正态分布参量的广义自相关性*)

毛明毅　何华灿　陈志成
(西北工业大学计算机学院　西安 710072)

摘　要　在随机系统中，许多参数都服从正态分布。文章在泛逻辑 N 范数和广义自相关性概念的基础上，研究了正态分布参量的广义自相关性，给出了正态分布参量的 N 范数、N 性生成元，建立了分布函数 $F(x)$ 与广义自相关性系数 k 之间的重要关系式，通过实例说明了 k 值的求解过程，这有助于加速泛逻辑在不确定性推理中的应用。

关键词　泛逻辑，广义自相关性系数，随机参量，分布函数，N 范数

General Self-correlation of Normal Distributing Parameter

MAO Min-Yi　HE Hua-Can　CHEN Zhi-Cheng
(Computer College of Northwestern polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract　In sochastic system, many parameters obey normal distribution. Based on the conceptions of universal logic N-norm and general self-correlation, this paper studies the general self-correlation of normal distributing parameter, gives N-norm and N-generator of normal distributing parameter, establishes the important relational expression between distributing function and geneeral self-correlation coefficient k, and expatiates the processes for calculating the value of k by example. The work can contribute to the application of universal logic on the uncertain reasoninig.

Keywords　Universal logic, General self-correlation coefficient, Random parameter, Distributing function, N-norm

1　引言

在复杂系统中，许多参数都是受不确定性因素影响的随机变量。大量实际经验与理论证明，许多随机变量的概率密度都服从或近似服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$。如测量误差、产品的强度、半导体器件中的热噪声电压和电流、材料的疲劳应力等，都相当准确地服从这种"中间大，两头小"的正态分布[1,2]。这些量的共同特征是它们都可以看成是许多微小的、不确定性的随机因素作用的总体效果，因此在一定程度上，正态分布这个模型包含了对不确定性误差的描述。

泛逻辑学是专门研究不确定性推理的逻辑。泛逻辑学中反映不确定性的重要概念是广义自相关性[3,4]，在推理过程中用系数 k 来体现。文[5,6]论述了不确定性中的泛逻辑推理，文[7]给出了复杂系统的相关性推理模型，文[8]讨论了广义三角范数与不确定性推理间的关系。

本文从随机变量的分布函数出发，在泛逻辑 N 范数概念的基础上，研究了概率密度为正态分布的随机变量的泛非运算性质，这包括求解与分析其 N 范数、N 性生成元、以及广义自相关性系数 k。文中范例以工程实际问题为主，这有利于拓展泛逻辑学的应用领域。

2　预备概念

这里主要给出广义自相关性系数 k、N 范数、N 性生成元的概念，文中涉及的其它概念可参阅文[3]。

2.1　广义自相关性系数 k

定义 1　在泛逻辑研究中发现，由于种种人类无法控制的不确定性因素，会引起测量和认识上的偏差，这使得泛命题 P 与其非命题 $\sim P$ 不再满足经典逻辑中的关系：$\sim P=1-P$。在此类不确定性问题中，把模糊测度误差对模糊非运算的影响称为广义自相关性。

为了刻画模糊泛测度误差对模糊泛非算子的影响，泛逻辑学引入了广义自相关性系数(General Self-correlation Coefficient)，用 k 表示，$k\in[0,1]$。k 的物理含义可用著名的 Sugeno 算子簇进行解释，详见文[3,4]。

2.2　泛逻辑 N 范数

定义 2　对于函数 $N(x)$，称其为 N 范数，如果满足条件：

1)边界性 N1：$N(0)=1, N(1)=0$；

2)单调性 N2：$N(x)$ 单调递减，当 $x,y\in[0,1]$，若 $x<y$，则 $N(x)\geqslant N(y)$；

3)逆等性 N3：当 $x\in[0,1]$，$N(x)=N^{-1}(N(x))$，$N^{-1}(x)$ 是 $N(x)$ 的逆。

2.3　泛逻辑 N 性生成元

定义 3　$x\in[0,1]$，如果 $\phi(x)$ 是连续的严格单调递增函数，且 $\phi(0)=0, \phi(1)=1$，则称 $\phi(x)$ 为 N 性生成元。N 性生成元的物理意义是：N 性生成元 $\phi(x^*)$ 的作用是修正误差对模糊测度值 $u(X)=x^*$ 的影响，得到精确的模糊测度值 x。

