

基于区域特性的压缩感知多聚焦融合算法

曹义亲 贺亚飞 黄晓生

(华东交通大学软件学院 南昌 330013)

摘要 传统的基于压缩感知的图像融合算法是对整个系数进行稀疏处理,而小波分解后的低频系数不稀疏,导致压缩重构质量降低,并且传统的融合规则不易简单、全面地提取高频系数的特征值。针对这一问题,分别对小波分解得到的高、低频系数采取不同的融合规则进行处理,提出了一种改进的区域特性高频压缩感知的融合算法。其中,低频系数采用区域方差加权绝对值最大融合;高频系数首先通过具有较好 RIP 性质的随机观测矩阵进行压缩采样,得到的观测值基于能量匹配度的不同进行相加或加权融合,以融合不同方向的高频子带特征信息,再用正交匹配追踪重构算法对高频部分进行信号重构。最后,低频、高频信息在小波逆变换下重构出融合图像。实验结果表明,与以往的基于压缩感知的融合方法相比,此算法的融合图像更清晰,新算法无论是在主观评价还是客观评价指标上都有利于图像信号重构,并具有较好的使用性。

关键词 压缩感知,图像融合,小波变换,区域特性

中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.01.054

Multi-focus Image Fusion Algorithm Based on Compressed Sensing and Regional Characteristics

CAO Yi-qin HE Ya-fei HUANG Xiao-sheng

(College of Software, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract The traditional image fusion based on compressed sensing algorithm is to deal with the whole coefficients sparse, and low-frequency coefficients of wavelet decomposition is not sparse, resulting in the quality reduction of compression reconstruction. Besides, the traditional fusion rules are difficult and not comprehensive to extract characteristic value of high frequency coefficient. To solve this problem, we dealt with high and low frequency coefficient which was decomposed by wavelet by adopting different fusion rules, and an improved fusion method based on high-frequency compressed sensing of regional characteristics was proposed. Among them, low-frequency coefficients fusion method used the regional variance of weighted and maximum absolute value. Firstly, the high-frequency coefficients by random measurement matrix has better restricted isometry property compression sampling. The observed value based on energy matching degree is used for different additive or weighted fusion, to fuse the characteristic information of high frequency sub bands in different directions. Then the orthogonal matching pursuit recovery algorithm is used to reconstruct the signal of high-frequency part. Finally, the low-frequency and high-frequency information in invert wavelet transform are used for reconstructing the fusion image. Experimental results show that compared with the previous fusion method based on compressed sensing, the effect of the fused image is more clear, new algorithm both in subjective evaluation and objective evaluation index are conducive to the image signal reconstruction, and has good usability.

Keywords Compressed sensing, Image fusion, Wavelet transform, Regional characteristics

图像融合^[1]是将多个传感器采集到的关于同一场景或目标的多个源图像进行适当的融合处理,以获取对同一场景或目标更为清晰、完整、丰富的图像,其应用遍及遥感探测、交通监测、医学图像分析、环境保护等多个重要领域。伴随其应用的推广,图像融合过程中图像的数量逐渐增加,巨大的计算量对图像融合过程产生了极大的困难。

近年来,压缩感知(Compressed Sensing, CS)^[2]理论为解决这一问题提供了一种途径。当信号具有稀疏性或者可压缩性时,通过对信号进行少量采样,将已采集到的少量值通过

压缩感知重构算法就能够高效地重构出原始信号,极大地降低了储存空间和计算复杂度。随着压缩感知理论研究的发展,基于压缩感知理论的图像融合算法的研究也逐渐受到了关注。目前,关于压缩感知的图像融合算法主要集中在4个方面:1)信号的稀疏表示;2)测量矩阵的构造;3)图像融合算法的研究;4)压缩感知重构算法的设计。而融合算法是图像融合中最重要的步骤。由于图像在小波变换、非下采样轮廓波变换等分解出来的高频信息反映了图像的纹理、特征、轮廓等重要特征信息,如何从多源图像中将这些特征信息快速、全

