

一种基于中值滤波的非线性图像处理优化算法

鲁瑞华¹ 杨 明²

(西南师范大学电子信息工程学院 重庆400715)¹

(西南师范大学计算机科学与信息学院 重庆400715)²

摘 要 本文提出了一种允许实数值加权的递归加权中值滤波器。该滤波器优于无限脉冲响应线性滤波器、有限脉冲响应线性滤波器及非递归加权中值滤波器,除对噪声级提供稳健性,还可以提供近于完善的“阻带”特性,这在实践中很有用处。本文还提出了用于设计递归加权中值滤波器的自适应优化算法。该算法在平均绝对误差准则下得到了发展。在这个框架内,用于计算递归加权中值滤波器输出的前位输出被前位期望的输出所取代。这样,递归加权中值滤波器就近似于一个双输入单输出滤波器,它取决于输入样值和所期望的响应的延迟样值。这种结构避免了递归运算中固有的反馈,因而使得用于更新滤波系数的最陡下降算法中的梯度推导变得简单了许多。我们提出的自适应递归加权中值滤波算法与LMS算法相比,复杂性有所降低。

关键词 中值滤波器,图像处理,加权,递归去耦,自适应优化算法

An Optimization Algorithm Based on Median Filtering for Nonlinear Image Processing

LU Rui-Hua¹ YANG Ming²

(Institute of Electronics and Information Engineering, Southwest China Normal University, Chongqing 400715)¹

(Institute of Computer Science and Information, Southwest China Normal University, Chongqing 400715)²

Abstract This paper introduces a recursive weighted median filter admitting negative weights which provides several advantages over the infinite impulse response linear filters, finite impulse response linear filters and non-recursive weighted median filters and offers robustness to noise levels and near perfect "stop-band" characteristics that is very useful in practice. The paper also presents an adaptive optimization algorithm for design of recursive weighted median filters. This algorithm is developed under the mean absolute error criterion. In this framework, the previous outputs used to compute the RWM filter output are replaced by previous desired outputs. Thus, the RWM filter is approximated by a two-input, single output filter that depends on the input samples and on delayed samples of the desired response. Such a structure is free of the feedback inherent in the recursive operation, therefore, leading to a much simpler derivation of the gradient in the steepest descent algorithm used to update the filter coefficients. Proposed in the paper algorithm of adaptive recursive weighted median filtering lowers the complexity comparable to that of the LMS algorithm.

Keywords Median filter, Image processing, Weight, Recursive decoupling, Adaptive optimization algorithm

1 引言

在图像处理中,噪声一般是有害的,它“污染”图像信号。因此,人们总是希望在所采集到的图像信号中尽可能不含噪声,然而这实际上是不可能的。在图像采集、编码和传输过程中,所有的图像均不同程度地被可见或不可见噪声“污染”。这里说的噪声包括电子噪声、光子噪声、斑点噪声和量化噪声。如果信噪比(SNR)低于一定水平,噪声逐渐变成可见的颗粒形状,就会导致图像质量下降。正因为有这些噪声的存在,才产生了一系列图像处理算法并形成了内容丰富的图像处理理论。

近年来,非线性滤波器已经在消除脉冲噪声的应用中取代了线性滤波器,线性滤波器性能不良已是不争的事实^[1,2]。

在大量非线性滤波器之中,基于次序统计的滤波器具有极好的健壮特性^[1]。该类非线性滤波器尽管难于分析,但概念简单易于实现,发展非常迅速,其中尤以中值滤波器最为出

名,在消除脉冲噪声中已经显示出了长足的进步^[3,4]。

图像处理采用的大多数非线性滤波器是次序统计滤波器,另外还采用以集合运算进行图像几何结构分析为基础的非线性滤波器(形态滤波器)、以沃特拉级数为数学理论基础的滤波器(多项式滤波器)等等。在实际应用中,由于图像信号与噪声的统计特性极其不规则,非线性滤波器许多参数的优化问题难于解决。因此深入研究自适应非线性滤波器十分必要。本文提出了一种基于中值滤波的非线性图像处理优化算法,即自适应递归加权中值滤波算法。

2 中值滤波

一般来说,图像信号往往有突变的部分,它们被称为“边缘”。而图像信号的边缘与平坦部分相比,含有更重要的信息。当图像信号混有噪声时,若采用线性滤波进行处理,尽管噪声得到了抑制,但高频分量的丢失导致图像信号边缘模糊。若采用非线性中值滤波,在滤除噪声的同时,还能保护图像信号的

