k)[Cw(k) - w(k)^T Cw(k)w(k)]$$

**定理1** 向量  $v_n$  是 OJA DDT 的不稳定平衡点。

证明: 在  $v_n$  点线性化 OJA DDT, 并且令  $e(k) = w(k) - v_n$ , 经过一些基本的代数运算, 有:

$$e(k+1) = [I - \eta(k)(C - \lambda_n I - 2\lambda_n v_n v_n^T)]e(k) + o(\|e(k)\|^2)$$

令  $G(k) = [1 - \eta(k)(C - \lambda_n I - 2\lambda_n v_n v_n^T)]$ , 矩阵  $G(k)$  的特征值为:

$$\begin{aligned} \gamma_n &= 1 + 2\lambda_n \eta(k) \\ \gamma_j &= 1 - \eta(k)(\lambda_j - \lambda_n), j \neq n \end{aligned}$$

由李亚普诺夫稳定性理论, 因为  $\gamma_n > 1$ , 所以  $v_n$  是不稳定的。 □

为了解决 OJA MCA 学习算法的不稳定性, Fiori 在文 [2] 中通过对最初的 OJA 算法加入了一个稳定项而产生了新的 MCA 学习算法(称为 OJA+),

$$w(k+1) = w(k) - \eta(k)[y(k)x(k) - y^2(k)w(k) + \mu(\|w(k)\|^2 - 1)w(k)]$$

$\mu > \lambda_1$  为一正常数,  $\eta(k)$  为学习速率。Fiori 将该算法应用于波束形成, 取得了一定效果, 但该算法是发散的。通过对 OJA+ 算法取条件期望可得到 OJA+ DDT

$$w(k+1) = w(k) - \eta(k)[Cw(k) - w^T(k)Cw(k)w(k) + \mu(\|w(k)\|^2 - 1)w(k)]$$

令  $\bar{C} = -(C - \mu I)$ , OJA+ DDT 变为

$$w(k+1) = w(k) + \eta(k)[\bar{C}w(k) - w(k)^T \bar{C}w(k)w(k)]$$

该离散方程恰好是 OJA 主元分析神经网络学习算法。

**定理2** OJA+ DDT 算法是发散的。

证明: 考虑如下二维方程, 其中令  $\bar{C} = 1, \eta(k) = \eta$  为常数, 有

$$w(k+1) = w(k) + \eta[1 - w^2(k)]w(k), k \geq 0$$

如果  $w(k) \geq 1 + 1/\eta$ , 有

$$\eta w^2(k) - w(k) - \eta - 1 \geq 0$$

即有

$$|w(k+1)| \geq w^2(k)$$

所以如果初始值  $w(0) \geq 1 + 1/\eta, w(k)$  将会趋于无穷大。 □

综上所述, 以往用于波束形成的神经网络都是不收敛的。为了克服不收敛的缺点, 文 [10] 提出了一种新的稳定项加入方法, 该方法能保证算法是全局收敛的。该 MCA 神经网络学习算法如下,

$$w(k+1) = w(k) - \eta(k)(y(k)x(k) - \frac{y(k)^2}{\|w(k)\|^2}w(k) - \alpha(\frac{1}{\|w(k)\|} - 1)w(k))$$

其中  $\alpha$  是常数。对算法取条件期望得

$$w(k+1) = w(k) - \eta(k)(Cw(k) - \frac{w(k)^T Cw(k)}{\|w(k)\|^2}w(k) - \alpha(\frac{1}{\|w(k)\|} - 1)w(k))$$

**定理3**<sup>[10]</sup> 假设存在常数  $\eta_0 > 0$  和  $0 < \gamma < 1$  使得  $\eta_0 \leq \eta \leq \frac{\gamma}{\lambda_1 + \alpha}$ , 并且  $\alpha > \lambda_1$ , 如果初始值  $w(0)$  与  $v_n$  特征向量空间不正交, 权向量  $w(k)$  将全局收敛到  $v_n$ , 即  $w(k) \rightarrow v_n$ , 当时  $k \rightarrow +\infty$