到稿日期:2015-12-18 返修日期:2016-03-07 本文受国家自然科学基金项目(61365008),江西省自然科学基金项目(20142BAB 207025),教育部人文社科项目(15YJA860013)资助。

曹义亲(1964—),男,硕士,教授,CCF会员,主要研究方向为图像处理、模式识别,E-mail:yqcao@ecjtu.jx.cn;贺亚飞(1990—),女,硕士生,主要研究方向为图像处理,E-mail:947609029@qq.com;黄晓生(1972—),男,博士,副教授,主要研究方向为图像处理、机器视觉。

面而又简捷地提取起来,同样也是图像融合算法中一个重要的步骤,它反映了融合图像中的特征数字、轮廓、纹理等是否能较好地表达出来,即关系到图像质量的好坏。文献[3]用小波基提取图像纹理,并完成了纹理分类,但是传统的小波只具有有限方向性和平移改变性。文献[4]在遗传算法下提出了用曲波和小波相结合的方式进行特征提取,虽然融合了曲波的方向性和小波的快速性,但是不能实现纹理缺陷的协同分选。文献[5]提出利用顺序切换操作在多尺度形态学理论下提取红外线和视觉图像的特征信息,将包含重要信息但细节不丰富的红外线图像与含有丰富细节的视觉图像融合成一幅满意的图像,此算法具有一定优势,但主要是针对红外线与视觉图像。文献[6]提出了一种利用双树复小波特征提取板材的纹理与缺陷特征向量,通过遗传算法选出特征向量并用压缩感知算法构建特征分类器,这种特征提取方法虽具有一定优势,但算法复杂度高,选取图片的纹理信息较简单,并未对复杂纹理图片进行研究,具有一定的局限性。文献[7]提出了在提升小波变换下对低频子带采用基于区域空间频率融合,高频子带在双通道脉冲耦合神经网络(Dual-channel PCNN)下的医学图像融合方法,提升小波与双通道脉冲耦合神经网络的结合有效保留了融合图像的细节和边缘信息。本文在小波的基础上,提出了一种简单、能较全面地提取高频特征信息的融合算法。由于小波分解后低频系数不稀疏,因此对高低频系数采用了不同的融合算法。低频采用区域方差加权绝对值取大融合算法,而分解的高频部分提出了一种在区域匹配方法下,对相似度大的进行加权滤波,在保持图像纹理的同时有效抑制噪声的产生,而相似度较小的将测量值对应相加,实现方法能够简单、全面地提取和融合多源图像的特征信息。

1 压缩感知基本理论

1.1 稀疏表示

对一个有限长一维离散信号 x , 可将其视为 $x\{n\} \in R^N$ ($n=1, 2, \dots, N$) 中的一个 $N \times 1$ 列向量, ϕ 是 $N \times N$ 基向量矩阵, θ 为 x 在 ϕ 下的等价表示, 其中只含有 k 个不为零的分量, 且 $k \ll N$, 则称 x 是 k 稀疏, 即

$$x = \phi\theta \quad (1)$$

常见的变换基有离散正(余)弦变换基、小波变换基和傅里叶变换基, 本文采用 haar 单小波变换基。

1.2 测量矩阵

测量矩阵的作用是将 x 投影到一个与变换基不相干的测量矩阵 ϕ 上, ϕ 为 $M \times N$ 矩阵, 且 $M < N$, 实现对信号的压缩采样, 得到 $M \times 1$ 维测量值 y , 即

$$y = \phi x = \phi\phi\theta = \Theta\theta \quad (2)$$

其中, $\Theta = \phi\phi$ 为 $M \times N$ 传感矩阵。为使稀疏信号能够重构, 传感矩阵必须满足约束等距性(Restricted Isometry Property, RIP)条件^[8]。文献[9, 10]证明了高斯随机测量矩阵几乎与任何稀疏矩阵不相关, 能够满足 RIP 准则, 只需 $M \geq cK \log(N)$ ^[11], 其中 c 为很小的常数 $N \times M$ 。文献[12]提出了一种改进的、具有更好 RIP 性质的观测矩阵。首先对高斯随机矩阵进行 QR 分解:

$$\phi^T = QR \quad (3)$$

其中, Q 是一个 $N \times N$ 正交矩阵, R 是一个上三角矩阵。保留 R 的主对角线上的元素, 将其它元素全设为 0, 得到新的上三

角矩阵 \bar{R} , 从而得到新的高斯随机测量矩阵 $\bar{\phi}$ 。常用的测量矩阵还包括傅里叶变换矩阵、hadamard 矩阵等。

1.3 信号重构

信号重构是压缩感知中最重要的部分, 重构方法关系到最后重构图像的效果。目前 CS 重构算法主要包括 3 类: 凸优化算法、组合算法和贪婪算法。凸优化算法是针对 l_1 最小范数提出的线性规划方法, 主要有基追踪、内点迭代法、梯度投影法等; 组合算法包括 HHSP 追踪、链追踪等; 贪婪算法主要包括匹配追踪、正交匹配追踪^[12](OMP)、正则化正交匹配追踪、压缩采样匹配追踪、子空间追踪等。贪婪算法是运用最广泛、重构速度最快的方法。本文采用正交匹配追踪(OMP)算法, 其基本思想是: 以贪婪迭代的方法选择观测矩阵的列, 使得在每次迭代中所选择的列与直到迭代次数达到稀疏度当前的观测信号 y 具有最大相关性, 并且从观测信号中剔除这个相关部分并反复迭代, 直到迭代次数达到稀疏度 k 后停止迭代。

2 基于区域特性的压缩感知多聚焦图像融合算法

由于小波分解得到的低频系数非稀疏, 而高频系数是稀疏的, 因此保留图像低频系数, 低频融合规则采用区域方差加权绝对值最大融合; 高频系数由于具有稀疏性, 高频融合规则在压缩感知理论下采用改进的区域能量加权融合算法。基本框架如图 1 所示。

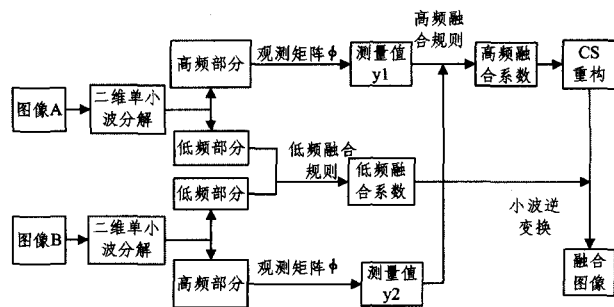


图1 基于区域特性的压缩感知多聚焦图像融合算法框架

2.1 低频融合规则

低频分量是原始图像的近似部分, 若采用简单平均的融合方法, 会降低图像的视觉效果; 若直接选取系数绝对值较大的作为最终融合结果, 同样忽略了图像的纹理信息, 会造成融合图像相邻区域灰度差异大。而区域融合方法不仅考虑了参加融合图像中对应的各个像素, 而且也考虑了参加融合像素的局部区域^[13], 使融合后视觉效果更佳、细节更丰富。图像的方差能够反映图像灰度相对于均值的离散程度, 方差值越大, 分布越分散, 图像包含的信息量也就越大。因此, 采用区域方差加权绝对值最大融合。

假设原始图像 A 与原始图像 B 的低频系数为 $C_x(i, j)$ ($x=A, B$), 首先用一个以 (i, j) 为中心的小区域 Q 内的加权方差来表示区域方差显著性。 $\bar{u}_x(i+i', j+j')$ 表示图 x 在以 (i, j) 为中心点、区域 Q 内的平均值, 本文实验选取的区域 Q 的大小为 3×3 。 ω 为权值, 离中心点越近, 权值越大, 且 $\sum_{(i', j') \in Q} \omega(i, j) = 1$ 。 $G_x(i, j)$ 表示图像 x 在低频系数矩阵中以 (i, j) 为中心 Q 区域的区域方差显著性, 定义为:

$$G_x(i, j) = \sum_{(i+i', j+j') \in Q} \omega(i+i', j+j') [C_x(i, j) - \bar{u}_x(i+i', j+j')]^2 \quad (4)$$