定理 1　如果 $F(x)$ 是[0,1]上连续的严格单调函数，且 $F(x)$ 为有限值，则

$$\phi(x)=(F(0)-F(x))/(F(0)-F(1))$$

是 N 性生成元。

证明：由 $F(x)$ 是[0,1]上连续的严格单调函数，$F(0)-F(1)\neq 0$ 且为有限值可知

$$\phi(x)=(F(0)-F(x))/(F(0)-F(1))$$

*)基金项目：国家自然科学基金项目(60273087)、北京市自然科学基金项目(4032009)、十五 863 项目(2002AA412020)资助。毛明毅　博士生，主要研究方向为面向对象的泛逻辑学原理；何华灿　教授，博导，主要研究方向为人工智能基础及其应用，泛逻辑学与不确定性推理；陈志成　博士生，主要研究领域为分形与混沌中的泛逻辑，因特网操作系统。

是[0,1]上连续的严格单调函数，且 $\phi(0)=0,\phi(1)=1$，所以 $\phi(x)$ 是 N 性生成元。□

定义 4 称定理 1 中的 $F(x)$ 为 N 性生成元 $\phi(x)$ 的生成函数。

2.4 N 范数生成定理

定理 2(N 范数生成定理) 若 $\phi(x)$ 是 N 性生成元，$\phi^{-1}(x)$ 是逆函数，则

$$N(x)=\phi^{-1}(1-\phi(x))$$

是连续的严格单调 N 范数。□

证明：由于 $\phi(x)$ 是 N 性生成元，$\phi(0)=0,\phi(1)=1$，且是连续的严格单调增函数。所以 $1-\phi(x)$ 是连续的严格单调递减函数，满足条件 N1、N2，由逆运算的性质知 $y=N(x)=\phi^{-1}(1-\phi(x))$，也满足条件 N1、N2，又 $x=N^{-1}(y)=\phi^{-1}(1-\phi(y))$，即 $N^{-1}(x)=\phi^{-1}(1-\phi(x))$，满足条件 N3。

所以 $N(x)$ 是连续的严格单调 N 范数。□

定理 3 连续的严格单调减 N 范数 $N(x)=\phi^{-1}(1-\phi(x))$ 的不动点即广义自相关系数：$k=\phi^{-1}(0.5)$。

证明：设 $k\in(0,1)$ 是 N 范数 $N(x)$ 的不动点，则 $N(k)=\phi^{-1}(1-\phi(k))=k,1-\phi(k)=\phi(k),2\phi(k)=1,\phi(k)=0.5,k=\phi^{-1}(0.5)$ 是 $N(x)$ 的不动点。□

如果模糊测度 $u(X)$ 有误差，$k\neq0.5$，则泛非运算将偏离理想非运算，当 p 和 $\sim_1 p$ 都服从同一个误差分布时，是一级不确定性问题，可以在基模型 $N(x,0.5)=1-x$ 的基础上用特殊的广义自相关性修正函数完整簇 $\Phi(x,k)$ 来双向修正误差的影响。修正的基本思想是：设 $u(X)=x^*$ 是有误差的模糊测度，它对应的精确值是 x，$\Phi(x^*,k)$ 负责修正误差对 x^* 的影响，使 $x=\Phi(x^*,k)$，$\Phi^{-1}(x,k)$ 的作用是恢复误差对 x 的影响，使 $x^*=\Phi^{-1}(x,k)$。显然有 $\Phi(N(x^*,k),k)=1-\Phi(x^*,k),N(x^*,k)=\Phi^{-1}(1-\Phi(x^*,k),k)$。