时。

## 2 波束形成神经元

波束形成是一个信号处理技术, 如果信号来源方向已经确定, 该方法通过感知器阵列来加强源信号方向的信号, 并抑制其它方向的信号。自适应波束形成可以由一个线性神经元完成, 该神经元有复数的权值  $w \in C^n, n$  是感知器的数量。输入输出关系  $y[n, w] = w^H[n, w]x[n, w]$ 。输入的  $x$  向量通常是接收信号的离散傅立叶变换, 所以是复数形式。  $w$  是要自适应波束形成非常依赖的信号频率。

因为不同排列的感知器阵列会影响波束形成的效果, 为简单起见, 本文假设所有信号都来自同一平面。感知器阵列的结构可以由方向向量(或称阵列响应向量)  $d(\theta)$  表示,  $d(\theta)$  定义为来自方向  $\theta$  的平面波的相位延迟向量, 其排列感知器阵列的输出。如果将关联矩阵  $\Phi$ , 即输入信号的谱关联矩阵, 分解为信号和噪声两个部分, 有

$$\Phi = \sigma_s^2 d d^H + \sigma_n^2 N$$

噪声谱矩阵  $N$  被正规化, 其迹等于  $n, \sigma_s^2/\sigma_n^2$  是  $n$  个感知器信号与噪声平均谱比率。阵列增益(Array gain)  $G(\theta)$  表示波束形成后, 在方向  $\theta$  信号与噪声比的增加, 其为:

$$G(\theta) = \frac{|w^H d(\theta)|^2}{w^H N w}$$

如果噪声信号为白噪声, 即  $N = I_n$ , 此时阵列增益成为白噪声增益  $G_w = \frac{|w^H d(\theta)|^2}{w^H w} \leq n$ 。对所有  $\theta, G(\theta)$  称为波束模式。

一个训练自适应波束形成神经元权值向量的学习算法是下列优化问题的解:

$$\min_w w^H \Phi w, w^H w = \delta^{-2}, C^H w = b$$

其中  $\Phi = E(xx^H)$  是输入向量的谱关联矩阵,  $\delta$  是用于限制白噪声敏感度的常数,  $\delta$  越大算法对噪声信号越稳定,  $C^H w = b$  是一些线性约束条件, 其在有一些先验知识的情况下用来提高波束形成的质量。特别地  $C \in C^{m \times n}$  有  $k < n$  个线性独立的列,  $b \in C^m$ 。假设  $\theta_s$  为主要的源信号方向, 为确保在信号方向没有衰减和相位漂移, 一般假设  $w^H d(\theta_s) = 1$ 。

定义  $P_c = C(C^H C)^{-1}C^H, \tilde{P}_c = 1 - P_c, w_c = C(C^H C)^{-1}b$ , 文 [2] 中权值向量学习算法为:

$$w(t+1) = w_c + \tilde{P}_c w(t) - \eta \tilde{P}_c \frac{\partial J(w)}{\partial w} \quad (1)$$

并且  $w$  属于球面  $w^H w = \delta^{-2}$ 。算法(1)在满足所有约束条件情况下极小化神经元的输出  $J(w) = E[|y|^2]$ 。

为避免直接计算  $w^H w = \delta^{-2}$ , Fiori 提出优化如下目标函数<sup>[2]</sup>:

$$J(w) = E[|y|^2] + \lambda(w^H w - \delta^{-2})$$

由该目标函数, 可得偏导数为:

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w} = \Phi w - \delta^2(w^H \Phi w)w + \hat{\sigma}^2(w^H w - \delta^{-2})w$$

将该偏导数代入算法(1), 就得到文 [2] 中的算法, 该算法使得权值向量满足所有约束条件而无须再加限制条件  $w^H w = \delta^{-2}$ 。

由于 Fiori 算法不能确保全局收敛性, 本文提出优化如下目标函数:

$$J(w) = \frac{1}{2} \cdot \frac{E[|y|^2]}{y^2} + \frac{1}{2} \lambda (\|w\| - \delta^{-1})^2$$