此外,定义 M_a 为图像 A 和图像 B 的低频系数矩阵的区域方差匹配度,它的取值范围为 $0 \sim 1$,值越大说明两幅图像的低频系数矩阵的相关程度越高,反之,相关程度低,则:

$$M_a(i, j) = (2 \sum_{(i+i', j+j') \in Q} \omega(i+i', j+j') |C_A(i, j) - \bar{u}_A(i+i', j+j')| |C_B(i, j) - \bar{u}_B(i+i', j+j')|) / (G_A(i, j) + G_B(i, j)) \quad (5)$$

设 T_1 为满足区域方差匹配度的阈值,一般取 $T_1 \geq 0.5$ 。

若 $M_a < T_1$,则低频融合对应系数为:

$$F_a(i, j) = \begin{cases} C_A(i, j), & G_A(i, j) \geq G_B(i, j) \\ C_B(i, j), & G_A(i, j) < G_B(i, j) \end{cases} \quad (6)$$

若 $M_a > T_1$,则低频融合对应系数为:

$$F_a(i, j) = \begin{cases} \omega_{\max} C_A(i, j) + \omega_{\min} C_B(i, j), & G_A(i, j) \geq G_B(i, j) \\ \omega_{\min} C_A(i, j) + \omega_{\max} C_B(i, j), & G_A(i, j) < G_B(i, j) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\omega_{\min} = 0.5 - 0.5 \left(\frac{1 - M_a}{1 - T} \right)$, $\omega_{\min} + \omega_{\max} = 1$ 。

该算法是基于邻域像素间的关联性,当两幅图像对应低频区域系数矩阵的匹配度小于阈值 T_1 时,说明对应区域上的方差差别较大,此时选择方差大的区域中心像素作为融合图像对应的中心像素;当匹配度大于 T_1 时,说明对应区域上的方差差别相对来说较小,可以采用加权融合算子来确定融合图像对应的中心像素。

2.2 高频融合规则

小波分解得到的高频分量是原始图像的细节部分,包括水平、垂直、对角 3 个分量。单小波分解后的高频系数值小且具有稀疏性,而区域能量较大的中心像素代表了图像的明显特征,图像的边缘、纹理等特征对应绝对值较大的小波系数^[14]。对于多聚焦图像,能量差别较大的区域即待融合区域,在改进的高斯随机矩阵下通过计算测量值的能量匹配度及设定适当的阈值,将能量差别较大区域对应系数相加,而对应的能量差别较小的区域用加权融合算子。因此高频系数矩阵采用基于压缩感知理论改进的区域能量加权融合算法。

首先定义区域能量 $E_{r,k}$ 。假设原始图像 A 和原始图像 B 的高频系数为 $D_{r,k}$,在随机高斯矩阵下的投影值为 $y_{r,k}$,对应区域能量为 $E_{r,k}$, $k=h, v, d$,分别代表高频部分水平、垂直、对角 3 个方向。则:

$$E_{r,k}(i, j) = \sum_{(i+i', j+j') \in Q} \omega_k(i+i', j+j') [y_{r,k}(i+i', j+j')]^2 \quad (8)$$

高频区域能量匹配度为:

$$M_k(i, j) = (2 \sum_{(i+i', j+j') \in Q} |\omega_k(i+i', j+j') y_{A,k}(i+i', j+j') y_{B,k}(i+i', j+j')|) / (E_{A,k} + E_{B,k}) \quad (9)$$