$\Phi(x^*,k)$ 与误差分布函数有关，设 $\delta(x,k)$ 是模糊测度的误差分布函数，$x^*=x+\delta(x,k)$，则有关系 $\Phi^{-1}(x,k)=x+\delta(x,k)$。对于不同的问题，由于其误差分布函数的不同，因而 $\Phi(x^*,k)$ 也有所不同。但是在实际问题中，尤其对于随机变量，其误差分布函数是很难求得的，相对而言，其概率分布密度函数容易求得，因此，本文从概率分布函数着眼来研究其与广义自相关性系数 k 的关系。

定义 5 在复杂系统的泛逻辑推理或控制过程中，随机参量 X 对应的命题 P 的逻辑真值由其 N 性生成元完整族 $\Phi(x,k)$ 给出。对于确定的 k_0 值，则 P 的逻辑真值可以直接由其 N 性生成元 $\phi(x)$ 给出，此时 $\phi(x)=\Phi(x,k_0)$。

定义 6 在复杂系统的泛逻辑推理或控制过程中，随机参量 X 对应的命题 P 的否命题 $\sim P$ 的逻辑真值由其 N 范数完整族 $N(x,k)$ 给出。对于确定的 k_0 值，则 $\sim P$ 的逻辑真值可以直接由其 N 范数 $N(x)$ 给出，此时 $N(x)=N(x,k_0)$。

3 正态分布参量的广义自相关性

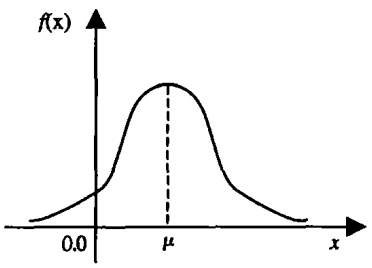
3.1 正态分布的概率密度与分布函数[1,2]

如连续型随机变量 X 具有的概率密度为式(1)，其中 $\mu,\sigma(\sigma>0)$ 为常数，则称 X 服从参数为 μ,σ 的正态分布，记为 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$。对式(1)进行积分，可得 X 的分布函数为式(2)。

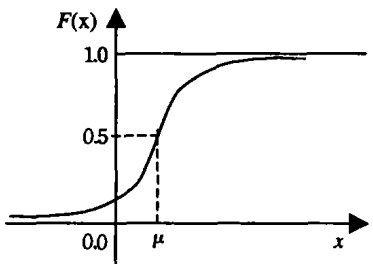
$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},-\infty<x<\infty \tag{1}$$

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}dt \tag{2}$$

$f(x)$ 及 $F(x)$ 的图形分别如图 1(a)、(b)所示。



(a) 正态分布的概率密度



(b) 正态分布的分布函数

图 1 正态分布随机变量的概率密度与分布函数

特别地，若 $X\sim N(0,1)$，即参数 $\mu=0,\sigma=1$，则称为标准正态分布，其分布函数记为 $\Psi(x)$，如式(3)。标准正态分布函数关于 y 轴对称。

$$\Psi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt \tag{3}$$

对于任何 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 分布，均可以使用变量代换化为标准正态分布：$Z=(X-\mu)/\sigma\sim N(0,1)$。

3.2 正态分布参量的符号定义

定义 7 为了计算的方便，定义以下特定函数值的符号：

$f(x)$ 为正态分布随机变量的概率密度，$F(x)$ 为分布函数，$\Psi(x)$ 为标准正态分布函数；

$F^{-1}(x)$ 为 $F(x)$ 的逆函数，$\Psi^{-1}(x)$ 为 $\Psi(x)$ 的逆函数；

$$F_x=F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

$$=\Psi(z)=\Psi(\frac{x-\mu}{\sigma}),\text{其中 }Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$F_0=F(0)=\psi(\frac{0-\mu}{\sigma})=\psi(\frac{-\mu}{\sigma})$$

$$F_1=F(1)=\psi(\frac{1-\mu}{\sigma})$$

注：对于标准正态分布的函数值，可以对分布函数求解而得，由于求解过程较为繁琐，需要用到特殊的数学变换，通常情况下都给出了标准正态分布的函数值表，见文[1]。对于确定的参数 μ 和 σ，这里的 F_0、F_1、$F_x|_{x=a}$ 均是可求的值，在以后的公式推导中，可视其为常数。