该目标函数偏导数为:

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w} = \frac{\Phi w - \frac{w^H \Phi w}{\|w\|^2} w}{\|w\|^2} + \frac{\lambda (\|w\| (\delta^{-1} - \frac{1}{\|w\|}) w)}{\|w\|^2}$$

令  $\alpha = \lambda \|w\|^2$ , 由梯度下降算法以及  $w^H w = \delta^{-2}$  和算法(1), 有:

$$w(t+1) = w_t + \tilde{P}_c w(t) - \eta \tilde{P}_c (\Phi w(t) - \frac{w^H(t) \Phi w(t)}{\|w(t)\|^2} w(t) + \alpha (\delta^{-1} - \frac{1}{\|w(t)\|}) w(t)) \quad (2)$$

由定理3, 算法(2)是全局收敛的。算法(2)满足所有约束条件而无须再加限制条件  $w^H w = \delta^{-2}$ 。

### 3 实验结果

本文算法是迄今为止唯一的全局收敛学习算法<sup>[10]</sup>, 所以本节将主要验证上节的理论结果以及本文算法的实用性。实验假设三个麦克风在同一平面上<sup>[2]</sup>, 三个麦克风成正三角形, 扬声器在三角形的中央。如图1所示。

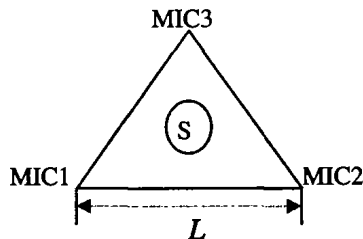


图1 麦克风阵列图

该麦克风阵列的方向向量是:

$$d(\theta)^H = [e^{-\frac{1\pi r}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}\cos(\theta) + \sin(\theta))}, e^{\frac{1\pi r}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}\cos(\theta) - \sin(\theta))}, e^{\frac{2\pi r}{\sqrt{3}}\sin(\theta)}]$$

其中  $r = \frac{\omega L}{2\pi c}$ ,  $\omega$  表示频率,  $L$  表示麦克风之间的距离,  $c$  表示声速。参考坐标系的原点位于三角形的中央,  $\theta$  表示音波方向与  $x$  轴的夹角。

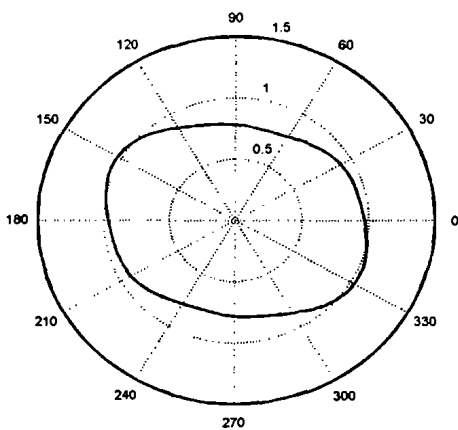


图2 未经处理的波束模式(dB)

在实验中, 假设有两个信号, 其中一个信号是一个非常弱的声音信号, 来自方向  $\pi/2$ ,  $\sigma_s^2 = 0.1\text{dB}$ , 另外一个信号是白噪声信号,  $\sigma_n^2 = 0.2\text{dB}$ 。中央的扬声器已经关闭, 并且不考虑来自其它方向的信号。令参数  $C = d(\theta)$ ,  $b = 1$ ,  $r = 0.4$ ,  $\eta = 0.0005$ ,  $\alpha = \text{tr}(\Phi)$ ,  $\delta = 1$ 。图2为未做波束形成时, 麦克风阵列的波束模式。图3为经过波束形成神经元处理后的波束模式。由实验可以看出, 本文算法可以准确地加强来自  $\pi/2$  方向的声音信号。