设 T_2 为满足区域能量匹配度的阈值,一般取 $T_2 \geq 0.5$ 。

若 $M_k < T_2$,则高频融合系数对应的测量值为:

$$y_{F,k} = \begin{cases} y_{A,k} + y_{B,k}, & y_{A,k} \times y_{B,k} > 0 \\ y_{A,k} - y_{B,k}, & y_{A,k} \times y_{B,k} < 0, \\ \text{且 } E_{A,k}(i, j) \geq E_{B,k}(i, j) \\ -y_{A,k} + y_{B,k}, & y_{A,k} \times y_{B,k} < 0, \\ \text{且 } E_{A,k}(i, j) < E_{B,k}(i, j) \end{cases} \quad (10)$$

若 $M_k < T_2$,则:

$$y_{F,k} = \begin{cases} \omega_A y_{A,k} + \omega_B y_{B,k}, & y_{A,k} \times y_{B,k} > 0 \\ \omega_A y_{A,k} - \omega_B y_{B,k}, & y_{A,k} \times y_{B,k} < 0, \\ \text{且 } E_{A,k}(i, j) \geq E_{B,k}(i, j) \\ -\omega_A y_{A,k} + \omega_B y_{B,k}, & y_{A,k} \times y_{B,k} < 0, \\ \text{且 } E_{A,k}(i, j) < E_{B,k}(i, j) \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\omega_A = |y_{A,k}| / (|y_{A,k}| + |y_{B,k}|)$, $\omega_A + \omega_B = 1$ 。

以往基于 CS 常用的融合算法有绝对值最大、取平均,而此算法中当区域能量匹配度小于阈值 T_2 时,说明能量差别较大,将高频对应区域的测量值相加,一方面有利于将图像细节、纹理较丰富的图像融合在最终图像中,另一方面也添加了细节相对较弱图像对应的信息,而不至于使融合图像与源图像细节部分差别很大。而针对测量值有正有负这一情况,通过引入负号来改进融合算法。

3 算法步骤及评价指标

3.1 算法步骤

Step1 输入原始图像 A 及原始图像 B ,对图 A 和图 B 进行单层小波分解,得到两图的低频系数矩阵 C_A 和 C_B 以及 3 个方向的高频系数矩阵 $D_{A,k}$ 和 $D_{B,k}$, $k=h, v, d$ 分别为水平、垂直、对角 3 个方向。

Step2 对低频系数矩阵采用低频融合规则——区域方差加权绝对值最大的融合方法得到低频融合系数矩阵 F_a 。

Step3 在改进的高斯随机矩阵下分别对得到的 3 个方向的高频系数进行观测,从而得到两幅图像 3 个方向的观测值 $y_{A,k}$ 和 $y_{B,k}$ ($k=h, v, d$)。

Step4 对图 A 和图 B 3 个方向的高频观测值进行融合,采取高频融合规则——基于压缩感知理论改进的区域能量加权融合算法,得到融合测量值 $y_{F,k}$ ($k=h, v, d$)。

Step5 对高频融合测量值进行 OMP 算法重构,得到融合后的高频系数矩阵 $D_{F,k}$ ($k=h, v, d$)。

Step6 对融合后的低频系数矩阵 F_a 和 3 个方向的高频系数矩阵 $D_{F,k}$ ($k=h, v, d$) 进行小波逆变换,得到融合图像 F 。

Step7 对融合图像 F 进行质量评价。

3.2 融合图像结果的评价指标

融合图像的质量结果有主观评价和客观评价。主观评价可能因观察者视觉、心理等因素的影响,评价结果不够准确。本文采用的融合图像质量评价指标如下。

熵(entropy)用来衡量包含原始图像的平均信息量。式中 L 为图像总灰度级; p_i 为灰度值 x_i 的像素数与总像素数的比值。熵值越大,表明融合图像的信息量越多,内容越丰富,融合效果也就越好。定义为:

$$H = - \sum_{i=0}^{L-1} p_i \log p_i \quad (12)$$

平均梯度(Average Gradient)反映了图像的细节反程度和纹理变化特征,值越大,表明图像越清晰。定义为:

$$AG = \sum_{x=1}^{M-1} \sum_{y=1}^{N-1} \sqrt{(\frac{\partial F(x, y)}{\partial x_i})^2 + (\frac{\partial F(x, y)}{\partial y_j})^2} / 2 / ((M-1)(N-1)) \quad (13)$$