边缘使之不被模糊,此外,它很容易自适应化,从而可以进一步提高其滤波性能,因此,非常适用于线性滤波器无法胜任的数字图像处理。

中值滤波是对一个滑动窗口诸像素灰度值排序,用其中值代替窗口中心像素原来的灰度值,因此它是一种非线性的图像平滑法。它对脉冲干扰及椒盐噪声的抑制效果好,在抑制随机噪声的同时能有效保护边缘少受模糊。但它对点、线等细节较多的图像却不太合适。

中值滤波主要具有以下特性:

(1)对离散阶跃信号、斜升信号不产生影响,连续个数小于窗口长度一半的离散脉冲将被平滑,三角函数的顶部平坦化;

(2)令 C 为常数,则

$$\text{median}\{CF_{jk}\} = C \cdot \text{median}\{F_{jk}\}$$

$$\text{median}\{C + F_{jk}\} = C + \text{median}\{F_{jk}\}$$

$$\text{median}\{F_{jk} + f_{jk}\} \neq \text{median}\{F_{jk}\} + \text{median}\{f_{jk}\}$$

(3)中值滤波后,信号频谱基本不变。

应指出使用中值滤波需要正确选择窗口的尺寸、形状及掩膜大小。对于细节多、细线多的图像可采用加权中值滤波法。

3 允许实数值加权的递归加权中值滤波器

递归加权中值滤波器(recursive weighted median filter, RWMF)类似于一种无限脉冲响应(infinite impulse response, IIR)线性滤波器。递归滤波器结构十分重要,常被用于“共振”建模。IIR 滤波器可以用空间域法按其差分方程以递归方式实现,也可应用频率域法以逼近技术实现。但 IIR 滤波系统有潜在的不稳定性,而且对线性系统稳定性判断较困难。有限脉冲响应(finite impulse response, FIR)线性滤波器可以直接用非递归方式实现,也可用卷积(直接的或快速的)方法实现,且它们总是稳定的,容易设计成零相移或线性相移。从缩短运算时间来说,用 IIR 滤波器实现递归滤波比用 FIR 滤波器实现卷积滤波所需要的运算量少得多。递归加权中值滤波器优于 FIR 滤波器和 IIR 滤波器,也优于非递归加权中值滤波器,它对噪声级提供稳健性,但也有缺点,在输出端有一些模糊的大气噪声,不过可以利用优化工具使大气噪声减少到最低限度。

为了定义递归加权中值滤波器,设有一观察集 $X_1, \dots, X_N$, 样值平均值 $\bar{\beta} = \text{mean}(X_1, \dots, X_N)$, 对于 FIR 滤波器能够扩展为:

$$\bar{\beta} = \text{mean}(W_1 \cdot X_1, \dots, W_N \cdot X_N) \quad (1)$$

$W_i \in R, R$ 为实数集, W_i 称作权值。将式(1)改写为下式非常有用,

$$\bar{\beta} = \text{mean}(|W_1| \cdot \text{sgn}(W_1)X_1, \dots, |W_N| \cdot \text{sgn}(W_N)X_N) \quad (2)$$

式中 $\text{sgn}(W_i)$ 在 $W_i \geq 0$ 时等于 1, 否则等于 -1。加权符号影响相应的输入样值并且加权受约束必定为非负值。样值中值 $\beta = \text{median}(X_1, \dots, X_N)$ 起类似于定位估算样值平均值的作用,能够扩展为允许正权和负权的通用加权中值滤波器结构^[5]。

$$\beta = \text{median}(|W_1| \diamond \text{sgn}(W_1)X_1, \dots, |W_N| \diamond \text{sgn}(W_N)X_N) \quad (3)$$

$W_i \in R, i=1, 2, \dots, N, \diamond$ 为复制运算符,定义为:

$$W_i \diamond X_i = \underbrace{X_i, X_i, \dots, X_i}_{w_i \text{ 次}} \quad \text{另一方面, 加权符号与加权大小}$$