3.3 正态分布参量的生成函数

定理 4 正态分布随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 是 N 性生成元 $\phi(x)$ 的生成函数，其中 $\phi(x)=\frac{F_x-F_0}{F_1-F_0}$。

证明：对于正态分布，易证 $F(x)$ 是[0,1]上连续的严格单调递增函数，且 $F(x)$ 为有限值，其中 $F(0)=F_0,F(1)=F_1$。由定理 1 可直接得到

$$\phi(x)=\frac{F(x)-F(0)}{F(1)-F(0)}=\frac{F_x-F_0}{F_1-F_0}$$

式中分母不为 0($F_1>F_0$),$\phi(x)$是[0,1]上连续的严格单调递增函数,且 $\phi(0)=0,\phi(1)=1$,所以 $\phi(x)$是 N 性生成元。从而 $F(x)$是 N 性生成元 $\phi_N(x)$的生成函数。 □

3.4 正态分布参量的 N 范数

定理 5 正态分布随机变量 X 对应的 N 范数为:$N(x)=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}(F_0+F_1-F_x)$。

证明:由定理 4 已知正态分布随机变量 X 的 N 性生成元 $\phi(x)$,

令 $\phi(x)=\dfrac{F_x-F_0}{F_1-F_0}=y$,则

$\Rightarrow F_x=F_0+y(F_1-F_0)$

$\Rightarrow \Psi[(x-\mu)/\sigma]=F_0+y(F_1-F_0)$

$\Rightarrow x=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}[F_0+y(F_1-F_0)]$

$\therefore \phi^{-1}(x)=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}[F_0+x(F_1-F_0)]$

根据 N 范数生成定理(定理 2):

$$N(x)=\phi^{-1}(1-\phi(x))=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}[F_0+(1-(F_x-F_0)/(F_1-F_0))(F_1-F_0)]$$
$$=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}(F_0+F_1-F_x)$$

可证 $N(x)$为严格单调递减函数,且有:

设 $I=N(0)=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}(F_0+F_1-F_0)=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}(F_1)$

则 $\psi(\dfrac{I-\mu}{\sigma})=\psi(F_1)=\psi(\dfrac{1-\mu}{\sigma})$

故 $N(0)=I=1$,同理可得 $N(1)=0$。

因此 $N(x)$为严格单调递减 N 范数。 □

3.5 正态分布参量的广义自相关性系数

定理 6 正态分布随机变量 X 的广义自相关性系数 $k=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}[(1/2)\cdot(F_0+F_1)]$。

证明:由前面已知正态分布随机变量的 N 性生成元与 N 范数,则由定理 3 可得广义自相关性系数:

$$k=\phi^{-1}(0.5)=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}[F_0+x(F_1-F_0)]|_{0.5}$$
$$=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}[F_0+0.5(F_1-F_0)]$$
$$=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}[(1/2)\cdot(F_0+F_1)]$$

由此可进一步得到:

$$\psi(\frac{k-\mu}{\sigma})=\frac{1}{2}\cdot[\psi(\frac{0-\mu}{\sigma})+\psi(\frac{1-\mu}{\sigma})]$$

也即 $F_k=\dfrac{1}{2}\cdot(F_0+F_1)$ (4)

由式(4)及 $\Psi(x)$的单调递增性可知,$k\in[0,1]$。此时 k 的数学意义是:在[0,1]之间的使得 F_x 等于 F_0 与 F_1 的代数平均值所对应的自变量的值。