其中, M 和 N 表示图像的行数和列数。

空间频率(spatial frequency)主要反映了图像空间的总体活跃程度。其值越大,图像活跃程度越高,图像越清晰。其包括空间行频率(row frequency)和空间列频率(column frequency)。定义为:

$$RF = \sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=2}^N (F(x,y) - F(x,y-1))^2 / (M \times N)} \quad (14)$$

$$CF = \sqrt{\sum_{x=2}^M \sum_{y=1}^N (F(x,y) - F(x-1,y))^2 / (M \times N)} \quad (15)$$

$$SF = \sqrt{RF^2 + CF^2} \quad (16)$$

本文还用到了基于边缘图像相似性的评价方法 $Qabf^{[15]}$, 它的值反映了图像融合过程中源图像边缘信息的损失程度, 值越大则融合效果越好。另外, 互信息 (mutual information) 用来衡量标准图像与融合图像的相似程度, 值越大, 表明融合图像从原始图像中获得的信息越多, 效果就越好。峰值信噪比 (peak-to-peak signal-to-noise ratio) 是在标准图像下用来衡量图像质量、图像清晰度的一种客观评价方法, 值越大, 融合效果越好。在实际情况中, 并不是所有的融合图像都有标准图像, 所以本文未选用该指标作为图像评价指标。

4 实验结果及分析

本文选用两组多聚焦图像作为实验参考, 对 4 种不同方法的结果数据进行了比较。

对图 2、图 3 中相关图说明如下。图 (a)、(b) 分别为右聚焦、左聚焦待融合图像, 均为 512×512 像素的灰度图像。实验采用 haar 小波变换基, 高频部分的采样率是 50%, 观测矩阵为具有较好 RIP 性质的高斯随机观测矩阵, 重构算法采用 OMP。在小波分解下, 高频部分得到水平、垂直、对角 3 个方向的分量, 其中, 图 (g)、图 (h) 分别为 clock 图像 (a)、(b) 在 haar 小波分解下的高频水平分量图, 白色的点代表 clock 图像的特征信息。图 (i) 为简单地将两幅高频水平分量相加得到的融合图像, 从其中可以明显看出它融合了前面两幅图的所有信息, 使得纹理、特征部分的信息更加明显。图 (c)~(e) 分别为基于压缩感知的绝对值取大算法 (CS-MAX)、平均加权算法 (CS-average)、PCA 算法 (CS-PCA) 的融合结果。图 (f) 为本文方法的融合图像。



图 2 多聚焦图像 clock 融合方法



图 3 多聚焦图像融合方法

主观评价方面, 从图 2 和图 3 可以看出, 基于压缩感知绝对值取大 (CS-MAX) 的融合图像结果亮度比原来高, 但是比较模糊; 平均加权算法 (CS-average)、PCA 算法 (CS-PCA), 虽然较 CS-MAX 有所改善, 但特征数字或字母仍不是很清晰, 且引进了小部分噪声; 相比之下, 从视觉效果上可以看出本文的融合方法更为清晰, 尤其是在边缘信息部分, 细节、特征信息更丰富, 对比度也相对较高, 没有出现噪声。

客观评价方面, 从表 1 可以看出, 与相关算法对比, 本文算法所得到的结果在同组图像中平均梯度及边缘信息相似性都得到了提高, 这说明本文算法的细节反差程度及纹理变化特征得到了提高, 融合图像的边缘特征信息的损失降低, 图像信息量较大, 更为清晰; 空间频率值提高明显, 说明本文融合图像的活跃程度提高明显; 与绝对值取大算法相比, 本文算法的熵值提高不是很明显, 绝对值取大在原始图像的特征信息量提取时, 能一定程度上增强图像的平均信息量, 即熵值, 但是会造成区域灰度差异大。