是分开的并且与观察样值归并。式(3)中加权仅限于整数。

式(2)和(3)中的滤波器可以看作非递归滤波器对偶。此种对偶性随之扩展为递归形式。IIR 滤波器的通用结构由差分方程确定。

$$Y(n) = \sum_{l=1}^N A_l Y(n-l) + \sum_{k=0}^M B_k X(n+k) \quad (4)$$

式中输出不仅由输入而且也由先前计算出的输出形成。滤波器加权由两个集构成,反馈系数 $\{A_l\}$ 和前馈系数 $\{B_k\}$ 。总之, $(N+M+1)$ 系数对于确定式(4)的递归差分方程是需要的。式(4)对于递归加权中值滤波器结构的通用性显而易见。遵照式(2)中介绍的类似方法,求和运算被中值运算所取代,乘法的加权被符号复制加权所取代:

$$Y(n) = \text{median}(|A_l| \diamond \text{sgn}(A_l)Y(n-l) \Big|_{l=1}^N, |B_k| \diamond \text{sgn}(B_k)X(n+k) \Big|_{k=0}^M) \quad (5)$$

注意,如果加权 A_l 和 B_k 被限定为正,式(5)则归并为递归加权中值平滑滤波器。非整数加权的递归加权中值滤波器输出可计算如下:

$$(1) \text{ 计算出阈值 } T_0 = \frac{1}{2} \left(\sum_{l=1}^N |A_l| + \sum_{k=0}^M |B_k| \right).$$

(2)同时整理“带符号的”过去的输出样值 $\text{sgn}(A_l)Y(n-l)$ 和“带符号的”输入观察 $\text{sgn}(B_k)X(n+k)$ 。

(3)求出与已整理的“带符号的”样值相应的加权数值之和,从最大开始,依次往下继续。

(4)输出是其加权数值导致和数变成 $\geq T_0$ 的带符号的样值与其下一个较小的带符号的样值之间的平均值。

4 自适应递归加权中值滤波算法

设一个统计上属于所期望的过程 $\{D(n)\}$ 的观察过程 $\{X(n)\}$, 进一步假定两个过程均同时为平稳的。在平均绝对误差(MAE)判别标准之下,我们的目标在于确定加权 $\{A_l\} \Big|_{l=1}^N$ 和 $\{B_k\} \Big|_{k=0}^M$, 通过逐步修正权系数,以便使费用函数最小化,

$$J(A_1 \dots A_N, B_0 \dots B_M) = J(A, B) = E\{|D(n) - Y(n)|\}$$

式中 $E\{\cdot\}$ 表示统计期望值, $Y(n)$ 为式(5)给定的递归加权中值滤波器的输出。为了形成迭代优化算法,使用了最陡下降算法,在该算法中必须计算出费用函数梯度 (∇J) 以便更新滤波器加权。然而,由于递归加权中值滤波器中固有的反馈运算, ∇J 的计算变成难解。

为了解决此问题,使用了源于等差模式(Equation Error Formulation, EEF)的优化框架^[7]。EEF 用于设计 IIR 滤波器并且是基于这样的事实,即最理想的是滤波器的输出接近于所期望的响应。这样,式(5)中前位输出 $\{Y(n-l)\} \Big|_{l=1}^N$ 便为

前位所期望的输出 $\{D(n-l)\} \Big|_{l=1}^N$ 所取代以便获得双输入单输出滤波器,此种滤波器受制于输入样值 $\{X(n+k)\} \Big|_{k=0}^M$ 和所期望的响应的延迟样值 $\{D(n-l)\} \Big|_{l=1}^N$, 亦即

$$\hat{Y}(n) = \text{median}(|A_l| \diamond \text{sgn}(A_l)D(n-l) \Big|_{l=1}^N, |B_k| \diamond \text{sgn}(B_k)X(n+k) \Big|_{k=0}^M) \quad (6)$$

此近似法导致输出 $\hat{Y}(n)$, 该输出不受制于延迟输出样值,因而此滤波器不再采用反馈,而是将递归加权中值滤波器

简化为双输入单输出的非递归系统。此“递归去耦”优化方法为递归加权中值滤波器的基于梯度的优化算法解决了关键问题。根据近似滤波结构,费用函数最小化为:

$$\hat{J}(A, B) = E\{|D(n) - \hat{Y}(n)|\} \quad (7)$$

式中 $\hat{Y}(n)$ 为式(6)的非递归滤波器输出。因为 $D(n)$ 和 $X(n)$ 并不是反馈系数的函数, $\hat{J}(A, B)$ 的导数就该滤波器加权而言是非递归的, 它的计算简单易行。利用实数值信号的阈值分解可以找到一个自适应解的闭合形表达式。最小化的式(7)等于最小化的

$$\hat{J}(A, B) = \frac{1}{2} E\left[\int_{-\infty}^{+\infty} e(n) dq\right] \quad (8)$$