定理 7 在[0,1]区间上,标准正态分布随机变量 X 对应的广义自相关性系数 $k<0.5$。

证明:对于标准正态分布,参数 $\mu=0,\sigma=1$,分布函数 $F(x)=\psi(x)$,直接利用式(4)有

$\psi(k)=\dfrac{1}{2}\cdot[\psi(0)+\psi(1)]$,查表得 $\psi(0)=0.5000,\psi(1)=0.8413$,故

$\psi(k)=0.5\times(0.5000+0.8413)=0.67065$

再查表知:$\psi(0.4400)=0.6700,\psi(0.4500)=0.6736$,在数量级为 0.01 以下可近似使用插值法,于是得:

$$k=0.4400+\frac{(0.67065-0.6700)\times(0.4500-0.4400)}{0.6736-0.6700}$$
$$=0.4418<0.5000$$

由此可见,即使是标准正态分布,由于其 $k=0.4418\neq0.5000$,所以这种数学模型对于随机变量的描述同样存在误差,对于参数的逻辑值呈稍小估计。

4 范例

某控制系统中的电流表指示值(A)X 服从 $X\sim N(3,4)$分布,(1)试求系统中电流值参数的广义自相关性系数 k;(2)为了实现精确控制,系统安装了多个电流表来测定同一个参数,试求其中一个电流表在某时刻的读数小于 3.12A 的逻辑值,以及另一电流表在同一时刻的读数不小于 3.12A 的逻辑值;(3)求读数小于 3.12A 和不小于 3.12A 的概率值,并与其逻辑值比较。

求解:(1)此正态分布中,参数 $\mu=3,\sigma=\sqrt{4}=2$,分布函数 $F(x)=\psi(\dfrac{x-\mu}{\sigma})$,直接用式(3)有:

$$\psi(\frac{k-3}{2})=\frac{1}{2}\cdot[\psi(\frac{0-3}{2})+\psi(\frac{1-3}{2})]$$
$$=\frac{1}{2}\cdot[\psi(-1.5)+\psi(-1.0)]$$
$$=\frac{1}{2}\cdot[1-\psi(1.5)+1-\psi(1.0)]$$

(查表得 $\psi(1.5)=0.9332,\psi(1.0)=0.8413$)

$$=\frac{1}{2}\cdot(2-0.9332-0.8413)$$
$$=1-0.88725$$

(查表与插值求得 $\psi(1.5)=0.88725$)

$$=\psi(-1.21184)$$

故 $\dfrac{k-3}{2}=-1.21184$,从而 $k=3-2\times1.21184=0.57632$。

由于系数 $k>0.5$,故可知此系统中电流表的显示值呈稍大估计。

(2)由于正态分布的定义域为$(-\infty,\infty)$,此处讨论的 N 范数与 k 系数在[0,1]区间内,依照泛逻辑学原理,需要使用换基规则进行论域变换[3]。对于本题,采用变换$(-\infty,\infty)\to[0,1]$:$x'=[(x-1)+(x^2+1)^{1/2}](2x)$有:

$x'=[(3.12-1)+(3.12^2+1)^{1/2}]/(2\times3.12)=0.8648$。

其 N 性生成元 $\phi(x)=\dfrac{F_x-F_0}{F_1-F_0}$,故

$$Q(3.12)=\phi(0,8648)=\frac{F_{0.8648}-F_0}{F_1-F_0}=\frac{\psi_{-1.0676}-\psi_{-1.5}}{\psi_{-1.0}-\psi_{-1.5}}$$
$$=\frac{0.1429-0.0668}{0.1587-0.0668}=0.8281$$

由对应的 N 范数 $N(x)=\mu+\sigma\cdot\Psi^{-1}(F_0+F_1-F_x)$有

$$\sim Q(3.12)=N(0.8648)=3+2\cdot\Psi^{-1}(\psi_{-1.5}+\psi_{-1.0}-\psi_{-1.0676})$$
$$=3+2\cdot\Psi^{-1}(0.0668+0.1587-0.1429)$$
$$=3+2\cdot(-1.3878)$$
$$=3+2\cdot\Psi^{-1}(0.0826)$$
$$=0.2244$$