表 1 基于 CS 的两种图像融合方法评价指标的比较

图像	方法	熵	平均梯度	空间频率	Qabf
clock	CS-MAX	7.1139	0.0101	7.2666	0.0069
clock	CS-average	7.0846	0.0072	5.2130	0.0062
clock	CS-PCA	7.0942	0.0084	6.0239	0.0065
clock	本文方法	7.1280	0.0265	19.1070	0.3114
多聚焦图像	CS-MAX	7.1527	0.0185	13.3142	0.1096
多聚焦图像	CS-average	7.1181	0.0145	10.4395	0.1356
多聚焦图像	CS-PCA	7.1094	0.0148	10.6534	0.0923
多聚焦图像	本文方法	7.1503	0.0253	18.1845	0.6106

通过以上 2 组实验结果可以看出, 本文融合方法可以较好地提取源图像的特征信息, 具有更好的融合效果。因为人的视觉对目标更为敏感, 从而可以看出本文融合图像视觉效果更佳。在客观评价指标方面, 本文方法的结果图像平均梯度、空间频率、边缘图像相似度指标都较优。整体上, 不管是主观方面还是客观方面看, 本文融合方法都更具优越性。

结束语 本文将压缩感知运用到图像融合上, 提出了一种基于区域特性的压缩感知多聚焦图像融合算法。针对小波稀疏基下低频系数不具有稀疏性, 影响重构质量的问题, 使用了低频区域方差加权绝对值最大、高频基于压缩感知的区域能量相加或加权的融合方法。从理论分析可知, 区域特性体现了图像的邻域特征, 基于能量匹配度的不同进行相加或加权融合有利于提高不同方向高频子带特征信息的融合。仿真