注意在式(8)中对于固定的 n , 积分算子决定严格的反函数或严格的正函数。因此, 式(8)中的绝对值和积分算子可以交换。此外, $e^q(n)$ 具有集 $\{-2, 0, 2\}$ 中的值^[6], 这样绝对值算子可以为严格成比例的二乘方算子所取代:

$$\hat{J}(A, B) = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} E[(e^q(n))^2] dq \quad (9)$$

式中使用了期望算子的线性特性。分别着眼于滤波系数 A_i 和 B_k 的输出, 取式(9)的导数 $\frac{\partial \hat{J}}{\partial A_i}$ 、 $\frac{\partial \hat{J}}{\partial B_k}$ 使用了近似值 $\text{sgn}(x) \approx \tanh(x)$ 。使用此梯度, 最佳系数可以通过最陡下降递归更新求得:

$$A_i(n+1) = A_i(n) + 2\mu \left[-\frac{\partial \hat{J}}{\partial A_i}\right] \quad (10)$$

$$B_k(n+1) = B_k(n) + 2\mu \left[-\frac{\partial \hat{J}}{\partial B_k}\right] \quad (11)$$

其中 μ 为控制收敛速度的参数, 利用以上二式即可实现权系数迭代的自适应处理。

5 仿真实验结果



(a) 原始图像



(b) 加噪图像



(c) 递归中心加权中值滤波



(d) 非递归中心加权中值滤波



(e) 自适应非递归加权中值滤波



(f) 自适应递归加权中值滤波

图(a)显示的是模拟使用的原始“肖像”图像。图(b)是脉冲噪声破坏原始图像后获得的噪声图像。

噪声图像是用一个 3×3 的递归中心加权中值滤波器和一个具有中心加权为5的 3×3 非递归中心加权中值滤波器进行滤波的。图(c)和(d)所示为它们相应的滤波输出。

噪声图像分别用自适应递归加权中值滤波器和自适应非递归加权中值滤波器进行滤波, 两种算法的加权初始条件均为上述中心加权中值滤波器的滤波系数。每个滤波器产生的标准化的均方误差和标准化的平均绝对误差列于表1。图(f)和(e)分别表示自适应递归加权中值滤波器和自适应非递归加权中值滤波器的输出。比较图像和误差值可见, 自适应递归加权中值滤波器性能优于自适应非递归加权中值滤波器。

表1 脉冲噪声消除的结果

噪声图像及滤波器种类	滤波结果	
	均方误差	平均绝对误差
噪声图像	2545.20	12.98
递归中心加权中值滤波器	189.44	1.69
非递归中心加权中值滤波器	243.83	1.92
自适应非递归加权中值滤波器	156.30	1.66
自适应递归加权中值滤波器	88.13	1.57

结束语 本文提出了允许实数值加权的通用递归加权中值滤波器结构。该新滤波结构在要求健壮带通或高通性能并具有近于完善的“阻带”(stop-band)的实际应用中是很有用的。并且, 还提出了用于设计递归加权中值滤波器的自适应优化算法。自然, 我们的研究远未穷尽, 希望今后在这方面看到新的进展。

参考文献

- 1 Pitas I, Venetsanopoulos A N. Order statistics in digital image processing. In: Proc. IEEE, vol. 80, Dec. 1992. 1893~1921
- 2 Astola J, Kuosmanen P. Fundamentals of nonlinear digital filtering. Boca Raton, FL: CRC Press, 1997
- 3 Ko S-J, Lee Y-H. Center weighted median filters and their applications to image enhancement. IEEE Trans. Circuits syst., 1991, 38(9): 984~993
- 4 Bovik A C, Huang T, Munson D C. A generalization of median filtering using linear combinations of order statistics. IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., 1983, ASSP-31: 1342~1350
- 5 Arce G R. A general weighted median filter structure admitting negative weights. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46: 3195~3205
- 6 Arce G R, Paredes J L. Recursive weighted median filters admitting negative weights and their optimization. IEEE Trans. on Signal Processing, 2000. 768~779
- 7 Shynk J J. Adaptive IIR filtering. IEEE ASSP Magazine, 1989, 6(2)
- 8 Yin L, Neuvo Y. Fast Adaptation and Performance Characteristic of FIR-WOS Hybrid Filters. IEEE Trans. on Signal Processing, 1994, 42: 1601~1628