由此可见,$Q(3.12)+\sim Q(3.12)>1$,这与 $k>0.5$ 呈偏大估计是一致的。

(3)求概率值,则有:

$P(X<3.12)=\psi(\dfrac{3.12-3}{2})=\psi(0.06)=0.5239$

$P(X\geqslant3.12)=1-P(X<3.12)=1-0.5239=0.4761$

5 讨论

本文所研究的泛逻辑的广义自相关性系数 k,是反映一个复杂系统、或一个数学模型、或一个推理公式集合自身存在的误差,k 值的大小反映了这些系统(模型、集合)描述不确定性的准确程度,k 不是某个变量"测量值与理想值的差值",而是一个描述这些差值大小的一个系数,它广泛存在于自然系统和社会系统中,本文针对正态分布随机变量,研究了它的分布函数与 k 系数的一些特性,给出了求解 k 值的具体方法与公式。

(下转第 10 页)

要的说明。

对于任意的测试(R,β)，如果有$(Sys(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)|R)\Downarrow\beta$，则$\beta$通道必定属于$Sys(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)$或$R$，而不是两者作内部动作以后出现的新通道。这是因为有时间戳的验证$[y_i\ is\ x_v]$，任何非合法客户利用公有通道发出的消息都不能通过时间戳的检验，而使得进程阻塞。由于$Sys_{spec}(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)$可以和$Sys(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)$有相同的外部通道，则$(Sys_{spec}(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)|R)\Downarrow\beta$。反之亦然，因此有$sys(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)\simeq Sys_{spec}(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)$。

但是，上面的测试等价是建立在时间戳的确起作用的基础上，如果R可以传递一个消息满足时间戳验证，则Kerberos协议是不安全的，它无法阻止重放(replay attack)。对于形式化而言，如果我们去掉$[x_i\ \text{is}\ y_i]$匹配项，则两者不是测试等价的，下面定义的一个测试可以说明这个问题：

我们首先假设$F(x)\triangleq\overline{c_t}\langle x\rangle$，其中$c_t$是一个新通道。令

$$R\triangleq c_c(u).\overline{c_c}\langle u\rangle.\overline{c_c}\langle u\rangle.c_t(x).c_t(y)[y\ \text{is}\ x].\overline{d}\langle *\rangle$$

则有$(Sys(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)|R)\Downarrow d$，但没有$(sys_{spec}(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)|R)\Downarrow d$，所以

$$Sys(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)\not\simeq Sys_{spec}(REQ_1,REQ_2,\cdots,REQ_n)$$

结束语 Spi演算为认证协议的描述和论证提供了很好的支持，但这一领域还需要作更深入的研究和应用。

第一，在理论上，我们可以看到Spi的语义还不足以描述复杂的认证协议，如时间戳的描述。虽然在本文中使用了匹配(match)来模拟时间戳，但无法做到对其精确的描述，尚存在一些语义上的缺陷。为此，我们应该提出高阶(high order)的Spi演算来解决这个问题。

第二，为了把Spi演算应用于实际，我们需要结合Model checking的思想，来研究制作自动验证工具，利用这个工具来验证现存的和即将制订的协议的安全性，才是本研究所要达到的目的。

参考文献

1 Abadi M, Gordon A D. A calculus for cryptographic protocols: The spi calculus. In: the Proc. of the Fourth ACM Conf. on Computer and Communications Security, 1997

2 Abadi M, Gordon A D. A calculus for cryptographic protocols: The spi calculus: [Technical Report 414]. University of Cambridge Computer Laboratory, 1997

3 Abadi M, Gordon A D. Reasoning about cryptographic protocols in the spi calculus. In: CONCUR'97: Concurrency theory, volume 1243 of Lecture Notes in Computer Science, 1997. 59～73