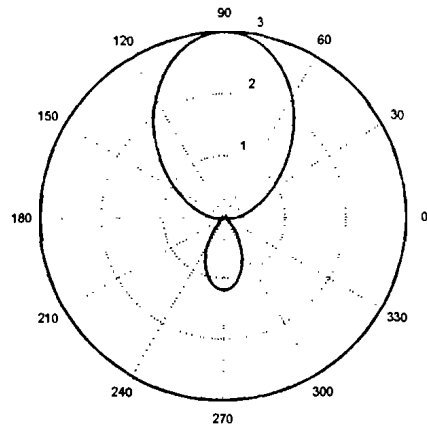


图3 处理后的波束模式(dB)

**结束语** 本文说明已有的应用于波束形成的 MCA 神经网络并不收敛, 并提出了一种新的应用于自适应波束形成的全局收敛 MCA 神经网络学习算法。实验结果验证了我们的理论, 同时也说明了本文算法的实用性。

### 参考文献

- 1 Oja E. Principal components, Minor components, and linear neural networks, *Neural Networks*, 1992, 5: 927~935
- 2 Fiori S, Piazza F. Neural MCA for robust beamforming, *Proc. of International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS' 2000)*, 2000, 3: 614~617
- 3 Xu L, Oja E, Suen C. Modified Hebbian learning for curve and surface fitting, *Neural Networks*, 1992, 5: 441~457
- 4 Mathew G, Reddy V. Development and analysis of a neural network approach to Pisarenko's harmonic retrieval method, *IEEE Trans. Signal Processing*, 1994, 42: 663~667
- 5 Luo F, Unbehauen R, Cichocki A. A minor component analysis algorithm, *Neural Networks*, 1997, 10(2): 291~297
- 6 Feng D Z, Bao Z, Jiao L C. Total least mean squares algorithm, *IEEE Trans. Signal Processing*, 1998, 46: 212~2130
- 7 Pedro J Z. On the discrete time dynamics of the basic hebbian neural network node, *IEEE Trans. Neural Network*, 2002, 13(6): 1342~1352
- 8 Anisse T, Gianalvo C. Against the convergence of the minor component analysis neurons, *IEEE Trans. Neural Network*, 1999, 10(1): 207~210
- 9 Cirrincione C M, Herault J, Huffel S V. The MCA EXIN Neuron for the minor component anlysis, *IEEE Trans. Neural Network*, 2002, 13(1): 160~187
- 10 Ye M, Yi Z. A globally convergent MCA learning algorithm, Submitted to *IEEE Trans. Neural Network*
- 3 冯新宇, 陶先平, 等. 一种改进的移动 Agent 通信算法. *计算机学报*, 2002, 25(4)
- 4 Aridor Y, Lange D B. Agent Design Patterns: Elements of Agent application design. In: *Proc. Autonomous Agents' 98*, Minneapolis, USA, 1998. 108~115
- 5 Tahara Y, et al. Agent System development method based on agent patterns. In: *Proc. the 21th Intl. Conf. on software Engineering*, Los Angeles, California, USA, 1999. 356~367
- 6 陶先平, 冯新宇, 李新, 等. Mogent 系统的通信机制. *软件学报*, 2000, 11(8): 1060~1065
- 7 冯新宇, 吕建, 曹建农. 通用的移动 Agent 通信框架设计. *软件学报*, 2003, 5(14): 984~990
- 8 陶先平. 基于 Internet 的移动 Agent 技术和应用研究: [南京大学计算机软件新技术国家重点实验室博士论文]

(上接第204页)

Mogent 通讯服务器是我们对系统开发中实际遇到的一些问题进行了深入分析后, 运用设计模式的思想设计出来的, 整个设计在效率、可扩展性等方面均有不错的表现, 该设计对其他移动 agent 系统亦有借鉴价值。

### 参考文献

- 1 Gamma E, Helm R, et al. *Design Pattern: Elements of Reusable Object-Oriented Software*. Addison-Wesley, 1995
- 2 张冠群, 等. Mogent 系统迁移机制的设计和实现. *计算机研究与发展*, 2001, 38(9)