实验结果表明,本文的压缩融合方法有利于提高图像融合质量,具有较好的实用性。随着图像数量的增加,更显示出本算法的优势,即减小了计算量,降低了对传感器硬件的要求。

参 考 文 献

- [1] PETROVIĆ V, DIMITRIJEVIĆ V. Focused pooling for image fusion evaluation[J]. *Information Fusion*, 2015, 22: 119-126.
- [2] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. *Information Theory, IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] WAN J, ZHOU S. Features extraction based on wavelet packet transform for B[C]// 2010 3rd International Congress on Image and Signal Processing (CISP). IEEE, 2010: 949-955.
- [4] ZHANG Yi-zhuo, MA Lin, XU Lei, et al. Wood board texture classification based on genetic fusion of wavelet and curvelet features[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2014, 36(2): 119-124. (in Chinese)
张怡卓, 马琳, 许雷, 等. 基于小波与曲线融合木材纹理分类[J]. *北京林业大学学报*, 2014, 36(2): 119-124.
- [5] BAI X. Infrared and visual image fusion through feature extraction by morphological sequential toggle operator[J]. *Infrared Physics & Technology*, 2015, 71: 77-86.
- [6] LI Chao, ZHANG Yi-zhuo, YU Hui-ling, et al. Dualtree complex wavelet feature fusion and wood board collaborative detection by compressed Sensing[J]. *Electric Machines and Control*, 2015, 19(8): 81-87. (in Chinese)
李超, 张怡卓, 于慧伶, 等. 双树复小波特征融合的板材压缩感知协同检测与分选[J]. *电机与控制学报*, 2015, 19(8): 81-87.
- [7] YANG Y, DANG J, WANG Y. Medical image fusion method based on lifting wavelet transform and dual-channel PCNN [C]// 2014 IEEE 9th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA). IEEE, 2014: 1179-1182.
- [8] AFONSO S B, EDGAR D, DUSTIN G M, et al. Certifying the Restricted Isometry Property is Hard[J]. *Information Theory IEEE Transactions on*, 2013, 59(6): 3448-3450.
- [9] CANDÈS E J, TAO T. Decoding by Linear Programming[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 34(4): 435-443.
- [10] CANDÈS E J, ROMBERG J K, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. *Communications on Pure & Applied Mathematics*, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [11] SAHOO S K, MAKUR A. Signal Recovery from Random Measurements via Extended Orthogonal Matching Pursuit[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(10): 2572-2581.
- [12] FU Ying-hua. Reconstruction of compressed sensing and semi-QR factorization[J]. *Journal of Computer Applications*, 2008, 28(9): 2300-2302. (in Chinese)
傅迎华. 可压缩传感重构算法与近似 QR 分解[J]. *计算机应用*, 2008, 28(9): 2300-2302.
- [13] LUO X, ZHANG J, DAI Q. A regional image fusion based on similarity characteristics [J]. *Signal Processing*, 2012, 92(5): 1268-1280.
- [14] SHEN Xiao-hua, YANG Guo-sheng, ZHANG Huan-long. Improved on Approach of Image Fusion Based on Region-energy [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2006, 26(4): 279-281. (in Chinese)
申晓华, 杨国胜, 张焕龙. 改进的基于区域能量的图像融合方法 [J]. *弹箭与制导学报*, 2006, 26(4): 279-281.
- [15] XYDEAS C S, PETROVIC V. Objective image fusion performance measure[J]. *Electronics Letters*, 2000, 36(4): 308-309.
- (上接第 288 页)
- [2] HONKO P. Association Discovery from Relational Data via Granular Computing[J]. *Information Sciences*, 2013, 234(11): 136-149.
- [3] TAGARELLI A. Exploring Dictionary-based Semantic Relatedness in Labeled Tree Data[J]. *Information Sciences An International Journal*, 2013, 220(1): 244-268.
- [4] COZMAN F G. Independence for Full Conditional Probabilities: Structure, Factorization, Non-uniqueness, and Bayesian Networks [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2013, 54(9): 1261-1278.
- [5] SHE Yan-hong. On the Rough Consistency Measures of Logic Theories and Approximate Reasoning in Rough Logic[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2014, 55(1): 486-499.
- [6] YAN Lin, YAN Shuo. Granular Reasoning and Decision System's Decomposition[J]. *Journal of Software*, 2012, 7(3): 683-690.
- [7] YAN Lin, LIU Qing. Researches on Granular Reasoning Based on Granular Space[C]// Proceedings of 2008 IEEE International Conference on Granular Computing. Hangzhou, China: 706-711.
- [8] JIA Xiu-yi, LIAO Wen-he, TANG Zhen-min. Minimum Cost Attribute Reduction in Decision-theoretic Rough Set Models[J]. *Information Sciences*, 2013, 219: 151-167.
- [9] MCALLISTER R A, ANGRYK R A. Abstracting for Dimensionality Reduction in Text Classification[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2013, 28(2): 115-138.
- [10] YAN Lin, SONG Jin-peng. Granular Trees Based on Different Data Sets and Their Modeling Applications[J]. *Computer Science*, 2014, 41(3): 258-262. (in Chinese)
闫林, 宋金鹏. 数据集的粒化树及其建模应用[J]. *计算机科学*, 2014, 41(3): 258-262.
- [11] YAN Shuo, YAN Lin. Descriptive Method on Data Association Based on Granulation Trees[J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2015, 28(12): 1057-1066. (in Chinese)
闫硕, 闫林. 数据关联的粒化树描述方法[J]. *模式识别与人工智能*, 2015, 28(12): 1057-1066.
- [12] YAN Lin. Fundamentals of Mathematical Logic and Granular Computing[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)
闫林. 数理逻辑基础与粒计算[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [13] PEDRYCZ W. Granular Computing: Analysis and Design of Intelligent Systems[M]. Boca Raton: CRC Press/ Francis Taylor, 2013.
- [14] KOLMAN B, BUSBY R C, ROSS S C. Discrete Mathematical Structures (fourth edition) [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 2001.