4 Abadi M, Gordon A D. A Bisimulation Method for Cryptographic Pro-tocols. Nordic Journal of Computing, 1998, 5(4): 267～303

5 Milner R, Parrow J, Walker D. A calculus of mobile processes, Parts I and Ⅱ. Information and computation, 1992

6 Milner R. Communication and Concurrency. Prentice-Hall International, 1999

7 Neuman B C, Ts'o T. Kerberos: An Authentication service for com-puter network. IEEE Communications Magazine, 1994

8 Schneier B. Applied Cryptography Second Edition: Protocols, algorithms and source code in c. Wiley, 1996

(上接第3页)

需要说明的是，这里的"逻辑值"与数学中的"概率值"是两个不同的概念，前者是基于泛逻辑原理而新提出的概念，主要用于复杂系统中对包含不确定性因素的参量进行柔性推理与精确控制；后者则是熟知的概率论中的概念；尽管二者有一定的联系，都从概率密度与分布函数进行求解，但二者的求解思想与计算方法是截然不同的。那么，已经有了概率论，为什么还要研究其泛逻辑的推理呢？范例的计算表明：$P(X<3.12)+P(X\geqslant3.12)=1$，其物理意义是：随机变量$X$落在区间$(-\infty,3.12)$的概率是0.5239，则落在区间$[3.12,\infty]$的概率必然是1－0.5239，其本质仍然是经典逻辑的推理，即变量值如不属于集合$(-\infty,3.12)$，则必然属于集合$[3.12,\infty]$。但是，由$Q(3.12)+\sim Q(3.12)\neq1$可知，基于泛逻辑的考虑了广义自相关性系数$k$的这种推理模式，能更好地描述变量$X$的不确定性，当且仅当$k=0.5$时存在$Q(x)+\sim Q(x)=1$。

小结 正分布是随机系统中许多参数所服从的一种分布规律，泛逻辑学为描述不确定性问题提供了新的思路和方法。文章在泛逻辑N范数和广义自相关性概念的基础上，主要针对正态分布随机变量的泛非运算性质进行了研究，其工作内容与意义在于：

(1)给出了正态分布参量的N范数、N性生成元、广义自相关性系数；建立了分布函数$F(x)$与广义自相关性系数k之间的重要关系式，这有助于加速泛逻辑在不确定性系统推理中的应用。

(2)拓展了泛逻辑中k值的用途，它不仅可以用于泛逻辑中各连接词的运算；也可以作为一个评价指标，从逻辑推理的角度，对一个数学模型的误差进行评估。计算表明：标准正态分布的数学模型也不是完美的，其广义自相关性系数$k<0.5$，在此模型中，所描述随机参量的逻辑值呈偏小估计。

参考文献

1 朱燕堂，赵选民，徐伟. 应用概率统计方法[M]. 西北工业大学出版社，2000

2 盛骤，谢式千，潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 高等教育出版社，2001

3 何华灿，王华，刘永怀，等. 泛逻辑学原理[M]. 北京科学出版社，2001

4 王拥军. 需求工程中的不确定性研究[D]：[西北工业大学博士学位论文]. 2001

5 何华灿，刘永怀，何大庆. 经验性思维中的泛逻辑[J]. 中国科学(E辑)，1996，126(1)：72～78

6 He Huacan, Ai Lirong, Wang Hua. Uncertainties and the Flexible Logics[C]. In: IEEE Proc. of 2003 Intl. Conf. on Machine Learning and Cybernetics, vol4/5, Xi'an, 2003, 11: 2573～2578

7 Chen Zhicheng, He Huacan, Mao Mingyi. Correlation Reasoning of Complex System Based on Universal Logic[C]. In: IEEE Proceedings of 2003 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, vol3/5, Xi'an, 2003, 11: 1831～1835

8 刘永怀. 基于广义范数的不确定性推理理论研究[D]：[西北工业大学博士学位论文]. 1996